

近场光学理论初探^{*}

王桂英

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

(1996 年 12 月 3 日收到; 1997 年 1 月 6 日收到修改稿)

给出了非辐射场积分式的逐渐逼近表达式, 阐明了非辐射场与辐射场一样受到光学信息传递系统的制约, 同时阐明了图像畸变的原因. 还给出了该系统信息传输自由度的计算公式, 阐明了分辨率与光信息传输自由度的关系.

PACC: 4110H; 0760P; 4220

1 引 言

自从扫描近场光学显微术(SNOM)问世以来, 光学显微术即进入了纳米结构探测和制作的领域. 光学显微术有自己的特点, 它不仅提供了扫描电子隧道显微术的纳米分辨率, 而且具有非接触和非破坏的特点, 因此在材料结构、生物样品的探测以及在工业检测中得到了广泛的应用. 但是这种显微术所获得的信息与被探测对象的真实结构仍有些差别. 例如 Inoué 等人^[1]对光盘表面微结构的探测图像, 在他们给出的图中虚线是光盘槽截面的理想结构, 实线是测量结果. 由此可以看出两者具有明显的差别. Binzig 等人曾给出他们利用几种不同的显微手段对尖锐的硅片边沿做探测扫描. 这里有扫描电子显微镜(SEM), SNOM 以及不同数值孔径下的一般光学显微镜给出的图像. 由此看出 SEM 给出的边沿最锐, 其次是 SNOM, 最差的是数字孔径为 0.55 光学显微镜^[2]. 这种差别类似于光学显微镜对近于衍射分辨极限的标准线宽的检测结果, 即随着超过衍射极限分辨率而标准线的矩形轮廓的锐度和深度均变小. 这是否意味着 SNOM 同样受到成像系统传递函数的制约? 目前光学近场和极近场理论正处于发展期, 虽然 Wolf, Pohl 以及 Miller 对近场理论做了较深入的探讨, 而且对该系统的传递函数也做过数字计算, 但是上述问题仍没有一个明晰而公认的结论.

2 近场理论的初探

Pohl 和 Lewis 在 80 年代初提出利用不带有倾斜因子的 Fresnel-Kirchhoff 衍射积分可以描述近场隐失波(evanescent wave)的传输. 他们认为利用波动方程无需加时间延迟因子即可解出^[2,3]. 这种思想与 Fresnel-Kirchhoff 积分表达式差距较大. 于是人们利用由

^{*} 国家自然科学基金及中国科学院重大项目基金资助的课题.

单振子发展而来的偶极子波动传输理论来描述非辐射场(nonradiative field).有代表性的工作是 Miller 的推导^[4],他利用偶极子代替 Huygens 虚设的点源,校正了 Huygens-Fresnel 波动传输原理,获得单色波的传输方程:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} \right] + [\phi] \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \right) - \frac{1}{cr} \left(\frac{\partial r}{\partial n} \right) \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right] \right\} \\ &= \frac{[\phi]}{4\pi r} \left\{ i k (1 + \cos \theta) + \frac{\cos \theta}{r} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

式中方括号中的项代表延迟 τ 时刻的函数值.该式等号左边与文献[8]中(13)式相同.但是等号右边却比 Fresnel-Kirchhoff 积分衍射公式多了一项 $\frac{\cos \theta}{r}$.为了理解此式代入偶极子源表达式,于是获得偶极子源在单位面积上的振幅分布:

$$\phi_{TD} = \frac{a \exp[i(\omega t - kr)]}{4\pi r} \left[i k (1 + \cos \theta) + \frac{\cos \theta}{r} \right]. \quad (2)$$

该式对场的描述可以理解为平面波的传输. Miller 用此证明偶极子源没有明显的后向波,但是也不精确地等于零,而是个小量. Kirchhoff 近似衍射公式中没有 $\frac{\cos \theta}{r}$ 这一项,这是因为做了远场近似之故,所以未做远场近似的(3)式可以表示近场或极近场振幅的分布情况.在 r 趋向极小,即 θ 趋向 $\pi/2$ 时,这一项仍趋向某个有限值.这正是表征了隐失波的传输特性. Miller 声称,虽然对隐失波可以利用标量方程来求解,但是不等于给出了计算隐失波传输的有效方法. Depasse 等人利用二维傅里叶变换求解偶极子波的向前传输波前^[5]:

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint dx' dy' \phi(x', y', 0) \left[\cos \theta \frac{\exp(ikr)}{r} (kr + i) \right]. \quad (3)$$

利用 $z = r \cos \theta$ 进而获得

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint dx' dy' \phi(x', y', 0) \left\{ -i \frac{d}{dz} \left[\frac{\exp(ikr)}{r} \right] \right\}. \quad (4)$$

上式被积分函数中的微分项 $\frac{a \exp(ikr)}{r}$ 和 $-\frac{a \exp(ikr)}{r}$ 与 Miller 所使用的偶极子的虚设源表示式 $\frac{a \exp(ikr)}{r}$ 很相似.他进而发展了三维偶极子源的傅里叶变换,最终获得了 Hertz 矢量势的表达式.他虽然没有给出计算隐失波传输的有效方法,但在这一点上取得了共识,即使在子波长距离上,波场依然依赖于全部的傅里叶频谱,该观点与文献[6]所阐明的观点相同.当 $r > \lambda$ 时,其辐射波矢量起作用;当 $r < \lambda$ 时,则非辐射波矢量起作用.在近场情况下,非辐射分量超过了辐射分量.随着传输距离的加大,隐失波逐渐消失,致使电场部分的波矢直指向观察点的方向.向前传输是远场的特性,由倾斜因子来表征.在近场情况下,由于波动方程中第二项积分因子超过了第一项的贡献,即非辐射分量大大超过了辐射分量的贡献,倾斜因子不再起作用.

3 光学近场的渐近展开式

根据上述论述,为了比较辐射场和非辐射场的传输情况,可以采用二维傅里叶变换给

出不需要假设附加子波源的单色平面角谱传输式^[5,7]：

$$G(\alpha/\lambda, \beta/\lambda) = \iint \phi(x, y, 0) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y) \right] dx dy. \quad (5)$$

已知空间频率和方向余弦的关系为

$$\alpha = \lambda f_x, \quad \beta = \lambda f_y, \quad (6)$$

式中 λ 是单色照明光源的波长, α 和 β 分别是平面波在 x , y 和 z 轴上的方向余弦, f_x 和 f_y 分别是 x 和 y 方向的空间频率. 从 Helmholtz 方程可以推导出在 z 距离上光场的角谱分布：

$$G_r(\alpha/\lambda, \beta/\lambda, z) = G(\alpha/\lambda, \beta/\lambda) \exp[j2\pi/\lambda(1 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2} z]. \quad (7)$$

若 $\alpha^2 + \beta^2 < 1$, 则表示光波向前传输, 形成辐射场. 若 $\alpha^2 + \beta^2 > 1$, 则波在 z 方向传输的光波强烈地衰减, 形成非辐射场即隐失波场. 这种角谱在 z 距离上的分布为

$$G_e(\alpha/\lambda, \beta/\lambda, z) = G(\alpha/\lambda, \beta/\lambda) \exp[-2\pi/\lambda(\alpha^2 + \beta^2 - 1)^{1/2} z], \quad (8)$$

则可从傅里叶光学公式推导出在该距离上非辐射场的分布：

$$\phi(x, y, z) = 1/\lambda^2 \iint G_e(\alpha/\lambda, \beta/\lambda, z) \exp[jk(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta. \quad (9)$$

通过(9)式的傅里叶变换求隐失场分布的数字解是不困难的, 但是若获得解析式并非容易. 为了获得有明确物理意义的解析式, 我们利用渐近逼近法给出了该积分的近似解析表达式. 该渐近逼近法适用的积分类型以及在定点 (p_0, q_0) 展开式的首项表示如下^[8]：

$$\iint g(p, q) \exp[jkf(p, q)] dp dq = \frac{2\pi j \sigma}{k^l \sqrt{|AB - C^2|}} g(p_0, q_0) \exp[jkf(p_0, q_0)], \quad (10)$$

式中要求 $g(p, q)$ 和 $f(p, q)$ 与 k 无关, 而且 k 要求是个大数. (9)式中 $k = 2\pi/\lambda$, 是个常数, 对光频而言也是个大数. 本文有意把它写为 k 和 $2\pi/\lambda$ 两种形式, 以便在形式上能套入(10)式. 对于 SNOM 而言, 该积分域是由 SNOM 探头针孔边界所决定的. 对比(9)和(10)式, 在定点 z_0 处得

$$g(p, q) = G_e(\alpha/\lambda, \beta/\lambda, z_0), \quad f(p, q) = px\lambda + qy\lambda, \quad (11)$$

式中 $p = \alpha/\lambda$, $q = \beta/\lambda$. (10)式中 k 的幂指数 l 是由不同的积分域边界条件确定的. 对积分有贡献的点是积分域边界上的临界点, 即鞍点和端点. 对于第一类临界点是积分范围内的点, 在(11)式的情况下不满足这个条件, 因此不考虑该情况. 第二类临界点是指积分曲线上的点. 此时, (10)式中的 $l = 3/2$. 但是根据积分值取决于一些奇异点例如鞍点和端点的情况, 这第二类临界点对积分也不起作用, 不予以考虑. 第三类临界点是积分边界曲线斜率不连续点, 即角落上的点, 此时 $l = 2$. 该边界条件对应于 SNOM 探针或孔的不规则边界而言有可能被满足. (10)式中其他参数由下式确定：

$$A = \partial^2 f / \partial p^2, \quad B = \partial^2 f / \partial q^2, \quad C = \partial^2 f / \partial p \partial q, \quad (12)$$

$$\sigma = \begin{cases} +1, & AB > C^2, & A > 0, \\ -1, & AB > C^2, & A < 0, \\ -j, & AB < C^2. \end{cases} \quad (13)$$

对于 $f(p, q)$ 为实数函数的情况已有很多论述, 他们阐明了一些临界点的贡献, 以及

不同的临界点对积分贡献的差别.对第三类临界点的光场振幅近似分布为

$$\phi(x, y, z) = \frac{\lambda}{2\pi r} G_e(\alpha_0/\lambda, \beta_0/\lambda, z) \exp[jk(\alpha_0 x + \beta_0 y)], \quad (14)$$

式中 r 的来源解释如下:为了求得与计算模型相符的结果,我们必须解决 C 式中偏微分带来的困难.在此表达式中

$$\partial^2 f / \partial p \partial q \neq \partial^2 f / \partial q \partial p. \quad (15)$$

根据 C 的定义,得到仅与 x 或仅与 y 有关的结果,显然这种结果并非符合实际.为了解决该问题,使 $C^2 = C_x^2 + C_y^2$, 令 C_x 和 C_y 分别对应不同的偏微分顺序.对于二维傅里叶变换,式中 $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$. 由于二维傅里叶变换具有方向的偏向性,并不能正确地描述光场.需要三维傅里叶变换,以便正确地求解.在这种情况下: $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$. 首先,由(14)式可以看出这种场分布受限于探针给出边界的情况,由于表示探针孔径线度 $r(x, y, z)$ 变量在分母上,说明在相同照明条件下,探针线度越小,测得的场振幅越强.第二,通过关系式(8),可知 z 距离越小,即探针距离越近于物面,测得的场振幅越强.第三,该光场还受空间频率的制约,随着频率的增高,由最强点下降得越快.这就是传递函数带来的影响.探针所采集光频不够高时,也会致使图像畸变.这些都是近似直角边沿扫描图像的锐角原因. Gurra 把非辐射场分布写为

$$\begin{aligned} E_n &= E_0 \exp(-z/d_p), \\ d_p &= \lambda / [2\pi(\sin^2 \theta - n_{2l})], \end{aligned} \quad (16)$$

式中 n_{2l} 是低折射介质与高折射介质折射率之比, d_p 是穿透深度.

(8)式中 $G_e(\alpha, \beta, z)$ 所表达的量与(16)式中 d_p 有着同样的物理涵义.但是(8)式明确地给出了穿透深度与光传输方向余弦(空间频率)的定量关系,即穿透距离是隐失波传输方向余弦,入射光波长和介质折射率的函数.它随所采集的被测物空间频率的变化而变化,当采集的空间频率越高时,其穿透距离 d_p 越小.同时探测频率的高低取决于微探针的尺度以及光的照明情况(尤其是对透射型 SNOM). (14)式中的指数项表示光波随传输距离的振荡,这与实验结果相符^[9]. 上述这些近似解析式不仅清楚地描述了物理量间的关系,而且全面地反映了近场和极近场的传输机制.

4 SNOM 图像传输自由度的问题

在 SNOM 的工作方式下,时间自由度是隐含在采样扫描之中的.但是空间频率的内涵有了变化,在这里的空间频率是表示隐失波的空间频率.由于空间采集的是隐失波,这就意味着空间频率 $f_x^2 + f_y^2 > 1/\lambda^2$, 最后受限于探针孔径.使系统传输自由度数的频率分量有了很大的扩展余地.这是使近场扫描系统在单次采样中信息自由度增加的原因之一.再者在这种系统中并非直接成像,而是逐点扫描成像.若以 L 表示空间尺度, f 表示空间频率, n 表示采样时间,则非扫描成像光学系统的信息传输自由度的表达式为^[10]

$$N_p = 2 L_x L_y f_x f_y n_t. \quad (17)$$

对逐点扫描成像光学系统的信息传输自由度的表达式应写为

$$N_s = 2 \sum_i^M L_{xi} L_{yi} f_{xi} f_{yi} n_{ti}, \quad (18)$$

式中下标 i 表示 Δt 时间内在一个确定空间单次采样次数, M 表示对于一个重构图像总共采样的次数. 上式说明它的信息传输自由度的表达形式与传统直接成像光学系统不同, 它是单次隐失波成像自由度的集合. 正因为这种原因, 所以近场扫描光学显微镜具有超分辨能力.

5 讨 论

根据在子波长距离上光场的传输仍然依赖于全部傅里叶频谱的传输理论, 认为利用傅里叶光学变换公式可以表征近场的光传输情况. 我们对其表达式进一步做逐渐逼近展开, 获得了近场传输的近似解析表达式, 据此阐明了近场中的光传输特征. 概括地解释了各种物理参数对其场振幅的影响. 该表达式虽然粗糙, 甚至可认为是半定性的, 但是仍不失为剖析近场机制的有力工具. 事实上这些表达式仍不能精确地描述光学近场的全貌, 尤其是未提到光子与物质的相互作用, 这是近场显微镜中不可忽略的客观存在. 更精确的解需要进一步探讨.

作者非常感谢干福熹院士和王之江院士在学术方面一贯的支持. 感谢瑞士 IBM 研究实验室 D. W. Pohl 教授送给的大量资料以及大连理工大学吴世法教授和北京大学朱星教授有意义的建议和讨论.

- [1] Y. Inouye and S. Kawata, *Opt. Lett.*, **19**(1994), 159.
- [2] D. W. Pohl, *Springer Series In Surface Sciences*, **28**(1988), 261.
- [3] A. Lewis, M. Isaacson, A. Harootunian *et al.*, *Ultramicroscopy*, **13**(1984), 227.
- [4] D. A. B. Miller, *Opt. Lett.*, **16**(1991), 1370.
- [5] F. Depasse, M. A. Peasler, D. Courjon *et al.*, *Opt. Lett.*, **20**(1995), 234.
- [6] E. Worf and M. N. Vesperinas, *J. Opt. Soc. Am.*, **A2**(1985), 886.
- [7] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*(McGraw-Hill, San Francisco, 1968); J. W. 顾德门, 傅里叶光学导论, 詹达三、董经武、顾本源译, 秦克诚校(科学出版社, 北京, 1976).
- [8] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*(Pergamon, New York, 1964); M. 玻恩, E. 沃耳夫, 光学原理(科学出版社, 北京, 1978), 附录 III.
- [9] R. Carminati, J. Greffer, *Opt. Commun.*, **116**(1995), 316.
- [10] W. Lukosz, *J. Opt. Soc. Am.*, **56**(1966), 1463.

PRELIMINARY STUDY ON THE NEAR-FIELD OPTICS

WANG GUI-YING

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

(Received 3 December 1996; revised manuscript received 6 January 1997)

ABSTRACT

An analytic expression have been obtained by using asymptotic approximations to the type of integral expression that frequently occurs in near-field optics. By using the expression, the image degradation and some factors repressurized by imaging system of the near-field optics are interpreted respectively. Furthermore, an expression of the degrees of freedom of scanning near-field optical microscopy is given. Also the relation between the resolution and the degrees of freedom in the scanning image system of near-field optics is analyzed.

PACC: 4110H; 0760P; 4220