

适用于神经元状态非等概率分布的 神经网络模型及其光学实现^{*}

常胜江 刘 张文伟 申金媛 翟宏琛 张延

(南开大学现代光学研究所和光学信息技术开放研究实验室, 天津 300071)

(1997 年 11 月 7 日收到; 1998 年 1 月 8 日收到修改稿)

针对 Hopfield 模型在存储模式的神经元状态不具备理想的等概率分布时性能下降, 以及光学难以实现多灰度阶互连的弱点, 提出了一种非对称截值点的截值模型, 在易于光学或光电子技术实现的同时, 与其他模型相比, 存储容量和容噪声能力都有较大提高. 同时, 提出了光束方向编码方法, 并用该方法实现了上述模型, 给出了实验结果.

PACC: 4200; 4230; 4278

1 引 言

自从 1982 年 Hopfield 模型^[1]被提出以来, 这一模型的算法、实现方法以及应用的研究受到了广泛的重视. 众所周知, Hopfield 模型采用外积法构造其互连权重, 这一方法强调存储模式内部的联想而忽略了模式之间的联想, 因此, 当存储模式较相似时, 或存储模式的 0 或 1 状态分布不均匀时, Hopfield 模型极易出现振荡态和假态, 导致 Hopfield 模型的性能下降. 一种改进的方法^[2]是在互连矩阵中加上一线性调整项, 但计算机模拟结果表明该方法并没有明显改善网络的性能. 同时, 由于互连权重为多灰度阶, 硬件实现上也有一定困难. 高阶模型^[3]或在 Hopfield 模型中引入一些优化算法^[4]是解决上述问题的一种有效方法, 但同样也存在实现上的困难.

目前的几种神经网络的实现方法中, 光学以它固有的超并行性和巨大的互连能力倍受人们关注. 在 Hopfield 模型被提出不久, Fahart^[5]很快就提出了矢量-矩阵乘法器来实现这一模型, 实验结果论证了光学方法在神经网络硬件实现中巨大的潜在的优势. 然而光学也有它的弱点: 数值精度差以及难以表示互连权重中负值. 为了克服光学器件难以显示多灰度阶互连的弱点, Fahart 在他的系统中采用了截值模型. 由于这一模型的互连权重只有两个灰阶, 因此极易于光学和光电子技术实现. 但是与 Hopfield 模型相比, 这一模型的存储容量和寻址能力较差(存储容量为 0.08)^[6]. 为了改善截值模型的性能, Lu^[7]提出了一种改进的截值模型——三级截值模型. 他的方法是用 $M/3$ 和 $-M/3$ 取代原来的截值点 0, 三级截值模型与截值模型相比性能得到了提高. 从三级截值模型的改进方法可以看到,

^{*} 南开大学自然科学基金资助的课题.

适当选择截值点可以提高截值模型的性能.

为了表示互连权重中负值,人们提出了许多编码方法,其中顺次方法^[8]最为简单,它需要二次加权求和操作,因此这一方法的处理速度降低了一半.双通道方法^[5]也很简单,但需要双倍的系统空间来完成正和负互连权重的加权求和运算,因此只有当系统的空间规模相对于给定的问题足够大时,这一方法才能应用.偏振编码方法^[9]没有以上缺点,但它不能在含有以起偏、检偏为工作原理的光学器件系统中使用.

针对以上神经网络模型的不足以及编码方法的局限性,本文主要进行两方面工作:1)提出了非对称截值点的适应截值算法,通过在 Hopfield 模型中引入正交化算法和适应截值算法,建立了二值化互连的适应截值模型,在易于光学和光电子技术实现的同时,提高了网络的性能.特别是当存储模式的 0 或 1 状态分布不均匀时,网络的性能改善更为明显.2)提出了光束方向编码方法,实现了正和负加权求和运算一次性完成,加快了神经网络硬件系统的信息处理速度.

2 非对称截值点的适应截值算法

给定一组存储矢量 $\{S_i^{(m)}\}$ ($i=1, 2, \dots, N$, $m=1, 2, \dots, M$, 其中 N 是网络的神经元数目, M 是存储矢量的数目),每一存储矢量分量的取值为 +1 或 -1.对于 Hopfield 模型,互连权重矩阵 W 由 Hebb 规则给定

$$W_{ij} = \sum_{m=1}^M S_i^{(m)} S_j^{(m)} \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

设两个正常 C_1 和 C_2 是互连矩阵 W 的截值点, T 是相应的截值后的互连矩阵, T 可写为

$$T_{ij} = \begin{cases} C_1 & W_{ij} \geq C_1, \\ 0 & -C_2 < W_{ij} < C_1, \\ -C_2 & W_{ij} \leq -C_2, \end{cases} \quad (2)$$

由截值处理所引起的误差 ΔT_{ij} 可写为

$$\Delta T_{ij} = W_{ij} - T_{ij} = \begin{cases} W_{ij} - C_1 & W_{ij} \geq C_1, \\ W_{ij} & -C_2 < W_{ij} < C_1, \\ W_{ij} + C_2 & W_{ij} \leq -C_2, \end{cases} \quad (3)$$

截值模型的能量函数 E_c 可写为

$$E_c = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij} S_i S_j + \sum_{i=1}^N \theta_i S_i, \quad (4)$$

对于神经元和互连权重都为双极的全双极模型, θ_i 通常为零,所以 E_c 可写为

$$E_c = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij} S_i S_j. \quad (5)$$

利用(3)和(4)式, E_c 可写成 ΔT_{ij} 和 W_{ij} 的函数形式

$$E_c = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (W_{ij} - \Delta T_{ij}) S_i S_j,$$

$$E_c = E_H + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta T_{ij} S_i S_j, \quad (6)$$

$$|E_c - E_H| = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta T_{ij} S_i S_j \right| \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\Delta T_{ij}|,$$

其中 $E_H = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} S_i S_j$ 是 Hopfield 模型的能量函数. 截值引起的总的误差 $\Delta T =$

$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\Delta T_{ij}|$ 可写为 ΔT^+ 和 ΔT^- 之和

$$\Delta T = \Delta T^+ + \Delta T^- = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\Delta T_{ij}^+| + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\Delta T_{ij}^-|,$$

其中

$$\Delta T_{ij}^+ = \begin{cases} W_{ij} - C_1 & W_{ij} \geq C_1, \\ W_{ij} & 0 \leq W_{ij} < C_1, \\ 0 & W_{ij} < 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$\Delta T_{ij}^- = \begin{cases} 0 & W_{ij} > 0, \\ W_{ij} & -C_2 < W_{ij} \leq 0, \\ W_{ij} + C_2 & W_{ij} \leq -C_2. \end{cases} \quad (8)$$

神经网络的行为由能量函数控制. 为了使截值模型的性能逼近 Hopfield 模型的性能, 应使截值模型的能量函数逼近 Hopfield 的能量函数, 因此最佳的截值点 C_1^* 和 C_2^* 应使总误差为最小. 从(7)和(8)式看出, ΔT_{ij}^+ (或 ΔT_{ij}^-) 的值仅与参数 C_1 (或 C_2) 有关, 因此 C_1^* 和 C_2^* 应分别满足下列微分方程:

$$\left. \frac{d \left(\sum_i \sum_j |\Delta T_{ij}^+| \right)}{d C_1} \right|_{C_1 = C_1^*} = 0, \quad (9)$$

$$\left. \frac{d \left(\sum_i \sum_j |\Delta T_{ij}^-| \right)}{d C_2} \right|_{C_2 = C_2^*} = 0. \quad (10)$$

我们可以从信息处理的角度来理解方程(9)和(10)的物理意义, 对于神经网络, 互连权重矩阵是外部的信息在神经网络内部的表达形式, 截断后的互连矩阵越逼近原始的互连矩阵, 由截值引起的信息损失就越少, 因此, 最佳的截值点应满足(9)和(10)式. 同时, 从(2)和(3)式可看出, 不同的存储模式就会有不同的互连矩阵 W , 由微分方程(9)和(10)所决定的截值点也不同, 因此上述截值方法是对存储模式的适应性截值算法.

由于互连矩阵 T 是双极的, T_{ij} 可分成 T_{ij}^+ 和 T_{ij}^- 两部分, T_{ij} , T_{ij}^+ 和 T_{ij}^- 满足下列关系式:

$$T_{ij} = T_{ij}^+ - T_{ij}^- \quad (11)$$

T_{ij}^+ 是 T_{ij} 的正值部分, T_{ij}^- 是 T_{ij} 的负值部分. 从(2)式可看出, 在互连矩阵 T_{ij}^+ (或 T_{ij}^-) 中只有 0 和 C_1^* (或 C_2^*) 两类元素, 所以 T_{ij}^+ 和 T_{ij}^- 可写为

$$T_{ij}^+ = C_1^* T_{ij}^{+b}, \quad T_{ij}^- = C_2^* T_{ij}^{-b}, \quad (12)$$

其中

$$T_{ij}^{+b} = \begin{cases} 1 & W_{ij} \geq C_1^* \\ 0 & W_{ij} < C_1^* \end{cases}, \quad T_{ij}^{-b} = \begin{cases} 0 & W_{ij} > C_2^* \\ -1 & W_{ij} \leq -C_2^* \end{cases}$$

是对应的二值化矩阵. 由于 C_1^* 是正常数, 神经元的动力学规则为

$$\begin{aligned} S_i(t+1) &= f[T_{ij} S_j(t)] = f[(T_{ij}^+ - T_{ij}^-) S_j(t)] \\ &= f[C_1^* (T_{ij}^{+b} S_j(t)) - \frac{C_2^*}{C_1^*} T_{ij}^{-b} S_j(t)] \\ &= f[T_{ij}^{+b} S_j(t) - \frac{C_2^*}{C_1^*} T_{ij}^{-b} S_j(t)], \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$$

在光学神经网络系统中, 通常采用一定的编码方法分别表示正和负互连矩阵的加权求和结果, 在正和负运算结果相减时, 只需把负模板运算的结果乘以 C_2^*/C_1^* 即可完成(13)式的运算, 从实现的角度来看互连矩阵实际上是一个二值化($\pm 1, 0$)的矩阵.

3 非对称截值点的适应截值模型

为了提高 Hopfield 模型的存储容量的寻址能力, 引入一些提取模式特征信息的算法是必要的, Gram-Schmidt 正交化算法就是其中的一种, Gram-Schmidt 正交化算法其实质是多维空间的投影算法, 正交化的矢量 $S^{*(m)}$ 可写为^[10]

$$S^{*(m)} = S^{(m)} - \sum_{l=1}^{m-1} \frac{[S^{(m)} S^{*(l)}]}{\|S^{*(l)}\|} S^{*(l)}, \quad (14)$$

其中 $S^{(m)}$ 是原始矢量, $[S^{(m)} S^{*(l)}]$ 是两者内积, $\|S^{*(l)}\|$ 是 $S^{*(l)}$ 的平方模. 互连矩阵 $W^{(0)}$ 可写为

$$W_{ij}^{(0)} = \sum_{m=1}^M \frac{S_j^{*(m)} S_i^{*(m)}}{\|S^{*(m)}\|}. \quad (15)$$

由于模式的特征信息可以通过 Gram-Schmidt 正交算法提取, 由(15)式建立的互连矩阵不仅突出模式内部的联想关系, 而且也突出了模式间的联想关系, 因此在 Hopfield 模型中引入 Gram-Schmidt 正交化算法必能提高网络的存储容量和寻址能力. 但引入 Gram-Schmidt 正交化算法的缺点是大大增加互连权重的灰阶数, 造成硬件实现上困难. 因此在保证网络性能下降不大的前提下, 如何有效地压缩互连权重的灰阶数是神经网络研究的

重要内容.在正交化 Hopfield 模型中使用非对称截值点的适应截值算法(方程(3)—(10)中以 $\mathbf{W}^{(0)}$ 代替 $\mathbf{W}$),即可对互连权重进行有效的二值化处理.我们把用上述适应截值算法建立起来的模型称为适应截值模型.

4 计算机模拟

为了研究总误差 ΔT 与截值点 C_1 和 C_2 的关系,选择了 45 个 100 维的随机矢量作为存储矢量来构造正交化 Hopfield 模型的互连矩阵.图 1 给出 ΔT 随 C_1 和 C_2 的变化曲线,其中最佳截值点为 $C_1=3.867\times 10^{-2}$ 和 $C_2=4.156\times 10^{-2}$.从图 1 可看出,即使对于计算机产生的随机模式,它的截值点也不是对称的,因此,选择非对称截值点对于最大限度地保存互连权重中的信息非常重要.

对于神经网络而言,存储容量和寻址能力是衡量神经网络模型优劣的最重要的两个参数,我们选择了 100 维的随机矢量作为存储矢量对适应截值模型的性能进行了研究.定义当由网络联想出的矢量中有平均少于 1.5% 的神经元状态出错时, $\alpha_c = M/N$ 的值作为该网络的存储容量.图 2 给出存储容量 α_c 与存储矢量中 1 状态的分布概率 P 的关系曲线.从图 2 可看出,当 $P=0.5$ 时 4 种模型的存储容量都达到了最大值,其中非对称截值点的适应截值模型(以 ACM 表示)和截值点为对称的适应截值模型(以 ACM* 表示)的存储容量同为 0.45, Hopfield 模型(以 HM 表示)和正交化截值模型(截值点为 0,以 OCM 表示)的存储容量同为 0.14.当 1 状态的概率 P 偏离 0.5 到 0.1 时, HM 和 OCM 的存储容量下降到 0.02, ACM* 的存储容量也下降到 0.07,但 ACM 的存储容量保持不低于 0.16.

为了研究适应截值模型的寻址能力,我们选择与存储矢量 Hamming 距离为 20 的矢量作为寻址矢量,图 3 给出有噪声的情况下存储容量与 1 状态的分布概率 P 的关系曲线.可以看出, ACM 与其他三种模型相比,有更好的寻址能力.

作为应用,把上述的适应截值模型用到了交通标志的联想识别中,选择了 24 幅相似的交通标志作为存储模式,每一幅交通标志由 32×32 个像素构成.当输入图像中含有 10% 的随机噪声时,适应截值模型能得到正确的输出结果,如图 4 所示.然而,对于 Hopfield 模型和正交化截值模型,当存储模式的数目达到 3 个时,就会有假态出现,如图 5 所示.这说明适应截值算法能有效地保存正交化算法所提取模式的特征信息.在模拟中我们发现,对于那些 1 状态分布较均匀的模式(如第 11—17 模式),适应截值模型有更好的容噪声能力,当输入模式中含 35% 的噪声时,网络仍能正确识别.

从上面计算机模拟的结果可以看出,我们提出的适应截值模型具有可靠的鲁棒性.

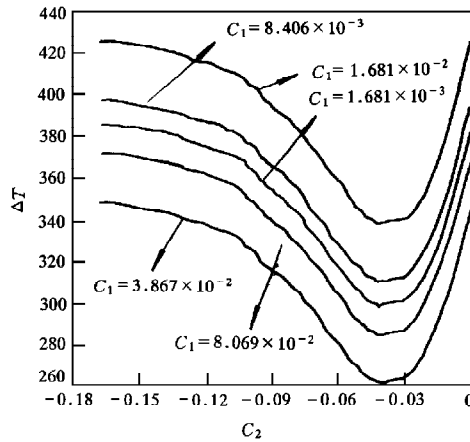


图 1 存储随机模式时截值引起的总误差 ΔT 随截值点 C_1 和 C_2 的变化曲线

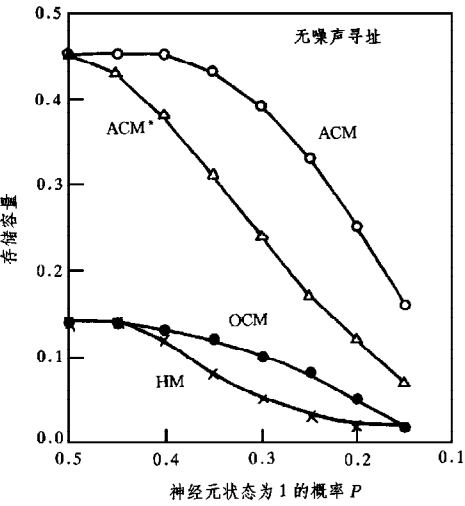


图 2 当网络的神经元数 $N=100$ 时,以存储模式本身作为寻址模式时,4 种模型的存储容量 α_c 与存储矢量中 1 状态的分布概率 P 的关系曲线

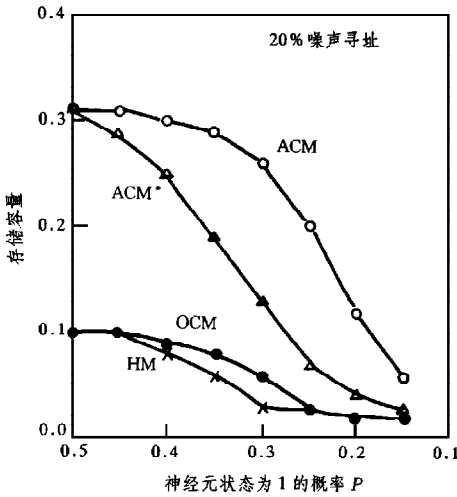
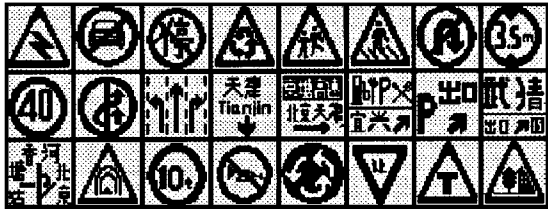
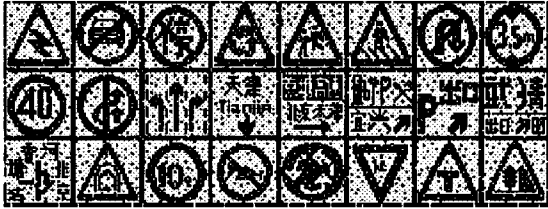


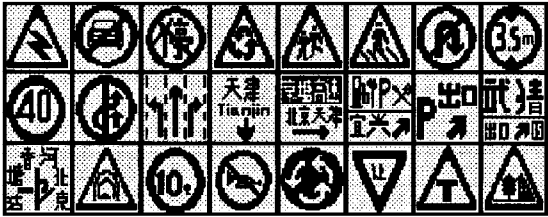
图 3 当寻址模式中存在 20% 的随机噪声时,4 种模型的存储容量 α_c 与存储矢量中 1 状态的分布概率 P 的关系曲线



(a)24 个存储模式



(b)含 10% 噪声的寻址模式



(c)联想结果

图 4 非对称阈值点的适应阈值模型在存储 24 幅交通标志时的计算机模拟结果



(a)三个存储模式

(b)假态的联想结果

图5 存储交通标志时,Hopfield模型和正交化阈值模型的计算机模拟结果

5 光学实现

我们采用的神经网络硬件系统如图6所示.整个系统分为三部分:双极互连的光学实现(bipolar IWM composition);光互连和加权求和(optical weighted summation);光电转换和非线性操作(thresholding, updating and control).

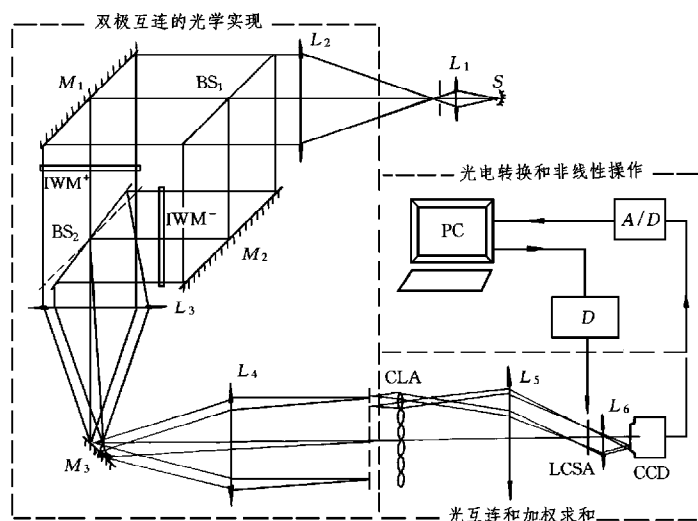


图6 光电混合神经网络实验系统示意图 S是光源, L_1 , L_2 , L_3 , L_4 , L_5 和 L_6 是透镜, BS_1 和 BS_2 是半透明半反射镜, M_1 , M_2 和 M_3 是反射镜, IWM^+ 和 IWM^- 分别是正和负互连矩阵模板, CLA是共轴小透镜阵列, LCSA是液晶开关阵列, CCD是电荷耦合摄像机, A/D是模/数变换, PC是计算机, D是液晶开关阵列驱动电路

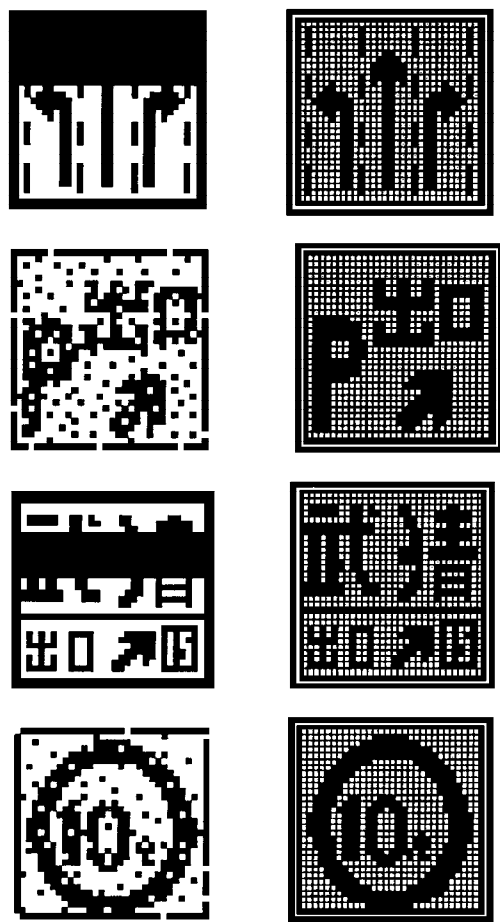
点光源 S 经透镜 L_1 准直后成为平行光, 经半透明半反射镜 BS_2 后分成两束, 再经反射镜 M_1 和 M_2 后分别照明正和负互连模板 (IWM^+ 和 IWM^-), 由于互连模板位于透镜 L_3 的前焦面处, 经过由 L_3 和 L_4 组成的 $4f$ 系统后, 正和负模板重合地成像于共轴小透镜阵列 (CLA) 的前焦面上, 模板中每一互连子矩阵经对应位置上的小透镜和 L_5 组成的 $4f$ 系统后, 所有的互连子矩阵重合地成像于开关阵列 (LCSA) 上, 与开关阵列上显示的输入模式相乘后, 经透镜 L_6 会聚完成求和运算, 运算的结果由 CCD 上光点的能量表示.

光束方向编码的原理是: 首先调整反射镜 M_1 和半透明半反射镜 BS_2 , 使携带正负模

板信息的二平行光方向有一小夹角,通过调整正(或负)模板的位置,使正和负模板的像能够精确地重合在小透镜阵列的前焦面上,再经小透镜阵列与 L_5 组成的 $4f$ 系统后,正和

负模板上的每一互连子矩阵都重合地成像于开关阵列上,由于携带正负模板信息的二平行光方向有一小夹角,经透镜 L_6 后,正和负模板上对应位置上的互连子矩阵的加权求和结果会聚于 CCD 板面上不同的位置,形成总数为 $2 \times 32 \times 32$ 个光点.水平方向上相邻的每两个光点代表正负模板上互连子矩阵与开关阵列中输入模式加权求和的结果.光点经 CCD 探测并进行 A/D 转换变为数字信号后,由计算机进行系数相乘、相减、取阈以及非线性操作(13 式的全部运算),处理后的结果由计算机送入开关阵列进行下一次叠代.

实验中选择了图 4(a)的 24 幅交通标志作为存储模式,用上面的适应截值算法构造互连矩阵,由于存储模式为二维矢量,相应的互连矩阵为一四维张量,按矩阵的分解方法把四维矩阵排列成二维形式^[9]后制作成模板.精确地调整整个系统后,当含 9% 左右随机噪声的寻址模式送入开关阵列时,经过一次或二次叠代,网络就能正确收敛到正确存储模式上.对于第 11—17 个存储模式,网络的寻址能力更强一些,当含 30% 噪声或遮挡 30% 时,网络仍能正确收敛.图 7 给出部分实验结果.图 7(a)为含噪声的或不完整的输入模式.图 7(b)为几幅取阈后由计算机打印的实验结果.这些实验结果与计算机模拟结果基本上一



(a)含噪声或遮挡的
寻址模式图形

(b)联想结果

图 7 存储 24 个交通标志时,由光电混合神经网络实验系统得到的部分实验结果

致.但由于受硬件误差的影响^[1],非对称截值点的适应截值模型在硬件系统中对上述寻址模式的容噪声能力略有下降.

6 结果讨论

当存储矢量为随机矢量时,由 Hebb 规则构造的互连矩阵统计上是个正态分布,由于对称的分布形式,由方程(9)和(10)得到的截值点 C_1 和 C_2 总有相同值,即 $C_1 = C_2$.因此,当存储矢量为理想的随机模式时,ACM* 与 ACM 有相同的存储容量.但当存储矢量

中 1 状态的分布偏离 0.5 时,互连矩阵不再是正态分布.如果令两个截值点为相同的值,截值处理会使互连权重中信息容量下降.因此,非对称截值点的选择对于提高截值模型的性能非常重要.计算机模拟和光学实验的结果也充分地证明了选择非对称截值点的重要性.同时由于引入正交化算法和适应截值算法,所建立的非对称点的适应截值模型能够克服Hopfield模型在存储模式不具备理想的 0 或 1 状态分布时存储容量和寻址能力下降的缺点.

- [1] J.J. Hopfield, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **79**(1982), 2254.
- [2] Y. Zhang, X. Wang, G. Mu, *Appl. Opt.*, **31**(1992), 3289.
- [3] D. Psaltis, C. H. Park, J. Hong, *Neural Networks*, **1**(1988), 149.
- [4] Zhang Jing-juan *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **45**(1996), 789(in Chinese).
- [5] N. Fahart, D. Psaltis, A. Prata *et al.*, *Appl. Opt.*, **24**(1985), 1469.
- [6] W. Huang, Y. Zhang, *Optoelectronics*, **7**(1992), 133.
- [7] M. Lu, Y. Zhan, G. Mu, *Optik*, **91**(1992), 178.
- [8] K. Noguch, *Opt. Lett.*, **16**(1991), 1110.
- [9] T. Lu, K. Choi, S. Wu *et al.*, *Appl. Opt.*, **28**(1989), 4722.
- [10] T. Lu, S. Wu, X. Xu *et al.*, *Appl. Opt.*, **28**(1989), 4908.
- [11] Yang Jian-wen *et al.*, *Acta Opt. Sin.*, **15**(1995), 1689(in Chinese).

A NEURAL NETWORK MODEL FOR UNEQUALLY DISTRIBUTED NEURON STATES AND ITS OPTICAL IMPLEMENTATION *

CHANG SHENG-JIANG LIU YUE ZHANG WEN-WEI SHEN JIN-YUAN
ZHAI HONG-CHEN ZHANG YAN-XIN

(Institute of Modern Optics, and Optical Information Science Laboratory, Nankai University, Tianjin 300071)
(Received 7 November 1997; revised manuscript received 8 January 1998)

ABSTRACT

To avoid the poor performance of the Hopfield model for unequally distributed neuron states and to alleviate the dynamic range constraint of optical system, a clipped model with asymmetric clipping points is proposed. Apart from its easiness for optical implementation, the capacity and capability of noisy tolerance are improved greatly, compared with the former clipped model. In addition, a practical encoding method-beam-direction encoding method is proposed to implement the above clipped model. The preliminary experimental results are given.

PACC: 4200; 4230; 4278

* Project supported by the Natural Science Foundation of Nankai University, China.