

一维量子 sine-Gordon 模型的元激发谱^{*}

陈宇光 袁青山 陈 鸿 章豫梅 吴 翔

(同济大学波耳固体物理研究所, 上海 200092)

(1996 年 8 月 19 日收到; 1996 年 10 月 21 日收到修改稿)

应用自洽量子微扰理论研究了由参量 α_0 及 β_0 所描述的一维量子 sine-Gordon 模型的元激发谱, 并通过玻色化技术将所得结果与 Thirring 模型及半满的 Hubbard 模型的严格解比较. 研究表明, 导出的元激发谱描述了量子孤子及反孤子的配对激发, 而自洽场给出的能隙在 $\alpha_0 < 1$ 及 $4\pi \leq \beta_0 \leq 8\pi$ 时与严格解的结果符合较好.

PACC: 7110; 7125J

1 引 言

一维量子 sine-Gordon 模型(s-G 模型)在凝聚态物理中有广泛应用, 可用来描述多种一维量子体系和二维经典体系, 比如: $S = \frac{1}{2}$ XXZ 及 $S = 1$ 海森堡自旋链^[1,2]、一维相互作用电子模型^[3]、一维 Kondo 点阵模型^[4]、二维经典库仑气体或二维经典 X-Y 模型^[5,6]以及用来描述 CDW 的输运行为^[7]等. Coleman^[8]首先指出 $\beta_0 > 8\pi$ 时, 该模型真空态是不稳定的, 这一结果称为 Coleman 相变条件. 由于 s-G 模型与凝聚态物理中的许多模型的广泛联系, Coleman 相变及其有关性质必将在各具体系统中有所反映. 因此, 有关 s-G 模型基本性质如元激发谱结构、关联函数及相图的研究有着重要意义. s-G 模型的主要困难是红外发散, 这时通常的微扰理论失效. 较成功的处理办法是重整化群理论^[9], 它能给出相图, 但它需要引入一质量项, 破坏了模型场量 $\phi \rightarrow \phi + \frac{2\pi}{\beta_0} n$ 平移对称性, 而且该方法不易给出元激发谱、关联函数等信息. 文献[10]中提出一个自洽量子微扰理论, 这个理论可以有效克服低维强关联系统红外发散的困难, 方便地给出相图、元激发谱等信息. 本文将利用这个理论来导出 s-G 模型在整个参量空间中的元激发谱结构, 并将结果与某些特殊参量值上的严格解相比较.

本文首先用量子自洽微扰理论处理了 s-G 模型, 导出模型的元激发谱. 然后利用费密化技术将 s-G 模型转化成 Thirring 模型, 利用其 $\beta_0 = 4\pi$ 时的元激发谱严格解与量子自洽方法的结果比较. 另外再利用玻色化技术将半满 Hubbard 模型与 s-G 模型联系起来, 根据半满 Hubbard 模型的严格解进一步与自洽方法的结果比较. 最后进行一些讨论并给出结论.

^{*} 国家自然科学基金及上海市科学技术委员会“青年科技启明星计划”资助的课题.

2 自洽方法的激发谱

一维量子 s-G 模型的哈密顿量为

$$H = \int dx \{ [\Pi^2 + (\nabla \phi)^2]/2 - (\alpha_0/\epsilon^2 \beta_0^2) \cos(\beta_0 \phi) \}, \quad (1)$$

其中, 耦合常数 α_0, β_0 为正常数, $1/\epsilon$ 为动量的紫外截断因子. 场算符 $\phi(x)$ 及其正则动量 $\Pi(x)$ 满足标准对易关系 $[\phi(x), \Pi(x')] = i\delta(x-x')$, 它们在动量空间可展开为

$$\phi(x) = \sum_k (2|k|)^{-1/2} [b_k \exp(ikx) + b_k^\dagger \exp(-ikx)], \quad (2)$$

$$\Pi(x) = -i \sum_k (|k|/2)^{-1/2} [b_k \exp(ikx) - b_k^\dagger \exp(-ikx)]. \quad (3)$$

$b_k, b_k^\dagger$ 满足 $[b_k, b_k^\dagger] = 1$. 按照上面的这种定义, 把哈密顿量(1)式中的 $\cos(\beta_0 \phi)$ 项作微扰展开时将导致红外发散困难. 重整化群理论之所以能有效地克服这种困难, 该理论所包含的标度变换起了很重要的作用, 因此, 我们希望在算符水平上能谋求一个描述坐标重新标度的变换. 考虑下面算符

$$U = \prod_k R_k = \exp \left[\sum_k (\gamma_k/2) \left(1 + 2q_k \frac{d}{dq_k} \right) \right], \quad (4)$$

q_k 为无量纲的谐振子位移坐标(或场量)的傅里叶分量. 容易证明, 对任意函数 $f(q_k)$ 满足关系

$$R_k f(q_k) = e^{\gamma_k/2} f(q'_k), \quad (5)$$

重新标度的坐标为 $q'_k = e^{\gamma_k} q_k$. 可见随着参量 γ_k 的变化将实现坐标的放大和缩小. 利用关系

$$\begin{aligned} q_k &= 2^{-1/2} (b_k + b_{-k}^\dagger), \\ \frac{d}{dq_k} &= 2^{-1/2} (b_{-k} - b_k^\dagger), \end{aligned} \quad (6)$$

可将 U 改写为

$$U = \exp \left[- \sum_k (\gamma_k/2) (b_k^\dagger b_{-k}^\dagger - b_k b_{-k}) \right]. \quad (7)$$

从(7)式可以看出, U 为 Bogoliubov 变换. 有了这种变换, 我们希望通过将场量 $\phi(x)$ 重新标度来克服 s-G 模型的红外发散困难. 当然不同于通常的重整化群处理方法, 这里重新标度参量 γ_k 将通过自洽场理论给出. 将(2)和(3)式代入(1)式, 并考虑如下 Bogoliubov 变换 U 的性质

$$U \sum_k (b_k \pm b_{-k}^\dagger) U^\dagger = \sum_k e^{\mp \gamma_k} (b_k \pm b_{-k}^\dagger), \quad (8)$$

则哈密顿量(1)式可变为

$$\begin{aligned} H' &= U H U^\dagger \\ &= \sum_k |k| \left[b_k^\dagger b_k \cosh 2\gamma_k - \frac{1}{2} (b_k^\dagger b_{-k}^\dagger + b_k b_{-k}) \sinh 2\gamma_k + \frac{1}{2} \cosh 2\gamma_k \right] \end{aligned}$$

$$- \left[(\alpha_0 / \epsilon^2 \beta_0^2) \int dx \cos(\beta_0 \sum_k (2|k|)^{-1/2} \exp(-\gamma_k) (b_k + b_{-k}^\dagger) \exp(ikx)) \right]. \quad (9)$$

将上式的最后一项写成正规乘积的形式,可以得到重整化参量 α , 然后, 展开指数项得到

$$\begin{aligned} H' = & \sum_k \{ |k| \cosh 2\gamma_k + [\alpha \exp(-2\gamma_k) / (2\epsilon^2 |k|)] \} b_k^\dagger b_k + \left[\sum_k |k| (\cosh 2\gamma_k) / 2 \right. \\ & \left. - \alpha / \epsilon^2 \beta_0^2 \right] - \sum_k \{ |k| \sinh 2\gamma_k - [\alpha \exp(-2\gamma_k) / (2\epsilon^2 |k|)] \} (b_k^\dagger b_{-k}^\dagger + b_k b_{-k}) / 2 \\ & - (\alpha / \epsilon^2 \beta_0^2) \int dx \{ (i\Phi_+)^4 / 24 + (i\Phi_+)^3 (i\Phi_-) / 6 + \dots \}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\alpha \equiv \alpha_0 K = \alpha_0 \exp \left[- \left(\frac{\beta_0^2}{4} \right) \sum_k \exp(-2\gamma_k) / |k| \right], \quad (11)$$

$$\Phi_+ = \beta_0 \sum_k (2|k|)^{-1/2} \exp(-\gamma_k) \exp(ikx) b_{-k}^\dagger, \quad (12)$$

$$\Phi_- = \beta_0 \sum_k (2|k|)^{-1/2} \exp(-\gamma_k) \exp(ikx) b_k. \quad (13)$$

如果令 γ_k 满足

$$|k| \sinh 2\gamma_k - [\alpha \exp(-2\gamma_k) / (2\epsilon^2 |k|)] = 0, \quad (14)$$

即

$$\gamma_k = (1/4) \ln [1 + (\alpha / \epsilon^2 k^2)], \quad (15)$$

于是哈密顿量(10)式可简化为

$$H' = \sum_k |k| \exp(2\gamma_k) b_k^\dagger b_k + E_0 - (\alpha / \epsilon^2 \beta_0^2) \int dx \{ (i\Phi_+)^4 / 24 + (i\Phi_+)^3 (i\Phi_-) / 6 + \dots \}. \quad (16)$$

方程(16)中的高阶项不会产生红外发散困难, 可以当作微扰处理, 关于这一点后面给出自洽证明. 作为零级近似略去(16)式中的高阶项, 则 H' 此时对应自由场,

$$H' = \sum_k E(k) b_k^\dagger b_k + E_0, \quad (17)$$

其中

$$E_0 = \sqrt{(1 + \alpha_0 K) / (4\pi\epsilon^2)} - (\alpha_0 K / \epsilon^2 \beta_0^2) \quad (18)$$

为基态能量. 利用(15)式可得到元激发谱为

$$E(k) = \sqrt{k^2 + M^2}, \quad (19)$$

其中元激发谱的能隙或质量为

$$M = (\alpha_0 K)^{1/2} / \epsilon. \quad (20)$$

由(11)及(15)式可以得到关于 K 的自洽方程:

$$K = \exp \left[- \left(\beta_0^2 / 4\pi \right) \int_0^{1/\epsilon} [1 + (\alpha_0 K / \epsilon^2 k^2)]^{-1/2} dk / k \right], \quad (21)$$

积分得到

$$K = \exp \left[\frac{\beta_0^2/8\pi}{(\beta_0^2/8\pi) - 1} \ln \left(\sqrt{K + \alpha_0^{-1}} + \sqrt{\alpha_0^{-1}} \right)^2 \right]. \quad (22)$$

s-G 模型的相变行为可由与 ϵ 无关的 (22) 式确定. 对于 $\beta_0^2 < 8\pi$, K 总是有非零解, 而 $\beta_0^2 > 8\pi$, 存在一个临界曲线 $\alpha_0^c(\beta_0^2)$, 当 $\alpha_0 < \alpha_0^c$ 时, K 只有零解, $\alpha_0 > \alpha_0^c$ 时, K 有一个非零解. 因此, 可在 α_0 与 β_0 参量空间将 s-G 模型的行为分为两个相: 一个相为 $K \neq 0$, 即元激发谱存在能隙; 另一个相元激发谱不存在能隙, $K = 0$. 这两个相之间的相变曲线可由 (21) 式得到^[10]. 当 $K \neq 0$ 时, 由 (12) 及 (13) 式可以看出 Φ_+ , Φ_- 的低频性质为 $|k|^{-1/2} e^{-\gamma k} \xrightarrow{k \rightarrow 0} (\alpha_0 K / \epsilon^2)^{-1/4}$, 不再出现红外发散, 这一点正是我们在 (16) 式中能略去高阶项的原因. 从这里可以看出, 正是标度变换或 Bogoliubov 变换所引入标度因子 $e^{-\gamma k}$ 抑制了 s-G 模型的红外发散. 换言之, 重整化群思想与自治场理论结合是本文理论方法的关键之处. (19) 及 (20) 两式是我们所提出的自治量子微扰方法在零级近似下得出的一个主要结论, 它描述了模型在 α_0 及 β_0 整个参数空间的元激发谱行为. 为研究这个理论的适用范围, 在第三、第四部分将其与 s-G 模型在一些特殊参数时的严格结果进行了比较.

3 $\beta_0^2 = 4\pi$ 时的严格解

定义费密场量^[11]

$$\psi_{\pm}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\epsilon}} e^{\pm i\sqrt{4\pi}\Phi_{\pm}(x)}, \quad (23)$$

其中 $\Phi_{\pm}(x)$ 定义为

$$\Phi_{\pm}(x) = \frac{1}{2} \left[\phi(x) \mp \int_{-\infty}^x \Pi(x') dx' \right]. \quad (24)$$

由上面的定义可以建立以下对应关系:

$$\psi_{+(-)}^{\dagger}(x) \psi_{+(-)}(x) = \pi^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{+(-)}(x), \quad (25)$$

$$\psi_{+(-)}^{\dagger}(x) \frac{\partial}{\partial x} \psi_{+(-)}(x) = \pm i \left[\frac{\partial}{\partial x} \Phi_{+(-)}(x) \right]^2. \quad (26)$$

由以上关系可将玻色场量型的 s-G 模型转化成费密场量型的 Thirring 模型^[12]

$$\begin{aligned} H_T = & \int dx \left\{ -i v \left[\psi_+^{\dagger}(x) \frac{\partial}{\partial x} \psi_+(x) - \psi_-^{\dagger}(x) \frac{\partial}{\partial x} \psi_-(x) \right] \right. \\ & + M_T (\psi_+^{\dagger}(x) \psi_-(x) + \psi_-^{\dagger}(x) \psi_+(x)) \\ & \left. + V \psi_+^{\dagger}(x) \psi_+(x) \psi_-^{\dagger}(x) \psi_-(x) \right\}, \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$v = \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{\beta_0^2} + \frac{\beta_0^2}{4\pi} \right),$$

$$M_T = \frac{\pi \alpha_0}{\beta_0^2 \epsilon},$$

$$V = \frac{\beta_0^2}{4} \left[\left(\frac{4\pi}{\beta_0^2} \right)^2 - 1 \right].$$

显然, 当 $\beta_0^2 = 4\pi$ 时, $V = 0$, 这时, Thirring 模型可以严格对角化. 我们定义 $\alpha_{\pm, k} = 1/\sqrt{L} \int \psi_{\pm}(x) e^{-ikx} dx$, 哈密顿量(27)式可转化为

$$H_T = \sum_k k (a_{+, k}^\dagger a_{+, k} - a_{-, k}^\dagger a_{-, k}) - M_T \sum_k (a_{+, k}^\dagger a_{-, k} + a_{-, k}^\dagger a_{+, k}). \quad (28)$$

利用费密算符型的 Bogoliubov 变换:

$$\begin{pmatrix} a_{+, k} \\ a_{-, k} \end{pmatrix} = u_k \begin{pmatrix} \beta_k \\ \alpha_{-k} \end{pmatrix} + v_k \begin{pmatrix} \alpha_{-k}^\dagger \\ -\beta_k \end{pmatrix}, \quad (29)$$

哈密顿量(28)式对角化为

$$H_T = \sum_k E_T(k) (\alpha_k^\dagger \alpha_k + \beta_k^\dagger \beta_k), \quad (30)$$

$$E_T(k) = \sqrt{k^2 + M_T^2}, \quad (31)$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k}{E(k)} \right),$$

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k}{E(k)} \right).$$

(31)式即为在 $\beta_0^2 = 4\pi$ 时, s-G 模型的严格元激发谱. 由(30)式可以看出, $\beta_0^2 = 4\pi$ 时, s-G 模型的元激发谱由两支自由的费密子构成, 其中一支可解释为孤子激发谱而另一支为反孤子激发谱^[12]. 而自洽场给出的结果(17)式仅有一支玻色子激发谱. 在一维系统中, 玻色型元激发与费密型元激发存在对应关系^[3,11]. 实际上 Bogoliubov 变换表明, (17)式的本征态为两种玻色子配对状态. 而这两种玻色子与孤子及反孤子存在对应关系. 关于 s-G 模型的玻色型本征态与孤子及反孤子态之间的联系将在另文讨论. 玻色型元激发谱与孤子及反孤子激发谱之间的关系也可以由(17)式的能隙表达式导出, 当 $\beta_0^2 = 4\pi$ 及 $\alpha_0 \ll 1$ 时, (20)及(22)式给出: $M = \frac{\alpha_0}{2\epsilon} \left(1 - \frac{5}{32} \alpha_0^2 \right) \simeq 2M_T$. 这个结果告诉我们, (17)式的玻色型元激发描述了孤子及反孤子的对激发. 自洽方法的能隙与 $\beta_0^2 = 4\pi$ 严格解结果的比较见图 1.

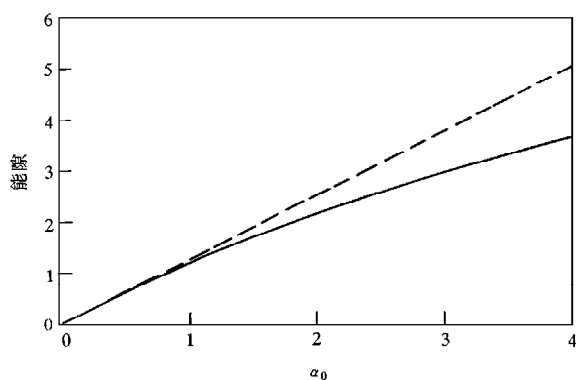


图 1 在($\beta_0^2 = 4\pi$)时自洽方法的结果与 Thirring 模型严格解对比
(实线代表自洽方法结果, 虚线代表严格解)

4 半满的 Hubbard 模型

由于半满 Hubbard 模型存在严格解而它又可以通过玻色化技术化为 s-G 模型,故可以用半满 Hubbard 模型的严格解来检验自洽方法的结果.这里先简单叙述利用玻色化方法将半满 Hubbard 模型转化为 s-G 模型.

Hubbard 模型的哈密顿量为

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n,s} (\psi_s^\dagger(n) \psi_s(n \pm 1) + \text{h.c.}) + U \sum_n \psi_\uparrow^\dagger(n) \psi_\uparrow(n) \psi_\downarrow^\dagger(n) \psi_\downarrow(n), \quad (32)$$

其中, $s = \uparrow, \downarrow$ 为自旋方向.如果仅考虑在费密面附近的低能激发,通过色散关系线性化,费密算符 $\psi_s(n)$ 可以表示成

$$\psi_s(n) \simeq e^{-ik_F na} \psi_{s-}(n) + e^{ik_F na} \psi_{s+}(n). \quad (33)$$

将(32)式的求和化成积分: $\sum_n \longrightarrow \int \frac{dx}{a}$, 同时考虑到

$$\psi_{s\pm}(n+1) = \psi_{s\pm}(n) + a \partial_x \psi_{s\pm}(n) + \dots, \quad (34)$$

则哈密顿量(32)式可用连续化的场量 $\psi_{s\pm}(x)$ 描述,这里要注意 $\psi_{s\pm}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi_{s\pm}(n)$. 引入玻色场 $\Phi_{\pm\uparrow(\downarrow)}(x)$:

$$\Phi_{\pm\uparrow(\downarrow)}(x) = \frac{1}{2} [\phi_{\uparrow(\downarrow)}(x) \mp \int_{-\infty}^x \Pi_{\uparrow(\downarrow)}(x') dx'], \quad (35)$$

其中场算符 $\phi_{\uparrow(\downarrow)}(x)$ 及其动量算符 $\Pi_{\uparrow(\downarrow)}$ 满足标准的玻色对易关系.则费密算符可表示为

$$\psi_{\pm\uparrow(\downarrow)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{\pm i \sqrt{4\pi} \Phi_{\pm\uparrow(\downarrow)}(x)}. \quad (36)$$

当 Hubbard 模型半满时,则哈密顿量可表示为^[11]

$$\begin{aligned} H_H = & a \int dx \left\{ \frac{1}{2} [\Pi_\uparrow^2 + (\nabla \phi_\uparrow)^2 + \Pi_\downarrow^2 + (\nabla \phi_\downarrow)^2] \right. \\ & + U \left[\frac{\partial \phi_\uparrow \partial \phi_\downarrow}{\pi} + \frac{1}{2\pi^2 a^2} \cos \sqrt{4\pi} (\phi_\uparrow - \phi_\downarrow) \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2\pi^2 a^2} \cos \sqrt{4\pi} (\phi_\uparrow + \phi_\downarrow) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

定义电荷密度场量及自旋密度场量: $\phi_c = (\phi_\uparrow + \phi_\downarrow)/\sqrt{2}$, $\phi_s = (\phi_\uparrow - \phi_\downarrow)/\sqrt{2}$, 则 Hubbard 模型哈密顿量又可表示成

$$H_H = H_c + H_s, \quad (38)$$

$$H_c = a \int dx \left\{ \frac{1}{2} [\Pi_c^2 + (\nabla \phi_c)^2 A_c^2] - \frac{U}{2\pi^2 a^2} \cos \sqrt{8\pi} \phi_c \right\}, \quad (39)$$

$$H_s = a \int dx \left\{ \frac{1}{2} [\Pi_s^2 + (\nabla \phi_s)^2 A_s^2] + \frac{U}{2\pi^2 a^2} \cos \sqrt{8\pi} \phi_s \right\}, \quad (40)$$

$$A_{c/s}^2 = 1 \pm U/\pi. \quad (41)$$

H_c , H_s 分别称为电荷与自旋密度波哈密顿量.可以证明当 $U \geq 0$ 时, H_s 对应无能隙的自

由场. 只考虑 H_c 部分. 重新标度, 令 $\Pi \equiv \Pi_c / \sqrt{A_c}$, $\phi \equiv \phi_c \sqrt{A_c}$. H_c 变为

$$H_c = a A_c \int dx \left\{ \frac{1}{2} [\Pi^2 + (\nabla \phi)^2] - \frac{U}{2\pi^2 \epsilon^2 A_c} \cos \sqrt{\frac{8\pi}{A_c}} \phi \right\}. \quad (42)$$

如果令

$$\beta_0 = \sqrt{\frac{8\pi}{A_c}}, \quad (43)$$

$$\alpha_0 = \frac{U}{2\pi^2 A_c} \beta_0^2 = 4 - \left(\frac{\beta_0^2}{4\pi} \right)^2, \quad (44)$$

这时

$$H_c = a \frac{8\pi}{\beta_0^2} \int dx \left\{ \frac{1}{2} [\Pi^2 + (\nabla \phi)^2] - (\alpha_0 / \epsilon^2 \beta_0^2) \cos(\beta_0 \phi) \right\}. \quad (45)$$

这样, 半满的 Hubbard 模型就转化为标准的 s-G 模型, 但此时参数 α_0 , β_0 是相互关联的, 存在关系(44)式. 对于半满的 Hubbard 模型, 其能隙的严格解为^[13]

$$M_H = U - 2 + 8 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{1}{2} n U - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} n^2 U^2 \right)^{1/2} \right]. \quad (46)$$

为能与自洽方法对比, 必须确定截断因子 ϵ . 由于 $\beta_0^2 = 4\pi$ 时, (45) 式可以严格求解, 由上节的结果得到能隙为 $M_c = \frac{3a}{\epsilon}$, 另外从 β_0 的定义(43) 及(41) 式可导出, $\beta_0^2 = 4\pi$ 时对应 $U = 3\pi$. 当 $U \gg 1$ 时, (46) 式成为

$$M_H \simeq U - 2 + \frac{2 \ln 2}{U}. \quad (47)$$

将 $U = 3\pi$ 代入并令 $M_c = M_H$, 给出 $\epsilon = 0.396 a$. 于是我们可以就能隙用半满的 Hubbard 模型的严格解与自洽场结果在 α_0 - β_0 参量空间的一条曲线((44) 式) 比较, 结果如图 2 所示. 在图 2 中已将(46) 式重新标度为 $M_H / \frac{8\pi}{\beta_0^2} a$.

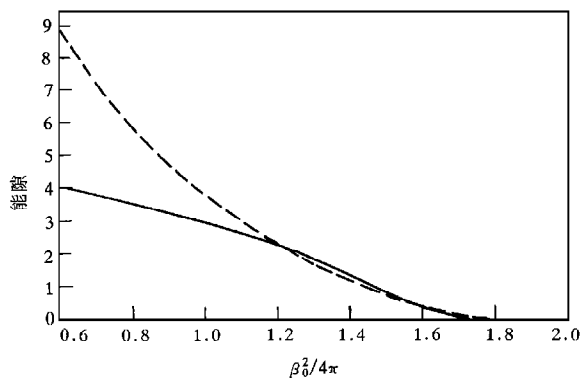


图 2 当 α_0 , β_0 存在关系 $\alpha_0 = 4 - \left(\frac{\beta_0^2}{4\pi} \right)^2$ 时, 自洽方法的结果与半满 Hubbard 模型严格解对比(实线代表自洽方法结果, 虚线代表严格解)

5 讨论与结论

由图 1 可知, $\beta_0^2 = 4\pi$, 当 $\alpha_0 < 1$ 时, 自洽方法给出的能隙与严格解结果符合得很好, 当 $\alpha_0 \geq 1$ 时, 自洽方法结果与严格解已有较大的偏差. 在图 2 中, $\beta_0^2/4\pi \geq 1.2$ 以后, 自洽方法给出的结果与严格解已经非常相近, 这与图 1 的结论是相符的. 因为由 (44) 式可知, 随着 β_0 增加, α_0 减小.

结合图 1 及图 2 可以看出, 在参量区域 $\alpha_0 \ll 1, 4\pi \leq \beta_0^2 < 8\pi$, 自洽场的结果非常令人满意. 而当 $\alpha_0 > 1$ 时, 自洽场结果与严格解有较大偏差. 我们认为这种偏差来自本文所用的零级微扰近似. 实际上随 α_0 增大, 由 (16) 式可知高阶项的系数将增大, 这时应考虑高阶项的贡献.

作为结论, 本文利用一套量子自洽微扰方法讨论了 s-G 模型的元激发谱, 并在一定的参数区域与严格解进行了对比. 结果表明, 我们导出的元激发谱描述了 s-G 模型中量子孤子及反孤子的配对激发, 而自洽场给出的能隙在 α_0 较小及 $4\pi \leq \beta_0^2 < 8\pi$ 时与严格解能较好地相符.

- [1] J. D. Johnson, S. Krinsky and B. M. McCoy, *Phys. Rev.*, **A8**(1973), 2526; A. Luther, *Phys. Rev.*, **B14**(1976), 2153.
- [2] Hong Chen, Lu Yu and Zhaobin Su, *Phys. Rev.*, **B48**(1993), 12692.
- [3] J. Voit, *Rep. Prog. Phys.*, **57**(1994), 977.
- [4] V. J. Emery and S. Kivelson, *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 3701.
- [5] P. Minnhagen, *Phys. Rev.*, **B32**(1985), 3088.
- [6] Guangming Zhang, Hong Chen and Xiang Wu, *Phys. Rev.*, **B48**(1993), 12304.
- [7] A. Maiti and J. H. Miller, Jr., *Phys. Rev.*, **B43**(1991), 12205.
- [8] S. Coleman, *Phys. Rev.*, **D11**(1975), 3026.
- [9] D. J. Amit, Y. Y. Goldschmidt and G. Grinstein, *J. Phys.*, **A13**(1980), 585.
- [10] Guangming Zhang, Hong Chen and Xiang Wu, *Phys. Rev.*, **B43**(1991), 13566.
- [11] R. Shankar, *Low-Dimensional Quantum Field Theories for Condensed Matter Physicists*, eds. Yu Lu, S. Lundqvist and G. Morandi (World Scientific, Singapore, 1995).
- [12] S. Takada and S. Misawa, *Prog. Theor. Phys.*, **66**(1981), 101.
- [13] E. H. Lieb, F. Y. Wu, *Phys. Rev. Lett.*, **20**(1968), 1145.

ELEMENTARY EXCITATIONS OF ONE-DIMENSIONAL QUANTUM SINE-GORDON MODEL

CHEN YU-GUANG YUAN QING-SHAN CHEN HONG ZHANG YU-MEI WU XIANG

(*Pohl Institute of Solid State Physics, Tongji University, Shanghai 200092*)

(Received 19 August 1996; revised manuscript received 21 October 1996)

ABSTRACT

Using the self-consistent quantum perturbation theory, we study the elementary excitaton of one-dimensional sine-Gordon model described by parameters α_0 and β_0 . It is demonstrated in this article that the elementary excitations consist of quantum solitons and antisolitons. Under the condition $\alpha_0 < 1$ and $4\pi \leq \beta_0^2 \leq 8\pi$, our results for the gaps agree with the exact results of the Thirring model and the half-filling Hubbard model based on the bosonization techniques.

PACC: 7110; 7125J