

用数字有限脉冲响应滤波器控制混沌

罗晓曙 孔令江

(广西师范大学物理与电子科学系, 桂林 541003)

屈万里

(华中理工大学电信系, 武汉 430074)

(1997 年 7 月 2 日收到; 1998 年 2 月 20 日收到修改稿)

利用数字有限脉冲响应滤波器稳定微分动力系统和二维离散映象混沌吸引子中不稳定周期轨道的方法, 实现了高周期轨道的稳定控制. 分别研究了 Lorenz 系统和 Henon 映象, 给出了初步的分析和数值模拟结果. 这种方法的主要特点是不需要获取混沌系统中不稳定周期轨道的任何信息, 控制参数的选择与被控混沌系统无关.

PACC: 0545; 4265

1 引 言

非线性系统中出现分岔和混沌往往产生有害的结果. 例如破坏激光的稳定性、导致电子电路不正常工作等. 因此人们希望能够找到实现混沌控制的方法, 以便能够把混沌运动状态控制到所希望的平衡点、周期和准周期态. 1990 年 Ott 等人^[1]基于上述思想, 首先提出了参数微扰法控制混沌, 由此激发起来的理论与实验应用研究的蓬勃展开, 使混沌的应用出现了契机, 为人们展示了十分诱人的应用与发展的美好情景^[2].

目前已经提出了许多不同的混沌控制方法, 如 OGY 法^[1]、偶然正比反馈法^[3]、自适应控制法^[4]和连续变量反馈法^[5]等. 这些方法都各有其特点和应用范围. 例如 OGY 法和自适应控制法根据混沌轨道中不稳定周期轨道的某些线性化特征, 对混沌系统接近不动点或周期轨道时进行控制, 使混沌系统达到各种周期状态. 本文建议一种利用具有惯性的有限脉冲响应滤波器控制混沌的方法, 成功地实现了高周期轨道的稳定控制, 讨论了这种方法能够实现混沌控制的机理, 并以 Henon 映象和 Lorenz 系统为例, 给出了数值模拟结果.

2 控制原理与方法

根据维纳滤波理论, 一个随机信号可看作是白噪声 $w(n)$ 通过一个线性系统 $H(z)$ 产生的, 如图 1 所示. 由图 1 可得 $x(n)$ 的自相关函数的 z 变换为

$$\Phi_{xx}(z) = H(z) H(z^{-1}) \Phi_{ww}(z).$$

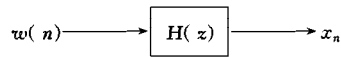


图1 维纳滤波器的信号模型

因为 $w(n)$ 是白噪声, 所以有

$$\Phi_{ww}(z) = \sigma_w^2 \quad (\sigma_w \text{ 为常数}),$$

从而

$$\Phi_{xx}(z) = \sigma_w^2 H(z) H(z^{-1}). \quad (1)$$

白噪声的自相关函数 $\varphi_{ww}(m) = \sigma_w^2 \delta(m)$, 即对于 $m \neq 0$, 恒有 $\varphi_{ww}(m) = 0$, 说明白噪声 $w(n)$ 在各不同时间点上的值是不相关的. 但 $w(n)$ 通过一个线性系统 $H(z)$ 后, 如果 $H(z)$ 是一个有惯性的系统(系统中有存储能量的器件), 则由(1)式可知 $x(n)$ 一定是非白色, 即随机信号 $x(n)$ 在各不同时间点上的值是相关的. 由此利用该系统的惯性可消除或减小信号的随机性, 使信号向更有序的方向转化.

根据上述信号理论, 我们设计了一种用线性惯性系统 $H(z)$ 对混沌系统进行控制的方法, 以消除其内随机性, 从而实现平衡点、周期轨道的控制. 控制原理如图2所示. 控制方法是: 对于 N 维混沌系统, 将各状态变量的信号 $x_i(n)$ 经 $H_i(z)$ 过滤处理后得到 $x'_i(n)$, 再将 $x'_i(n)$ 反馈回混沌系统. 通过调整线性系统

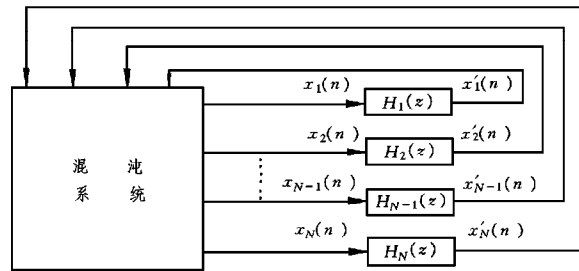


图2 控制原理方框图

$H_i(z)$ 的有关参数, 实现不同的控制目标. 本文中 $H(z)$ 用有限脉冲响应滤波器实现, 其横截型结构如图3所示, h_i 为滤波器的权系数, N 为滤波器的阶数, 系统 $H(z)$ 的差分方程为

$$x'_n = \sum_{i=0}^{N-1} h_i x_{n-i}. \quad (2)$$

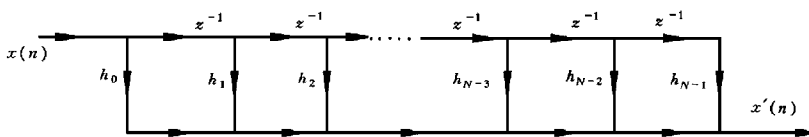


图3 有限脉冲响应滤波器横截型结构

3 Henon 映象

Henon 映象^[6]的叠代方程为

$$x_{n+1} = p_0 - x_n^2 + 0.3 y_n, \quad y_{n+1} = x_n. \quad (3)$$

根据图 2 所示控制原理和 $H(z)$ 的差分方程(2), 得到受控后 Henon 映象的叠代方程为

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= p_0 - x_n'^2 + 0.3 y_n', & y_{n+1} &= x_n', \\ x_n' &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i x_{n-i}, & y_n' &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i y_{n-i}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 p_0 为参数, 不动点为

$$x_f = y_f = 1/2(-0.7 + \sqrt{0.49 + 4p_0}). \quad (5)$$

取参数 $p_0 = 1.152$ 时, Henon 映象处于混沌态^[7], 其失稳的不动点理论值为 $x_f = y_f = 0.778937553631732$.

用上述混沌控制方法对 Henon 映象中的分岔和混沌进行控制, 系统的初值取 $x_0 = 0.8$, $y_0 = 0.6$, 方程(3)叠代运算到 512 步时开始加入控制, 系统的初值及所有参数均以双精度型数据输入(保留小数位 15 位), 得到 1P, 2P, ..., 128P 的周期轨道. 通过在变量 y_n 中加入 x_n 的延迟量 $\epsilon \cdot x_{n-k}$, 可控制到 512P. 图 4—图 8 给出部分实验结果. 512P 由于

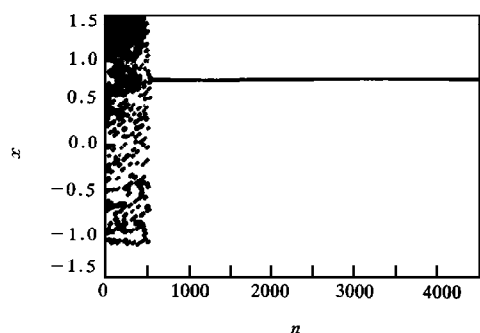


图 4 稳定 1P 的控制结果 $h_0 = 0.40$, $h_1 = h_2 = 0.15$, $h_3 = h_4 = 0.10$, $h_5 = h_6 = 0.05$

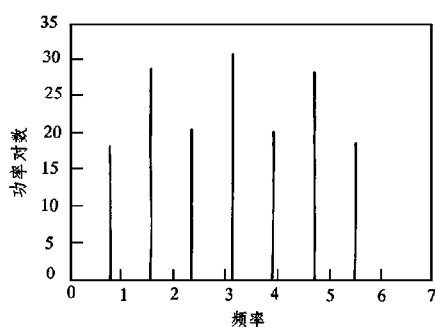


图 5 稳定 8P 频谱图 $h_0 = 0.9545$, $h_1 = 0.02$, $h_2 = h_3 = 0.01$, $h_4 = 0.003$, $h_5 = 0.002$, $h_6 = 0.0005$

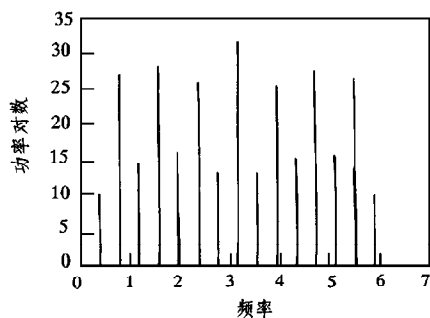


图 6 稳定 16P 频谱图 $h_0 = 0.95757$, $h_1 = h_2 = 0.0125$, $h_3 = 0.0094$, $h_4 = 0.0075$, $h_5 = 0.00018$, $h_6 = 0.00035$

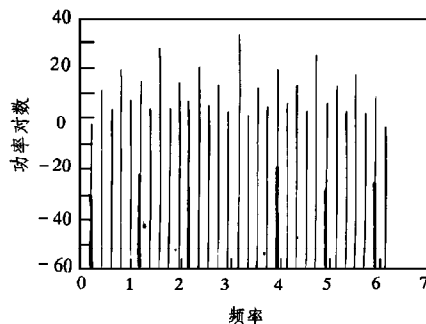


图 7 稳定 32P 频谱图 $h_0 = 0.95889$, $h_1 = 0.0123$, $h_2 = 0.0125$, $h_3 = 0.00885$, $h_4 = 0.00725$, $h_5 = 0.0002$, $h_6 = 0.00001$

谱分析分辨率有限,本文没有给出谱分析结果,但我们曾看到 512 P 的数值实验结果.滤波器 $H_i(z)$ 的各权系数 h_i 的选择十分简便,它不依赖于被控系统及其任何参数,即可独立选择,只要满足 $\sum_{i=0}^{N-1} h_i = 1$, h_i 的不同组合就可得到不同的控制结果,如图 4—图 8 所示.

数值模拟结果显示:当滤波器的权系数 h_i 在一定范围内变化时,可控制到周期相同、幅度不同的 $2^n P$ 轨道 ($n \geq 1$), $n=0$ 时不动点的值是唯一的.

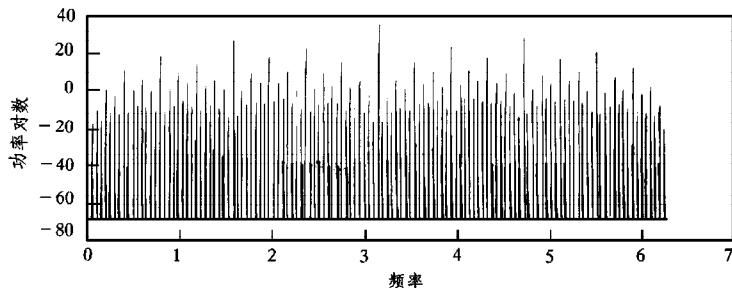


图 8 稳定 128 P 频谱图 $h_0=0.95918$, $h_1=0.01208$, $h_2=0.01180$,
 $h_3=0.0085$, $h_4=0.0075$, $h_5=0.0004$, $h_6=0.00054$

4 Lorenz 系统

Lorenz 方程为

$$\dot{x} = \sigma(y - x), \quad \dot{y} = -xz + rx - y, \quad \dot{z} = xy - bz. \quad (6)$$

当取参数 $\sigma=16.0$, $b=4.0$, $r=45.92$ 时,该方程有混沌解^[7],对于自治微分动力系统,即使方程为已知,截面映象也是未知的.我们采用四阶龙格-库塔算法求解方程组(6),步长根据控制目标进行调整.

采用第二节所述的控制方法,系统的初值及各种参数用浮点型数据输入(保留小数位 6 位),对 Lorenz 混沌系统进行控制,系统的初值取 $(x, y, z) = (50.0, 10.0, 60.0)$,滤波器的权系数 h_i 为 $(h_0, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5) = (0.5, 0.2, 0.1, 0.1, 0.05, 0.05)$,显然 h_i 满足 $\sum_{i=0}^{N-1} h_i = 1$.当积分步长 $\Delta t = 0.006$,积分 1024 步时加入控制,可把 Lorenz 混沌系统控制到左边不动点;当系统初值取 $(x, y, z) = (-10.0, -40.0, 70.0)$,其他控制条件同上,则可将系统控制到右边不动点.其结果分别如图 9—图 12 所示.

在以上两个数值例子中,有限脉冲响应滤波器的权系数 h_i 均满足 $\sum_{i=0}^{N-1} h(i) = 1$,实际上当 $\sum_{i=0}^{N-1} h(i) < 1$ 时,也能实行稳定控制,但控制的结果不是原系统的固有轨道.例如对 Lorenz 系统的控制中,在 $\sum_{i=0}^{N-1} h(i) < 1$ 的情况下,取 $h_0 = 0.5$, $h_1 = 0.2$, $h_2 = 0.1$, $h_3 = h_4 = h_5 = 0.05$,控制到不动点时, x, y, z 的值为 $x_f = 10.96646$, $y_f = 20.298651$, $z_f =$

14.253181. 显然, 这时不动点已不是原混沌系统的不动点. 对 Henon 映象的控制也有类似结论.

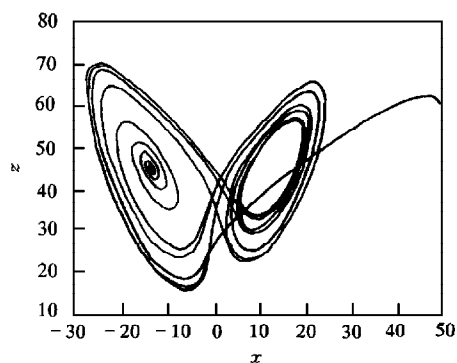


图 9 控制到左边不动点时 x - z 相图

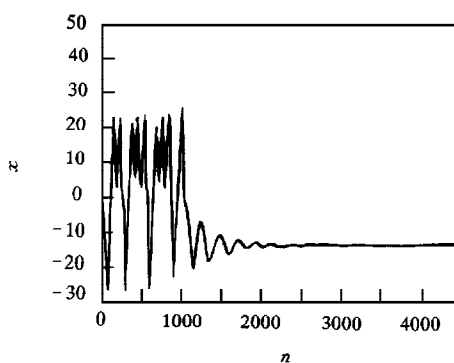


图 10 控制到左边不动点时变量 x 的波形图

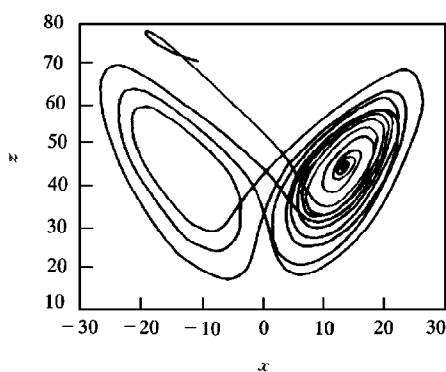


图 11 控制到右边不动点时 x - z 相图

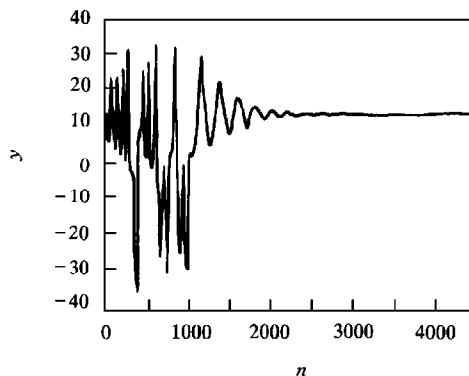


图 12 控制到右边不动点时变量 y 的波形图

当滤波器的权系数 h_i 满足 $\sum_{i=0}^{N-1} h(i) > 1$ 情况下, 系统易失去稳定性, 控制结果产生发散.

5 讨 论

1. 从上述两个例子可以看到, 本文提出的这种混沌控制方法可以有效地控制非线性系统中的分岔和混沌. 虽然控制方法的数学表述很简洁, 但其中包含了滤波系统可以消除和减少信号随机性这一原因.

2. 这种控制方法的一个重要特点是: 控制参数的选择与被控系统及其任何参数无关, 因此可以不需要知道系统的方程, 不用获取截面映象不稳定周期轨道的某些线性化特征, 也不用从混沌中取出某个不稳定周期轨道或测量这个不稳定周期轨道的周期.

3. 由于权系数 h_i 在一定范围内变化时,可控制到幅度不同、但周期数相同的轨道,因此这种混沌控制方法为可能利用混沌进行通信提供了有效途径.我们设想可以用某种规则对 $H(z)$ 中权系数 h_i 进行调制,使受控的混沌系统产生复杂的振荡波形,通过符号动力学分析,赋以不同的波形以不同的信息序列,然后通过适当的小微扰办法,实现对不同信息的传送,从而达到更高效和高信息量的通信.对此,我们将更深入地研究.

- [1] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1196.
- [2] Fang Jing-qing, *Progress in Physics*, **16**(1996), 1(in Chinese).
- [3] E. R. Hunt, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 1953.
- [4] B. A. Huberman, E. Lumer, *IEEE Trans. Circuits and System*, **37**(1990), 547.
- [5] K. Pyragas, *Phys. Lett.*, **A170**(1992), 421; G. Hu, Z. L. Qu, B. K. Ma, *Phys. Lett.*, **A178**(1993), 265.
- [6] M. Henon, *Commun. Math. Phys.*, **50**(1976), 69.
- [7] Hao Bai-lin, *Progress in Physics*, **3**(1983), 336(in Chinese).

USING FINITE IMPULSE RESPONSE DIGITAL FILTER TO CONTROL CHAOS

LUO XIAO-SHU KONG LING-JIANG

(Department of Physics and Electronic Science, Guangxi Normal University, Guilin 541003)

QU WAN-LI

(Department of Electronic and Telecommunication,

Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 2 July 1997; revised manuscript received 20 February 1998)

ABSTRACT

Finite impulse response digital filter was used to stabilize the unstable periodic orbits (UPO) embedded in a chaotic attractor of differential dynamic system and two-dimensional map; and thus high periodic orbits was controlled. As examples we studied the Lorenz system and Henon map. A preliminary analysis and results of numerical analogy are presented. The advantages of this method are that it does not need to know the linear properties and the periodicity about a UPO or that of the UPO extracted from the chaotic attractor. The choice of control parameter is independent of the controlled chaotic system.

PACC: 0545; 4265