

量子盘三电子系统的基态性质^{*}

解文方 陈传誉

(广州师范学院物理系, 广州 510400)

(1997 年 2 月 17 日收到; 1997 年 3 月 31 日收到修改稿)

用少体物理的方法, 研究了磁场中量子盘三电子系统极化态的基态能量和盘厚之间的关系. 随着量子盘厚度的增加, 三电子系统中的幻数角动量态即分数量子霍耳效应态将不再出现. 结果还表明, 幻数角动量消失的量子盘厚度随磁场强度的增加而减小.

PACC: 7190; 6848

1 引 言

随着分子束外延等新兴科学技术的发展, 加工制备准一维系统的先进技术已经被用来实现准零维系统——量子点. 由台面刻蚀产生的量子点列阵已被设计成双垒异质结, 用于研究纵向输运. 金属膜(NiCr)和 p 型 InSb 间的肖特基接触的耗尽效应也已被用于实现量子点的可调列阵. 目前量子点的实验和理论研究越来越广泛, 已发展成为一个引人注目的领域^[1,2]. 人们通过控制门电压, 可以使量子点内的电子数从 1 开始逐个增加, 从而形成少电子系统. Kastner^[3]等又把量子点比拟为“人造原子”, 这是因为这种人工微结构的许多性质与天然原子相似, 其控制栅等效于原子核的中心力场的束缚, 形成分立的能级, 从而其电荷和能量都是量子化的^[3].

显然, 与原子问题一样, 量子点的能级和相应的电子态是要研究的基本问题. 对二维系统的情况, 早在 1983 年, Laughlin^[4]在研究分数量子霍耳效应时就曾研究过在磁场下受简谐势约束的三个电子二维系统的量子态问题, 他研究了最低 Landau 能级的自旋极化态, 指出具有幻数角动量 $L = 3k$ ($k = 1, 2, \dots$) 的态是基态. Girvin 等^[5]分析了包含更多个电子的系统, 证明了包含 3, 4, 5 个的少电子系统, 幻数角动量虽然不同, 但它们确实存在.

近年来, 量子点的理论和实验研究都取得了长足的进步. 实验上已能作出几个分子层厚度的准二维量子点^[6]. 显然, 对于约束在量子点内的少电子系统而言, 当厚度不为零时, 电子-电子间短程库仑作用将不同于二维的情况, 必然随厚度而变化, 并将导致电子系统基态性质的变化. 因此, 面对量子点存在厚度的客观事实, 研究量子点内少电子系统的性质随厚度的变化是有实际意义的基本问题. 最近, Peeters 等^[7]就研究了具有厚度的量子盘二电子系统处于磁场中能级的变化情况. 本文将利用少体物理的方法, 研究磁场中量

^{*} 国家自然科学基金和广东省自然科学基金资助的课题.

子盘三电子系统极化态的基态性质与量子盘厚度间的关系. 我们发现, 随着量子盘厚度的增加, 即电子间的库仑相互作用的短程部分“软化”, 电子态的幻数角动量将消失, 即分数量子霍尔效应将消失. 此外还发现, 幻数角动量消失的量子盘厚度随磁场强度的增加而减小.

2 模型与理论

考虑三个有效质量为 m^* 的电子, 被约束在一个宽度为 d 的无限高势垒量子点中, 外磁场沿 z 轴方向. 系统的 Hamilton 量可以写为

$$H' = \frac{1}{2m^*} \sum_{i=1}^3 (\hat{P}_i + e\mathbf{A}_i)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \sum_{i=1}^3 r_i^2 + \sum_{i>j} V_C(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) - g^* \mu_B B \sum_i \hat{S}_{iz} + V_0(z), \quad (1)$$

$$V_0(z) = \begin{cases} 0 & 0 \leq z \leq d, \\ \infty & \text{其他,} \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{r}_i$ 分别是第 i 个电子的矢量势和位矢, g^* 为朗德因子, μ_B 为玻尔磁子, ω_0 为简谐势的圆频率, $V_C(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$ 为库仑相互作用.

根据文献[7,8]的讨论可知, 当 z 方向的限制比 (x, y) 平面的限制大得多的情况下, 在 z 方向仅有最低的电子副带被占据, 则 z 方向与 (x, y) 平面没有耦合. 那么上述 3D 问题就可以精确地用一个 2D 问题来近似. 对于 $d \leq 2.5 \text{ nm}$ 和简谐势的半径 $R \geq 10 \text{ nm}$ 的量子盘可以近似地用一个准二维模型来研究, 但由于 $V_0(z)$ 的影响, 库仑相互作用势要修改为

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon\sqrt{\rho^2 + \lambda^2}},$$

其中 $\lambda = 0.2 d^{[7,8]}$. 系统的 Hamilton 量可重写为

$$H = \frac{1}{2m^*} \sum_{i=1}^3 (\hat{P}_i + e\mathbf{A}_i)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \sum_{i=1}^3 \rho_i^2 + \sum_{i>j} V_C(\rho_{ij}) - g^* \mu_B B \sum_i \hat{S}_{iz} + V_0(z), \quad (1')$$

其中

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{x^2 + y^2}, \\ V_C(\rho_{ij}) &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon\sqrt{\rho_{ij}^2 + \lambda^2}}, \\ \rho_{ij} &= |\boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\rho}_j|. \end{aligned}$$

我们取 $\mathbf{A} = \frac{B}{2}(-y, x, 0)$, 则 Hamilton 量为

$$H = \frac{1}{2m^*} \sum_{i=1}^3 \hat{P}_i^2 + \frac{1}{2} m^* \omega^2 \sum_{i=1}^3 \rho_i^2 + \sum_{i>j} V_C(\rho_{ij}) + \frac{1}{2} \omega_c \sum_{i=1}^3 \hat{L}_{iz}$$

$$= g^* \mu_B B \sum_i \hat{S}_{iz} + V_0(\mathbf{z}), \quad (3)$$

其中杂化频率 $\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_C^2/4$, $\omega_C = eB/m^*$. 引入质心坐标和 Jacobi 坐标(如图 1 所示),

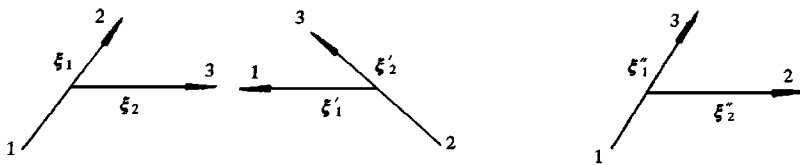


图 1 三体系统的 Jacobi 坐标

则系统的运动可以分离为质心运动和内部运动,其 Hamilton 量也可以相应地分为两部分

$$H = H_{\text{cm}} + H_i, \quad (4)$$

H_{cm} 是质心运动的 Hamilton 量,而 H_i 是内部运动的 Hamilton 量.质心运动简单的就像一个二维谐振子,下面我们仅讨论内部运动,即

$$H_i = \frac{P_{\xi_1}^2}{2\mu_{\xi_1}} + \frac{P_{\xi_2}^2}{2\mu_{\xi_2}} + \sum_{i>j} U(\rho_{ij}) - g^* \mu_B B \sum_i \hat{S}_{iz} + \frac{1}{2} \omega_C \sum_i \hat{L}_{iz} + V_0(\mathbf{z}), \quad (5)$$

其中

$$U(\rho_{ij}) = \frac{1}{6} m^* \omega^2 \rho_{ij}^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon\sqrt{\rho_{ij}^2 + \lambda^2}}, \quad (6)$$

$$\mu_{\xi_1} = \frac{m^*}{2}, \quad \mu_{\xi_2} = \frac{2m^*}{3}.$$

对自旋为 $s=1/2$ 的三电子系统,全反对称化的本征波函数可以展开为

$$\tilde{\Phi} = A \{ \varphi_{n_1 l_1}^{\omega}(\xi_1) \varphi_{n_2 l_2}^{\omega}(\xi_2) \chi_s^S \}, \quad (7)$$

其中 φ_{nl}^{ω} 是频率为 ω 的二维谐振子波函数,且能量为 $(2n + |l| + 1)\hbar\omega$, l 是轨道角动量; χ_s^S 是自旋波函数,

$$\chi_s^S = [(\eta(1)\eta(2))_s \eta(3)]_S. \quad (8)$$

$\eta(i)$ 为第 i 个电子的自旋波函数,角标 s 是 1 和 2 两个电子构成的子系统的自旋量子数,角标 S 是三电子系统的总自旋量子数; A 是反对称化算符.波函数的全反对称化采用二维的 Talmi-Moshinsky 系数^[9].

3 结果及讨论

利用文献[8]中的计算方法,我们对 GaAs 材料进行了具体的数值计算,其参数为 $m^* = 0.067 m_e$ (m_e 为电子的裸质量), $\epsilon_r = 13.1$, $g^* = 0.52$. 图 2 给出量子盘半径 $R = 25 \text{ nm}$, 磁场强度 $B = 10 \text{ T}$ 的三电子系统极化态能量随厚度 d 的变化关系 ($L < 10$). 从图 2 可以看出,当 d 从 0 开始增加时,系统的能量逐渐增加,当 $d \approx 0.2 \text{ nm}$ 时能量达到最大值,然

后随着 d 的增加而迅速减小, 在 d 大约为 0.8 nm 时, 各能态的能量趋于定值, 不再随 d 的增加而变化. 我们还发现在所给出的 10 条曲线中, 最后趋于 $E \approx 35.0 \text{ meV}$, $E \approx 18.5 \text{ meV}$ 两条渐近线. 也就是说, 当量子盘的厚度 $d > 0.8 \text{ nm}$ 时, $L = 3k$ ($k = 1, 2, \dots$) 态的能量不再具有幻数角动量(即分数量子霍尔效应态)的特征. 而在 $d < 0.8 \text{ nm}$ 时, 幻数角动量子态的特征却非常明显. 可见, 量子点少电子系统幻数角动量的出现, 库仑势的作用是十分明显的. 实际上, 量子点内幻数角动量的出现, 在于系统能量中的势能是否占主导地位. 若势能占主导地位, 则系统的量子态尽量取几何对称性高的组态, 使体系的能量较低和稳定性较高, 从而构成少电子系统的基态. 相反, 若系统的动能占主导地位, 则系统的能量随角动量 L 的增加而增加, 即角动量低的态能量就低, 在这种情况下, 系统的量子态不再具有幻数角动量特征.

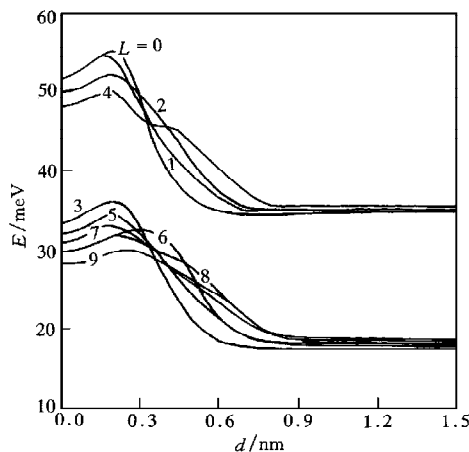


图2 当 $R = 25 \text{ nm}$, $B = 10 \text{ T}$ 时, 量子盘三电子系统极化态能量与盘厚度间的变化关系

为了观察当系统的动能增加(即约束势增大)时, 量子盘内电子组态的性质, 我们进一步计算了 $R = 15.0 \text{ nm}$, $B = 10 \text{ T}$ 情况下, 三电子系统极化态组态能量随盘的厚度 d 变化的关系, 结果如图 3 所示. 可以看出, 当 $d > 0.8 \text{ nm}$ 时, 各组态的能量不再随 d 的变化而变化, 但在这之后由于约束势的增大使各态能量的渐近线彼此不像约束势小的情况(图 2)那样互相靠近.

最后, 保持 $R = 15.0 \text{ nm}$, 而磁场强度 $B = 30 \text{ T}$, 我们进行了计算(见图 4), 结果发现各态能量的渐近线又十分靠近. 可见, 磁场的存在对约束势的影响起抵消作用, 即磁场的作用与约束势的作用正好相反. 再比较图 2 和图 4, 发现在后一种情况下, 当量子盘厚度 $d > 0.5 \text{ nm}$ 时, 系统量子态的幻数角动量特征就消失了. 也就是说, 系统幻数角动量消失(分数量子霍尔效应态)所对应的量子盘的厚度随磁场的增强而变小.

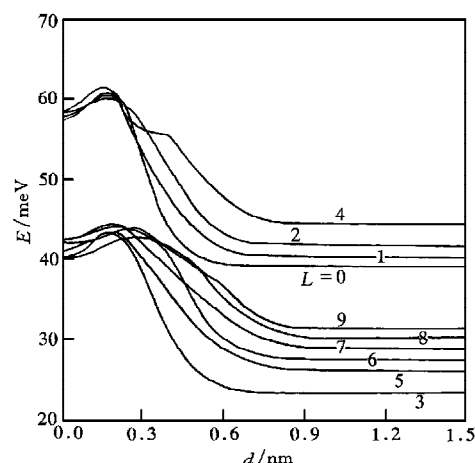


图3 当 $R=15\text{ nm}$, $B=10\text{ T}$ 时,量子盘三电子系统极化态能量与盘厚度间的变化关系

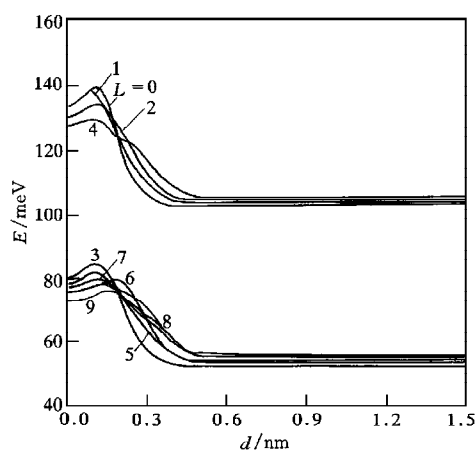


图4 当 $R=15\text{ nm}$, $B=30\text{ T}$ 时,量子盘三电子系统极化态能量与盘厚度间的变化关系

- [1] N.F.Johason, *J. Phys. Condens Matter*, **7**(1995),965.
- [2] D.Pfannkuche, S.E.Ulloa, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995),1194.
- [3] M. A. Kastner, *Rev. Mod. Phys.*, **64**(1992), 848; M. Buttiker, Y. Imry, R. Laudauer, *Phys. Lett.*, **A96**(1983), 365.
- [4] R. B. Laughlin, *Phys. Rev.*, **B27**(1983), 3383.
- [5] S. M. Girvin, J. Jach, *Phys. Rev.*, **B28**(1983), 4506.
- [6] S. Fafard, D. Leonard, J. L. Merz *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **66**(1995), 1767.
- [7] F. M. Peeters, V. A. Schweigert, *Phys. Rev.*, **B53**(1996), 1468.
- [8] R. Price, X. Zhu, S. D. Sarma *et al.*, *Phys. Rev.*, **B51**(1995), 2017.
- [9] W. Y. Ruan, *J. Math. Phys.*, **37**(1996), 3760.

THE FEATURES OF GROUND STATES IN THREE-ELECTRON QUANTUM DISKS

XIE WEN-FANG CHEN CHUAN-YU

(Department of Physics, Guangzhou Teachers' College, Guangzhou 510400)

(Received 17 February 1997; revised manuscript received 31 March 1997)

ABSTRACT

By use of the method of few-body physics, we study the relations between the energy of ground state and the thickness of three-electron quantum disk in a magnetic field. As the thickness increases, the magic number angular momentum states of three-electron (i. e., the states of fractional quantum Hall effect) will be destroyed. The results show the thicknesses of quantum disks whose magic number angular momentum is destroyed decrease as the magnetic fields increase.

PACC: 7190; 6848