

等离子体中强场的演化

曾贵华 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

(1996 年 6 月 17 日收到; 1997 年 12 月 22 日收到修改稿)

研究了短脉冲强激光在欠稠密均匀等离子体中的传播, 得出光场的演化方程和包络所满足的非线性方程, 并用这些方程对光场在等离子体中激发的相对论谐波的饱和问题和光场传播的演化特性进行了分析.

PACC: 5240D; 5260

1 引 言

Chirped-pulse-amplitude 技术的发展, 使得激光脉宽和强度及能量均达到一个新的水平, 为强场与物质相互作用增加新的内容^[1,2]. 在短脉冲强激光与欠稠密等离子体相互作用中, 由于相对论效应和有质动力效应的作用, 诱发许多新的现象^[3], 如等离子体加速器、X 射线激光、相对论相干谐波辐射、等离子体波导、惯性约束聚变等. 这些现象与激光在等离子体中的传播与演化特性有紧密联系, 因此, 激光在等离子体中的传播得到了广泛的重视.

短脉冲强激光在等离子体中传播时, 强场的效应导致电子作相对论颤动运动, 同时由于光场的有质动力效应, 在等离子体中诱发等离子体波. 特别当光脉冲的特征长度接近等离子体波的波长时, 在光脉冲的尾部激发大幅等离子体波——尾波. 被激发的等离子体波对光场的传播具有调制作用. 这种调制将产生一系列的非线性效应: 1) 当激光功率超过阈值功率 ($P > P_c$, $P_c \simeq 17.4 (\lambda_p / \lambda)^2$ 为阈值功率) 时, 光在等离子体中传播时形成自聚焦现象^[4]; 2) 导致各种不稳定现象的出现^[5]; 3) 改变光脉冲和等离子体的特征参量^[6].

本文对超短脉冲强激光在欠稠密均匀等离子体中的传播特性进行了研究, 推出长脉冲激光在欠稠密均匀等离子体中传播时的光场瞬态演化方程和光脉冲包络所满足的非线性方程. 在此基础上研究了相对论相干谐波辐射的饱和问题, 并对超短脉冲强激光在等离子体中传播时的特征参数如频率、幅值等的变化及色散关系进行了研究.

2 演化方程

激光等离子体相互作用可用矢势 $\mathbf{A}$ 和标势 Φ 所满足的 Maxwell 方程

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{A} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \Phi + \frac{4\pi e}{c} n \mathbf{V}, \quad (1)$$

$$\Delta \Phi = 4\pi e(n - n_0), \quad (2)$$

以及等离子体中电子流体所满足的动力学方程和连续性方程(冷等离子体)

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + m_0 c^2 \nabla \gamma = e \left(\nabla \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \mathbf{V}) = 0 \quad (4)$$

来描述, 式中 n, n_0 为电子等离子体密度和等离子体初始密度, e, m_0 为电子电量和电子

质量, $\mathbf{P}, \mathbf{V}$ 为电子动量和速度, 相对论因子 $\gamma = \sqrt{1 + \left(\frac{\mathbf{P}}{m_0 c} \right)^2}$.

方程(1)–(4)中采用了库仑规范 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, 并应用了横向动量守恒 $\mathbf{P}_\perp = \frac{e}{c} \mathbf{A}$. 电子等离子体的热运动被忽略, 这在以下的条件下是可行的: 1) 电子的颤动运动速度远大于其热运动速度; 2) 电子不被等离子体波俘获, 即电子速度 $\mathbf{V}$ 与等离子体波的相速 V_{ph} 相差较大. 另外, 若激光的脉宽 τ 远小于离子等离子体波频率的倒数 ω_{pi}^{-1} , 离子可视为不动.

引进归一化量 $a = \frac{e\mathbf{A}}{m_0 c^2}$, $\phi = \frac{e\Phi}{m_0 c^2}$, $\rho = \frac{\mathbf{P}}{m_0 c}$, 作代数变换, $\xi = z - V_t t$, $\tau = t$, V_t 为变换速度, 就研究的问题可分别取为入射光的群速度 V_g , 相速 V_{ph} , 光速 c . 本文取 $V_t = c$. 对稀薄等离子体, 在准静态近似(quasistatic approximation)下

$$\rho_z = \frac{1 + a^2 - (1 + \phi)^2}{2(1 + \phi)}, \quad \frac{n}{n_0} = \frac{1}{2} + \frac{1 + a^2}{2(1 + \phi)^2}.$$

相对论下 $\mathbf{P} = m_0 \gamma \mathbf{V}$, 由 Maxwell 方程, 自洽场演化方程为

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) a = \frac{k_p^2}{1 + \phi} a, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \phi = \frac{k_p^2}{2} \left(\frac{1 + a^2}{(1 + \phi)^2} - 1 \right), \quad (6)$$

式中 k_p 为等离子体波的波数. 方程(5)和(6)对任意偏振光场均适用. 将标势 ϕ 分为慢变部分 ϕ_s 和快变部分 ϕ_f , $\phi = \phi_s + \phi_f$. 当 $k_p \ll k$ 时, 快变部分远小于慢变部分^[7], 即 $\phi_f \ll \phi_s$, 于是 ϕ_s, ϕ_f 满足方程

$$\frac{\partial^2 \phi_s}{\partial \xi^2} = \frac{k_p^2}{2} \left[\frac{1 + \frac{1}{2} |A|^2}{(1 + \phi_s)^2} - 1 \right], \quad \frac{\partial^2 \phi_f}{\partial \xi^2} = \frac{k_p^2}{8(1 + \phi_s)^2} a_f^2 + \text{c.c.},$$

A, a_f 分别为光场 a 的慢变部分和快变部分. 对长脉冲入射激光 ($L \gg \lambda_p$, L, λ_p 分别为激光脉宽和等离子体波的波长), ϕ_s, ϕ_f 由下述方程给出:

$$1 + \phi_s = \sqrt{1 + \frac{1}{2} A^2}, \quad \phi_f = S a_f^2 + \text{c.c.},$$

式中 $S = \frac{k_p^2}{32 k^2 (1 + \phi_s)^2}$. 于是光场的瞬态演化方程为

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) a = \frac{k_p^2}{1 + \phi_s} a + \frac{k_p^2}{1 + \phi_s} a \sum_{m=1} \left(\frac{\phi_f}{1 + \phi_s} \right)^m. \quad (7a)$$

略去等号右端第二项的高阶项, 容易得出光脉冲演化方程为

$$\left(\frac{2ik}{ck_p^2} \frac{\partial}{\partial \tau} + \nabla_{\perp}^2 \right) A = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} A^2}} - 1 \right) A + \epsilon \frac{A^3}{\left(1 + \frac{1}{2} A^2 \right)^2}, \quad (7b)$$

式中 $\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{k_p^2} \nabla_{\perp}^2$, $\nabla_{\perp}^2$ 为横向作用的 Laplace 算符, $\epsilon = \frac{k_p^2}{32k^2}$. 考虑到包络的慢变性质, $\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} \ll k^2 A$, $\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} \ll \omega^2 A$, 二阶导数项已被略去.

3 相对论相干谐波辐射

线偏振强激光在等离子体中传播时, 激光与等离子体的相互作用, 导致电子等离子体在横向作相对论振荡, 因而形成横向电流; 同时, 激光场产生的有质动力迫使电子等离子体的集体运动, 形成等离子体波. 由于相对论效应和有质动力效应的作用, 引起电子运动的强非线性, 这种非线性效应激发相对论相干谐波辐射^[7].

文献[7]研究了这种机制的谐波辐射, 其中作了变换 $\xi = z - \beta_t t$, $\tau = t$, β_t 为变换速度, 且取光速 $\beta_t = c$, 其结果对线性增长区能很好地描述, 但不能描述饱和效应. 为此, 文献[8]认为久期增长的原因在于 β_t 取 c . 本文认为谐波的饱和与变换无关.

在一维问题中, 设 $a_0 = \frac{1}{2} A_0 \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] + \text{c.c.}$, 式中 ω_0 , k_0 分别为背景等离子体中激光的频率和波数, a_0 可改写为 $a_0 = \frac{1}{2} A_0 e^{-i\delta\omega\tau} e^{ik\xi} + \text{c.c.}$, 式中 $\delta\omega = \omega_0 - ck_0$. 为了简单, 设 ϕ_s 只依赖于 A_0 . 由方程(7a)得

$$\frac{6ik}{c} \frac{\partial A_3}{\partial \tau} = \frac{k_p^2}{1 + \phi_s} A_3 + RA_0^3 e^{-3i\delta\omega\tau}, \quad (8)$$

式中 $R = \frac{k_p^2}{(1 + \phi_s)^3} \epsilon$. 容易得到三次谐波的包络为

$$A_3 = \frac{cRA_0^3 i}{\beta - 3\delta\omega} (e^{-i\beta\tau} - e^{-i\delta\omega\tau}), \quad (9)$$

式中 $\beta = \frac{ck_p^2}{6k(1 + \phi_s)}$. 显然(9)式中三阶谐波的幅值不是久期增长的, 说明用 c 作变换速度亦能很好地描述三次谐波的饱和效应, 而且对 N 阶谐波的增长与饱和亦能恰当描述^[9].

4 等离子体中激光的演化特性

等离子体中光场的演化是激光等离子体相互作用中的一个重要课题. 这里以(7b)式为基础, 分析强激光在均匀欠稠密等离子体中传播时有关特征参量的改变, 及演化中光场的结构. 在一维演化中, 对于弱相对论条件: $A \ll 1$, 容易得到光场的包络为

$$A = \bar{A} e^{-i\Psi}, \quad (10a)$$

$$\bar{A} = \left(\frac{1}{A_0^4} + 4 \left(\frac{1}{4} - \epsilon \right)^2 T^2 \right)^{-\frac{1}{4}}, \quad (10b)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \arctan \left(2 A_0^2 \left(\frac{1}{4} - \epsilon \right) T \right), \quad (10c)$$

式中 A_0 为初始激光的包络. (10b) 式表明幅值是减小的. 通过计算容易得到频率和波数:

$$\omega = \frac{1}{2} \frac{DT}{1 + DT^2} + \omega_0, \quad (11a)$$

$$k = \frac{DT^2}{1 + DT^2} \frac{\partial A_0}{\partial \xi} + k_0, \quad (11b)$$

式中 $D = 4 A_0^4 \left(\frac{1}{4} - \epsilon \right)^2$, $T = \frac{\omega_p^2}{2\omega} \tau$, A 的导数项 $\left(\frac{\partial A_0}{\partial \xi}, \frac{\partial A_0}{\partial \tau} \right)$ 被略去, 这对长脉冲激光是合理的. 上述结果表明, 激光在等离子体中传播时, 频率 ω 和波数 k 都发生改变, 且与传播时间和背景等离子体参数、入射激光参数等都有直接的联系. 对长脉冲入射激光, 因 A_0 的变化很小, $\frac{\partial A_0}{\partial \xi} \simeq 0$, 由 (11b) 式知 $k \simeq k_0$, 即长脉冲激光在等离子体中传播时, 其波数可认为不变. ω, k 的长时间行为很容易从 (11) 式中看出: 当 $T \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow \omega_0$, $k \rightarrow k_0$. 若 A_0 只依赖于时间 τ , $A_0 = A_0(\tau)$, 只有频率 ω 变化, k 不变, 这与弱相对论下激光在预先形成的等离子体波中传播时的结论^[10]一致.

强相对论条件下, $A \sim 1$ 或 $A > 1$, 略去含 ϵ 项 ($\epsilon \ll 1$) 后, 由 (7b) 式得 A 的解析表达式为

$$F(A) + F(A_0) = -i T,$$

$F(A)$ 为 A 的函数

$$F(A) = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{2} A^2}}{A^2} + \ln \frac{\sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{2} A^2\right)^{1/2}}}{A^{3/2}}.$$

为了得知更多的信息, 下面用数值方法作进一步研究.

考虑到数值处理的需要, 将 (7b) 式改写为

$$i \frac{\partial A}{\partial (\omega_p \tau)} = \eta \left\{ -A + \frac{A}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} A^2}} + \epsilon \frac{A^3}{\left(1 + \frac{1}{2} A^2\right)^2} \right\}, \quad (12)$$

式中 $\eta = \frac{\omega_p}{2\omega}$, 对欠稠密等离子体, $\eta \ll 1$.

激光在等离子体中传播时光场 (入射光假设为平面波) 的演化特性示于图 1. 图 1(a) 示出幅值的时间演化情况, 三条曲线分别对应弱相对论条件 ($|A_0| \ll 1$)、相对论条件 ($|A_0| \geq 1$) 及强相对论条件 ($|A_0| \gg 1$). 可以看出, 入射光强越大, 传播时衰减越快, 但最后三种条件下的光脉冲幅值随时间的演化基本相同. 激光传播中, 由于等离子体波对光场的调制, 不但激光的幅值减小, 而且其相位亦发生改变, 相位的变化引起频率和波数的变化. 对于入射光为平面波的情形, 波数不变, 但频率将增大, 这说明长脉冲激光在等离子体中传播时会产生红移现象, 其最大红移量随入射光强的增强而增大. 图 1(b) 示出频率增量 $\Delta\omega$ 随时间 $\omega_p \tau$ 的演化情况. 在弱相对论条件下, 数值结果与 (10) 和 (11) 式显然一致.

考虑初始激光的脉冲形状, 图 2(a) 示出正弦脉冲形状的长脉冲入射激光 ($L \ll \lambda_p$, L, λ_p 分别为激光的特征脉宽和等离子体波的波长) 的时间演化的数值结果. 脉冲随时间的

演化中,幅值减小并趋向一个稳定值,这与上面的结果一致;另外,激光的脉峰逐渐变平,我们认为这是脉峰引起的相对论非线性更强的结果.图2(a)的投影图(图2(b)和(c))清楚地体现了这一过程.

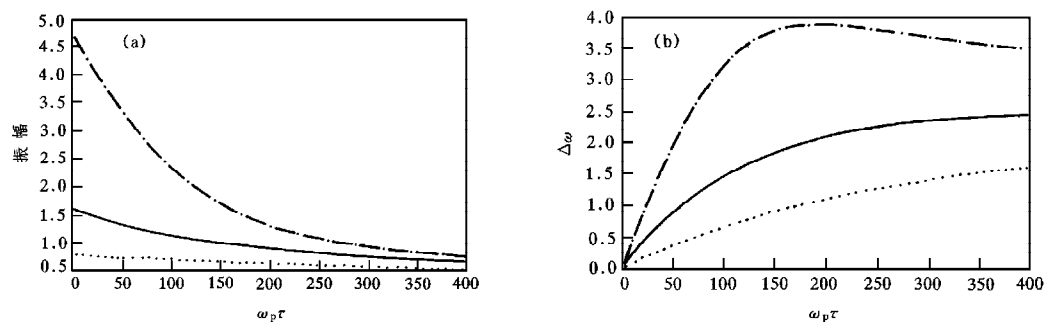


图1 激光在等离子体中传播时振幅(a)和频率(b)的变化 $\omega_p/\omega=0.01$, $\cdots$ 为 $A_0=0.8$,
——为 $A_0=1.6$, $---$ 为 $A_0=4.8$

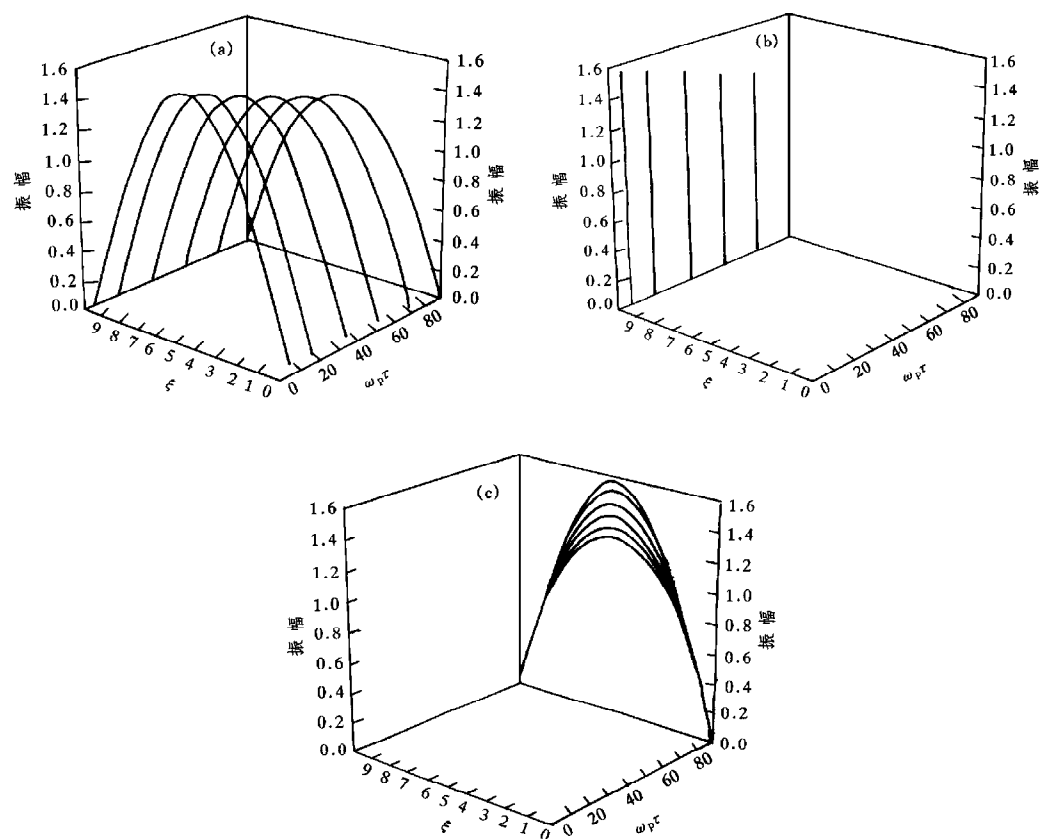


图2 激光(考虑入射光脉冲形状)在等离子体中传播时振幅(a)的演化
(b), (c)为(a)的投影图, $\omega_p/\omega=0.01$

激光与等离子体的相互作用中,色散关系是一个很重要的问题,它直接影响激光在等离子体中的传播、谐波辐射的转化效率等.在强激光区,众所周知的色散关系 $\omega^2 - c^2 k^2 = c^2 k_p^2$ 不再成立,但由于光场的有质动力效应和相对论效应的影响,很难得到色散关系的明确表示.图3示出我们的数值结果,曲线表示强激光在等离子体中传播时的非线性色散关系,表明初始激光参数 A_0 、演化时间及等离子体的参数对色散关系都有影响.

影响激光在等离子体中传播的一个重要因素是等离子体的密度,图4示出等离子体密度对幅值(a)和频率增量 $\Delta\omega$ (b)产生影响的数值结果.显然,密度的增加会使幅值减小更快,而 $\Delta\omega$ 更大.

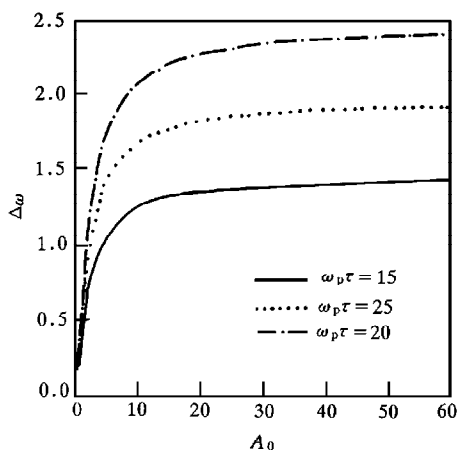


图3 激光在等离子体中传播时频率随不同振幅入射光的变化 $\omega_p/\omega = 0.01$

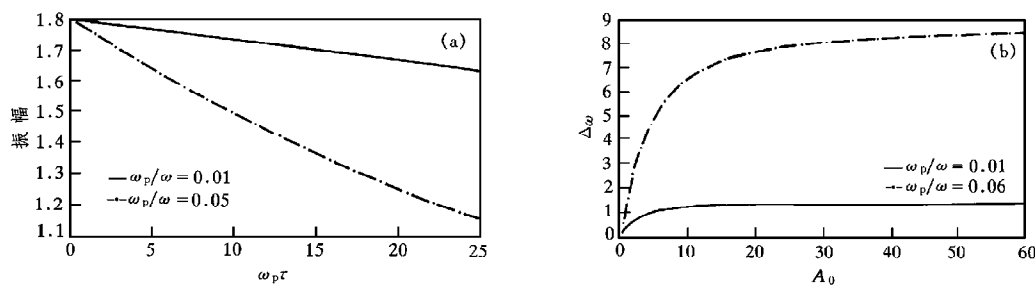


图4 激光在等离子体中传播时等离子体密度的影响 (a)为对振幅的影响;(b)为对色散关系的影响

5 讨 论

1. 方程(7a)是激光在等离子体中传播时的瞬态方程,用它可研究发生在激光等离子体相互作用中的瞬态现象,如谐波辐射等.我们的研究表明,从方程(7)能正确描述相对论相干谐波饱和效应.

2. 方程(7b)是激光在等离子体中传播时包络的演化方程,用它可研究激光包络的演

化特性,如波导及其稳定性,以及光脉冲在传播中特征参数的改变等.

3. 色散关系是激光等离子体相互作用中一个重要的概念,本文的数值结果为解析研究色散关系提供某些依据.

4. 方程(7)和(8)是由线偏振光推出的,但对其他偏振均成立.

以上分析没有考虑各种不稳定性的影响,这有待进一步研究.

- [1] G. Mourou, D. Umstadter, *Phys. Fluid*, **B4**(1992), 2315.
- [2] C. J. Joshi, P. B. Corkum, *Phys. Today*, **1**(1995), 36.
- [3] P. Sprangle, E. Esarey, *Phys. Fluid*, **B4**(1992), 2241.
- [4] G. Schmidt, W. Horton, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion*, **9**(1985), 85.
- [5] T. M. Antonsen, Jr., P. Mona, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 2021.
- [6] S. C. Wilks, J. M. Dawson, W. B. Mori, *Phys. Rev. Lett.*, **61**(1988), 337.
- [7] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, *Phys. Rev.*, **A41**(1990), 4463.
- [8] E. Esarey, A. Ting, P. Sprangle *et al.*, *IEEE Trans. Phys.*, **21**(1993), 95.
- [9] Zeng Gui-hua *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **45**(1996), 1487(in Chinese).
- [10] E. Esarey, A. Ting, P. Sprangle, *Phys. Rev.*, **A42**(1989), 3526.

EVOLUTION OF ULTRA-INTENSE LASER FIELD IN PLASMA

ZENG GUI-HUA XU ZHI-ZHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 17 June 1996; revised manuscript received 22 December 1997)

ABSTRACT

The propagation of ultra-intense short laser pulse in uniform underdense plasma has been investigated. The evolution equation and the nonlinear envelope equation were derived. Based on these derived equations, the characteristics of the relativistic harmonics saturation and the laser envelope evolution are discussed.

PACC: 5240D; 5260