

储存环光速调管自由电子激光的 电子束能量调制^{*}

杨震华 武玉璞

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(1996 年 2 月 5 日收到)

对光速调管中的能量调制过程以及影响电子束能量调制的因素,作了详细的计算和分析.其方法和结果对实际的储存环自由电子激光的设计具有参考价值.

PACC: 4255T

1 引 言

向超紫外波段,特别是软 X 射线波段发展,是自由电子激光当前的主要研究方向之一.从目前已获得的相干光源的分布情况看,从超紫外波段到 X 射线波段是一空白区.而这一波段的相干光源在材料科学、生物物理以及其他领域的科学研究和应用中,具有十分重要的价值.因此利用自由电子激光频率的连续可调性来填补这一空白,也就成了科学家们热切关注的研究领域之一.

自由电子激光对电子束的参数具有严格的要求.例如波长 λ_s 与电子的能量 γ^2 (γ 以 $m_e c^2$ 为单位,全文同)成反比,要获得超紫外波段的相干光源,一般要求有数百 MeV、甚至 GeV 量级的电子束;电子束的能散度要小于 10^{-3} ;电子束的发射度 ϵ 要小于激光的波长 λ_s ,例如波长 100 nm 的自由电子激光,要求电子束的发射度 ϵ 要小于 $10^{-5} \text{ cm} \cdot \text{rad}$.就目前使用的加速器而言,所产生的电子束要同时满足上述三项指标还有相当距离.只有电子储存环的束流才能同时满足这些条件,因此采用电子储存环开展超紫外波段自由电子激光的研究,就成了当前研究的主要手段.

法国 Orsay 和俄罗斯 Novosibirsk 的实验成功,为储存环自由电子激光研究提供了大量的资料^[1,2].近年来全世界已有近 20 台电子储存环正在开展自由电子激光的研究工作.在这些实验研究项目中,只有少数几台是专门为研究自由电子激光而设计的,而大多数是利用原来的同步辐射环进行研究工作的.从这些研究项目的设计结构来看,大体上可以分成两种工作方式:一种是两端带有反射镜的振荡器方式;另一种是利用外激光源对电子束能量和密度进行调制,然后在 Undulator 内产生谐波超辐射,以获得三阶、五阶或更高阶的相干谐波辐射.振荡器工作方式的主要困难是工作波长短于 100 nm 时,有效的反射镜制作十分困难.第二种方式正是避开这个困难,只要有较强的外激光源,例如法国

^{*} 国家高技术研究发展计划资助的课题.

Orsay 的 Super-ACO 储存环, 准备用 100MW 波长为 250—300 nm 的可调脉冲染料激光器作为外激光源, 通过谐波超辐射的办法, 可望获得 30—50 nm 的相干光源. 也有些储存环准备用两者结合的办法, 以获得几十纳米高亮度软 X 射线波段的自由电子激光^[3].

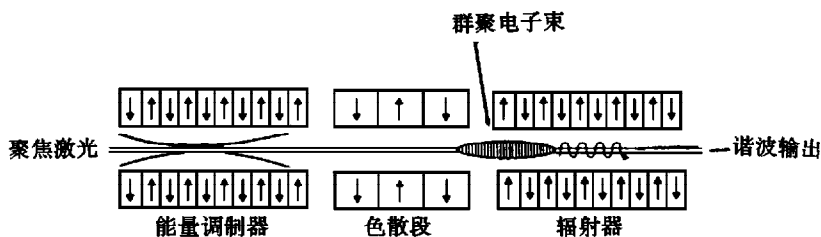


图 1 光速调管结构及电子群聚示意图

无论采用哪种工作方式, 目前储存环上开展自由电子激光研究的 Undulator 绝大部分是采用 Vinokurov 和 Skrinksky^[4]提出的光速调管(optical klystron)设计. 光速调管由三部分组成, 第一部分和第三部分是两个普通的 Undulator, 其间由三个磁极组成的色散段隔开, 如图 1 所示. 光速调管的工作原理是: 电子束和强激光同时进入第一个 Undulator, 即能量调制段, 电子能量 γ 、激光波长 λ_s 和 Undulator 的无量纲均方根磁场 a_u 和波长 λ_u , 严格满足共振关系 $\lambda_s = \lambda_u(1 + a_u^2)/2\gamma^2$, 因此电子和光场之间可以有效地交换能量. 由于电子初始相位的不同, 在一个波长 λ_s 范围内, 相位处于 $(-\pi, 0)$ 内的电子将获得能量, 相位处于 $(0, \pi)$ 范围内的电子将损失能量. 其结果是在第一个 Undulator 的出口处, 入射电子束的能量将在 λ_s 的尺度内受到调制, 因此常把第一个 Undulator 称为能量调制段. 色散段由三个磁极组成, 为了加强电子的横向色散运动, 磁极的尺寸和磁场强度都是大大增加了, 其目的是使能量受到调制的电子束, 在进入色散段后受到一个特强的横向磁场的作用力, 使它们受到一个较大距离的横向偏转. 电子偏转的曲率半径 $R = m_e \gamma / eB_d$, B_d 是色散段磁场强度. 能量大的电子偏转半径较大, 因此在色散段经过的路程较短; 能量小的电子偏转的半径也要小些, 在通过色散段的路程就较长. 这样, 当电子束在 λ_s 长度内能量受到调制后, 经过色散段的时间就不相同. 处在前半段 λ_s 内的电子要经过较长的时间; 处在后半段 λ_s 内的电子只经过较短的时间, 于是在色散段的出口处就形成电子束在 λ_s 尺度内的群聚(bunching)现象, 即电子束的密度压缩. 群聚后的电子束进入第三段即第二个 Undulator, 在摇摆磁场的激励下会产生相干的同步辐射, 这就是光速调管的基本原理.

光速调管的主要特点是在较短的色散段能使电子束达到有效的密度群聚, 在辐射段实现高增益的自由电子激光输出. 采用光速调管设计比相同长度的 Undulator 激光增益要提高 5—10 倍^[5], 能散度小的电子束增益提高的倍数要大些. 现有的大部分储存环自由电子激光并非专门为之设计的, 因此它的直线段比较短, 采用光速调管设计可以弥补因此而引起的局限性, 这就是储存环自由电子激光普遍采用光速调管的根本原因.

电子束的能量调制是设计光速调管的关键. 能否在能量调制段内使电子束达到有效的能量调制, 以及电子束参数和光速调管参数对能量调制的影响, 正是本文要研究的主要内容.

2 光速调管的能量调制

本文重点讨论外强激光源对电子束能量调制的物理过程, 其方法和结论同样适用于振荡器方式工作的储存环自由电子激光. 采用光速调管的方法来产生相干辐射, 关键是外激光源能否对电子束产生有效的能量调制. 因此精确地计算电子束在能量调制段的调制情况, 以及电子束参数和光速调管参数对能量调制的影响是十分必要的. 储存环产生的电子束能量在超相对论区, 电子束流强又比较弱, 因此在描述电子的运动时可以忽略空间电荷效应. 电子束在 Undulator 内的横向 Betatron 运动周期长度 $\lambda_\beta \approx \sqrt{2} \lambda_u \gamma / a_u \approx 20 \text{ m}$, 对于不到 2 m 的光速调管, 特别是对于能量调制段, 完全可以忽略电子横向位置的变化. 在上述简化模型下, 描述电子状态的能量和相位的三维方程组可以表述如下^[6]:

$$\frac{d\gamma_j}{dz} = -\frac{a_u(\mathbf{r}_j)}{\gamma_j} e_s(\mathbf{r}_j, z) [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \sin \psi_j, \quad (1)$$

$$\frac{d\psi_j}{dz} = (k_s + k_u) - \frac{\omega_s}{c\beta_{zj}} + \frac{d\varphi_s}{dz}, \quad (2)$$

这里 γ_j 是第 j 个电子的能量 (以 $m_e c^2$ 为单位), $\psi_j = (k_s + k_u) z_j - \omega_s t_j + \varphi_s(z, \mathbf{r}_j)$, $J_0(\xi)$ 和 $J_1(\xi)$ 是 Bessel 函数, $\xi = a_{u0}^2 / [2(1 + a_{u0}^2)]$, $\mathbf{r}_j = x_j \hat{e}_x + y_j \hat{e}_y$ 是第 j 个电子的横向位置, Undulator 无量纲均方根磁场 $a_u(\mathbf{r}_j) = a_{u0}(1 + k_u^2 y_j^2 / 2)$, $a_{u0} = |e| B_u^0 / (\sqrt{2} m_e c^2 k_u)$, $k_u = 2\pi / \lambda_u$, 是 Undulator 的波数, B_u^0 是对称轴上的磁场值, $k_s = \omega_s / c$ 是外激光场的波数, $\varphi_s(z, \mathbf{r}_j)$ 和 $e_s(\mathbf{r}_j, z)$ 由下面的公式确定 (高斯光束):

$$e_s(\mathbf{r}_j, z) = \frac{eE_0}{\sqrt{2} m_e c^2} \frac{W_x(0) W_y(0)}{W_x(z) W_y(z)} e^{-\left(\frac{x^2}{W_x^2(z)} + \frac{y^2}{W_y^2(z)}\right)}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_s(\mathbf{r}_j, z) = & \frac{\omega_s}{4c} \left(\frac{x^2}{R_x(z)} + \frac{y^2}{R_y(z)} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left[\arctg\left(\frac{z - Z_{wx}}{Z_{Rx}}\right) + \arctg\left(\frac{z - Z_{wy}}{Z_{Ry}}\right) \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$R_x(z) = (z - Z_{wx}) + \left[1 + \frac{Z_{Rx}^2}{(z - Z_{wx})^2} \right], \quad (5)$$

$$R_y(z) = (z - Z_{wy}) + \left[1 + \frac{Z_{Ry}^2}{(z - Z_{wy})^2} \right], \quad (6)$$

$$Z_{Rx} = \pi \frac{W_x^2(0)}{\lambda_s}, \quad Z_{Ry} = \pi \frac{W_y^2(0)}{\lambda_s} \quad (7)$$

$$W_x^2(z) = W_x^2(0) \left[1 + \left(\frac{2(z - Z_{wx})}{k_s W_x^2(0)} \right)^2 \right], \quad (8)$$

$$W_y^2(z) = W_y^2(0) \left[1 + \left(\frac{2(z - Z_{wy})}{k_s W_y^2(0)} \right)^2 \right], \quad (9)$$

其中 Z_{Rx} , Z_{Ry} , $W_x(0)$, $W_y(0)$ 是光束参数, Z_{wx} , Z_{wy} 是束腰位置纵向坐标, $W_x(0)$ 和

$W_y(0)$ 是束腰的横向半径, E_0 是外激光源的电场振幅, 这些量由初始分布给出.

由于实际电子束除了有空间 (x, y, z) 分布外, 还有因发射度引起的 V_x 和 V_y 的分布和因能散度引起的 γ_j 的分布. 此外 Undulator 内的磁场和外激光源也是空间三维分布. 因此严格求解方程(1)和(2)是一个空间三维问题. 但是在不同的近似条件下可以得到不同的近似解, 下面将分别进行讨论.

2.1 零级近似解

在能量调制段, 电子和光场之间的相互作用比较弱, 特别是激光场比较弱电子能量比较高的情况下. 此时可以把(1)式右端各量看成常数, 然后把(1)式从 Undulator 的入口到出口处积分得

$$\Delta\gamma_j = \gamma_j - \gamma_{j0} = \frac{e^2 \lambda_u B_u^0 E_0}{4\pi \gamma_{j0} (m_e c^2)^2} L_u [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \sin \phi_{j0}, \quad (10)$$

其中 ϕ_{j0} 是电子在 Undulator 入口处的初始相位, $L_u = N_u \lambda_u$ 是 Undulator 的总长度, N_u 是周期数. 这样知道了每一个电子的初始相位 ϕ_{j0} 和其他有关参数就可以求出每一个电子在经过能量调制后相应的能量增量 $\Delta\gamma_j$. (10) 式显然是一个粗略的估算, 原因是电子和光场之间存在着能量交换, 这种能量的变化又反过来影响它们之间的相互作用.

2.2 一级近似解

假定电子的能量及相应的速度, 因相互作用而发生变化且变化又不太大. 因此令 $\gamma_j = \gamma_{j0} + \Delta\gamma_j$, $\Delta\gamma_j \ll \gamma_{j0}$ 是电子在和光场相互作用过程中引起的能量改变. 则由(1)式可以求得

$$\frac{d\Delta\gamma_j}{dz} \simeq - \frac{a_u(\mathbf{r}_j) e_s(\mathbf{r}_j, z)}{\gamma_{j0}} [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \sin \phi_j. \quad (11)$$

电子的纵向坐标和时间之间应满足下列关系,

$$t_j = t_{0j} + \int_0^{z_j} \frac{dz}{c\beta_{zj}}, \quad (12)$$

其中 t_{0j} 是第 j 个电子进入 Undulator 的时间, β_{zj} 是它的纵向无量纲速度(以光速 c 为单位). 把(12)式代入 ϕ_j 的表达式, 并对 $1/\beta_{zj}$ 展开取一级量后可得

$$\phi_j \simeq (k_s + k_u) z_j - k_s \int_0^{z_j} \frac{dz}{\beta_{zj}^0} + k_s \int_0^{z_j} \Delta\beta_{zj} dz + \varphi_s. \quad (13)$$

上式对 z 求导, 并利用共振关系可得 $\Delta\beta_{zj} \simeq (1 + a_{u0}^2) \Delta\gamma_j / \gamma_{j0}^3$, 并略去小量 $d\varphi_s/dz$ 后可以求得

$$\frac{d\phi_j}{dz} = \frac{(1 + a_{u0}^2)}{\gamma_{j0}^3} \Delta\gamma_j. \quad (14)$$

由(11)式和(14)式可以求得

$$\frac{d^2\phi_j}{dz^2} = -k_{sy}^2 \sin^2 \phi_j, \quad (15)$$

其中

$$k_{sy} = 2 \left\{ [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \frac{a_{u0} e_s}{(1 + a_{u0}^2)} \right\}^{1/2} k_u \quad (16)$$

是电子在有质动力势中作同步振荡的波数. 方程(15)的初始条件是: $z=0$, $\psi_0 = -\omega_s t_{0j}$, $\psi' = 0$. 采用文献[7]的办法, (15)式的解为

$$\sin\left(\frac{\psi_j}{2}\right) = k_j \operatorname{sn}[k_{sy} z_j + K(k_j)], \quad (17)$$

其中 $\operatorname{sn}(u)$ 是雅氏椭圆函数, $K(k_j)$ 为全椭圆积分, $k_j = \sin(\psi_0/2)$. 对(16)式求导数, 并利用椭圆函数关系, 代入(14)式可以求得第 j 个电子在调制段末端的能量为

$$\gamma_j = \gamma_0 + \frac{k_{sy}}{k_u} \frac{2\pi\gamma_0}{K(k_j)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{q_j^{n-1/2}}{(1+q_j^{2n-1})} \sin\left[(2n-1) \frac{\pi k_{sy} L_u}{2K(k_j)}\right], \quad (18)$$

其中

$$q_j = \epsilon_j + 2\epsilon_j^5 + 15\epsilon_j^9 + 150\epsilon_j^{13} + \dots, \quad (19)$$

$$\epsilon_j = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{k'_j}}{1 + \sqrt{k'_j}} \right), \quad k'_j = (1 - k_j^2)^{1/2}.$$

这样就可以从给定的初始参数求出每一个电子的能量.

2.3 精确解

为了严格求解电子在能量调制段的能量变化, 原则上必须数值求解方程组(1)–(9), 数值解可以精确反映电子在 Undulator 激励下, 和光场之间的细致物理过程. 从数值求解的角度讲这并不是很难的, 只要给出每个电子的初值和相应 Undulator 参数和外激光源的参数就可以了. 这里比较困难的是每一个电子的六个初值, 即电子的横向坐标 x_{j0} , y_{j0} ; 横向速度 V_{xj0} , V_{yj0} ; 能量 γ_{j0} 和初始相位 ψ_{j0} . 除了电子的相位外, 电子的横向坐标和横向速度要由电子束的均方根半径和发射度来确定; 电子的能量分布要由电子束的均方根能散度 σ_γ/γ 来确定. 一个实际的电子束团的电子数高达 10^9 – 10^{10} 左右, 在数值模拟时只能取适当数目的模拟电子来代表, 一般在 10^4 个左右. 在一般的直线加速器自由电子激光中, 在给定束流半径和发射度后, 可以在相空间根据一定的分布, 用 M.C. 随机抽样的办法给出每个电子的初值.

但是在储存环自由电子激光中, 这套办法实际证明是不行的, 原因是电子束的质量很高, 速度、位置、能量的分散值很小, M.C. 随机抽样引起“噪声”比较大, 因此算出的能量调制图像完全被“噪声”所掩盖. 为了解决这个问题, 一种办法是增加模拟电子数, 因为 M.C. 随机抽样的精度与 $1/\sqrt{N}$ 成正比, N 是模拟电子数. 实践表明, 一般 N 要取 10^5 – 10^6 个电子才能有效地解决“噪声”问题. 另一种办法是采用统计平均法, 基本思想是, 电子束的 x , y 位置分布, V_x , V_y 和 γ 分布都遵从高斯分布. M.C. 法是随机地, 在高斯分布上确定每一个值. 统计平均法则把高斯分布等面积地划分为有限的几个区, 一般选取 10 个区左右, 每个电子只能在分区的重心上取值. 这样做的结果是大大地降低了“噪声”. 实际计算表明, 大约只要 3868 个模拟电子就足够了.

3 计算结果

为了对第 2 节的三种计算电子束能量调制的方法给出定量的对比,我们以 100MW 三倍频钕玻璃激光为外源(波长 $\lambda_s=0.353\mu\text{m}$),对电子束的能量进行调制.根据通常光速调管可以达到的参数,设 $\lambda_u=7.2\text{cm}$, $N_u=20$, $L_u=144\text{cm}$, $a_u=2.97$,为满足共振关系电子的能量 $\gamma=1000$.采用这套参数,在理想电子束(能散度 $\sigma_\gamma/\gamma=0$,发射度 $\epsilon=0$)的条件下,分别用零级近似公式(10),一级近似公式(18),(19)和精确的数值解进行了计算.表 1 列出了不同初始位置的电子在 Undulator 出口处的能量增量 $\Delta\gamma$.由于电子束在有质动力势中的相互作用是在激光波长 λ_s 的尺度上呈周期性变化,所以只需要给出一个 λ_s 内电子能量变化,即 $(-\pi,\pi)$ 内电子能量的变化,就足以代表整个电子束的分布了.表 1 为 9 个不同相位上能量调制的增量 $\Delta\gamma$.从表 1 可以看出,零级近似解和一级近似解的结果相对

表 1 三种方法计算的 $\Delta\gamma$ 随相位的分布

$\Delta\gamma$ 方 法 \ 相 角	-151°	-116.13°	-81.29°	-46.45°	0°	46.45°	81.29°	116.13°	151°
零级近似	0.456	0.844	0.929	0.681	0	-0.681	-0.929	-0.844	-0.456
一级近似	0.471	0.856	0.921	0.661	0	-0.661	-0.921	-0.856	-0.471
精确解	0.443	0.839	0.921	0.679	0.03	-0.636	-0.908	-0.862	-0.493

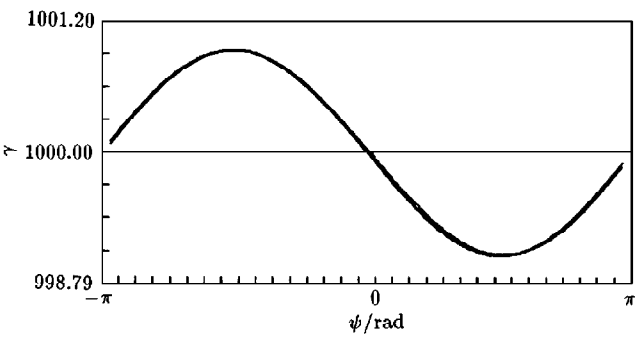
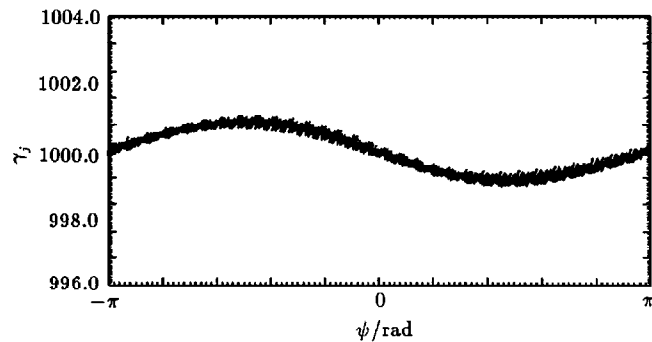


图 2 理想电子束用三种方法计算的能量调制分布,三条曲线基本上重叠在一起

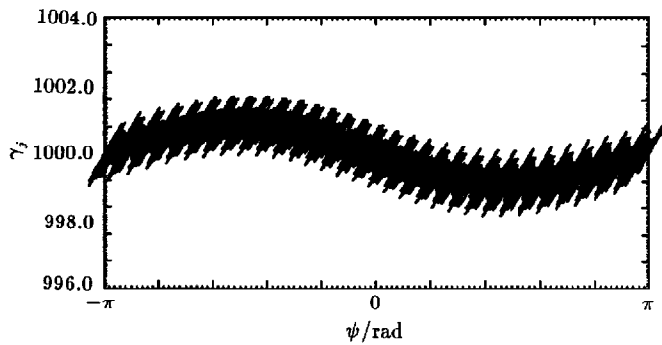
中心是左右反对称的,这与(10)和(18)式的结论是一致的,具体计算结果相差不超过 5%.精确解是 4216 个电子的模拟值,相应相角的 $\Delta\gamma$ 是平均值.由于电子在有质动力势中的同步振荡并不是严格对称的,而是向中心表现出“群聚”现象,因此数值模拟的 4216 个电子的平均值和解析解的结果不一样,不具有严格的反对称性.中心向右偏移是和自由电子激光的物理图像一致的.从表 1 三种方法的计算结果可以看出,无论是零级近似解还是一级近似解,和精确解的结果相比,数值相差不超过 10%.图 2 是三种方法在一个周期

内的电子能量调制分布,可以看出三条曲线基本上是重叠的。

下面以合肥国家同步辐射实验室的储存环电子束参数为例,考察一下束流能散度对能量调制的影响.假定束团的空间分布和发射度都为高斯分布,束团尺寸的均方根分布值分别为 $\sigma_x=0.0273\text{cm}$, $\sigma_y=0.0108\text{cm}$, $\sigma_z=1.23\text{cm}$, 横向角散度均方根分布值由发射度确定,分别为 $\sigma_{x'}=\epsilon_x/4\pi\sigma_x=0.6318\times 10^{-5}\text{rad}$, $\sigma_{y'}=\epsilon_y/4\pi\sigma_y=0.1597\times 10^{-4}\text{rad}$. 设电子束的能量 $\gamma=1000$, 外激光源采用三倍频的钕玻璃激光, 波长 $0.353\mu\text{m}$, 功率 100MW , 其余参数和上述计算取值相同. 图 3 给出了实际电子束在能量调制段一个波长内的电子能量分布图. 图 3(a), (b) 分别表示均方根能散度 σ_γ/γ 为 0.9429×10^{-4} , 0.5×10^{-3} . 从中可以看到图 3(b) 的均方根能散度只比(a)图大 5 倍, 但实际上在长达 144cm 的能量调制段已无法达到有效的能量调制. 图 3(b) 的能量分布已不可能在色散段达到有效的密度调制的目的. 由此可知, 利用储存环的电子束产生波长 $\lambda_s<100\text{nm}$ 的相干光源, 其均方根能散度 σ_γ/γ 不得大于 10^{-4} .



(a)



(b)

图 3 实际电子束的能量调制分布图

(a) $\sigma_\gamma/\gamma=0.9429\times 10^{-4}$; (b) $\sigma_\gamma/\gamma=0.5\times 10^{-3}$

4 结 论

本文用不同方法计算了光速调管中电子束的能量调制,结论是零级近似解和一级近似解与精确解的结果相差不会超过 10%.同时以合肥国家同步辐射实验室储存环的实际参数为例,计算了电子束能散度对能量调制的影响,结论是要产生 $\lambda_s < 100\text{nm}$ 的自由电子激光,其能散度 σ_γ/γ 不得大于 10^{-4} .

- [1] M. Billardon *et al.*, *IEEE J. Quant. Electron.*, **EQ-21**(7)(1985), 805; M. E. Couprie *et al.*, *Nucl. Inst. Meth. in Phys. Resea.*, **A296**(1990), 13.
- [2] G. N. Kulipanov *et al.*, *Nucl. Inst. Meth. in Phys. Resea.*, **A296**(1990), 1.
- [3] Y. Wu, *Nucl. Inst. Meth. in Phys. Resea.*, **A341**(1994), 363.
- [4] N. A. Vinokurov and A. N. Skrinsky, Preprint 77-59 of the INP, USSR, 1977.
- [5] D. A. G. Deacon and J. M. Ortega, *Laser Handbook Vol. 6*(North-Holland, 1990), p. 345.
- [6] C. A. Brau, *Free Electron Laser* (Academic Press, 1990), pp. 82—85.
- [7] 于 敏, 强激光与粒子束, **3**(2)(1991), 127.

ELECTRON BEAM ENERGY MODULATION IN SR-FREE ELECTRON LASER

YANG ZHEN-HUA WU YU-PU

(Beijing Institute of Applied Physics Computational Mathematics, Beijing 100088)

(Received 5 February 1996)

ABSTRACT

In this paper, we have computed with three different methods the electron beam energy modulation in optical klystron on storage ring free electron laser and also computed the effects of the electron beam parameters on energy modulation. The numerical results show that the three dimensional simulation is necessary.

PACC: 4255T