

非线性双光束共振时的量子非破坏测量^{*}

汪凯戈 许秋生 杨国建

(北京师范大学物理系, 北京 100875)

(1998 年 3 月 9 日收到; 1998 年 4 月 30 日收到修改稿)

运用全量子方法建立双光束 Λ 型三能级原子相互作用系统的理论模型, 讨论了该系统的动力学行为和光学量子非破坏测量特性. 研究表明在非线性双光束共振状态下, 可以实现光学量子非破坏测量.

PACC: 4250P

1 引 言

最近非线性光学系统中的量子非破坏 (quantum non-demolition 简记为 QND) 测量的理论和实验研究引起了广泛的注意. 量子非破坏测量可对量子系统执行多次重复测量, 而不改变系统的量子态. 它的研究起源于 70 年代, 由 Braginsky 等^[1]在对极微弱的引力波信号探测问题中首先提出. 80 年代开始讨论光学系统中的量子非破坏测量方案^[2-14]. 光学测量比之力学电学测量有响应快精度高等优越性, 另一方面光学系统的量子特性有比较成熟的研究基础, 因此有可能发展成为实用化的对极微弱信号进行精密测量手段.

现有的光学系统中的量子非破坏测量方案大体分为两种类型, 一种是对低量子数的测量, 它十分接近 Braginsky 等提出 QND 测量的原始思想^[9]; 另一种方案是微弱信号由强激光束携带, 这种情况允许作线性近似, 在实验上也相对容易实现^[5-8, 10-14]. 通常称前一种为理想型, 后一种为非理想型. 后一种方案虽然不符合 Braginsky 等关于 QND 的原始定义, 但根据这些定义的基本思想 Holland 等提出了相对应的判别实现 QND 测量的三条标准^[7, 8], 它由输入和输出光束之间的量子关联程度描述.

非理想型光学 QND 测量, 在实验上可以通过探测光和信号光同三能级原子 (阶梯型和 Λ 型) 相互作用来实现^[13, 14]. 阶梯型三能级原子可采用有效两能级原子近似而使理论计算简化^[15]. 文献[13]中讨论了 Λ 型三能级原子系统中的 QND 测量, 但为了简化计算他们忽略了探测光束同原子的相互作用. 在本文中我们将解除这个近似, 较完整地处理双光束同 Λ 型三能级原子的相互作用, 得到实现 QND 更为准确的状态和条件.

2 双光束 Λ 型三能级原子系统模型

我们考虑的系统由 N 个具有 Λ 型结构的三能级原子放在光学谐振腔内, 并由探测光

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 19774013) 资助的课题.

和信号光两束入射光组成. Λ 型三能级原子的结构如图 1. 原子能级 $|1\rangle-|2\rangle$ 和 $|2\rangle-|3\rangle$

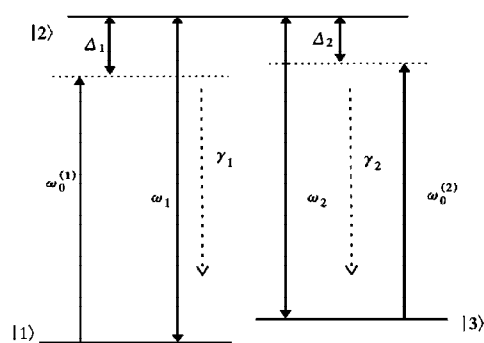


图 1 双光束 Λ 型三能级原子模型示意图

的跃迁频率分别为 ω_1 和 ω_2 . 入射光 1 定义为探测光, 频率为 $\omega_0^{(1)}$, 入射光 2 为信号光, 频率为 $\omega_0^{(2)}$, 它们分别接近对应的原子跃迁频率. 原子失谐参数定义为

$$\Delta_i = \omega_i - \omega_0^{(i)} \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

谐振腔的失谐参数定义为

$$\theta_i = \omega_c^{(i)} - \omega_0^{(i)} \quad (i = 1, 2), \quad (2)$$

其中 $\omega_c^{(i)}$ ($i = 1, 2$) 是接近对应的原子频率 ω_i 的两个腔模频率.

在以两个入射光为参考频率的相互

作用绘景中, 描述系统的哈密顿量为

$$H = H_A + H_F + H_1 + H_E, \quad (3a)$$

$$H_A = \frac{2}{3} \hbar [(2\Delta_1 - \Delta_2) R_3 + (2\Delta_2 - \Delta_1) S_3], \quad (3b)$$

$$H_F = \hbar \theta_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar \theta_2 a_2^\dagger a_2, \quad (3c)$$

$$H_1 = i \hbar g_1 (a_1^\dagger R^- - a_1 R^+) + i \hbar g_2 (a_2^\dagger S^- - a_2 S^+) \quad (3d)$$

$$H_E = i \hbar \kappa_1 (E_1 a_1^\dagger - E_1^* a_1) + i \hbar \kappa_2 (E_2 a_2^\dagger - E_2^* a_2), \quad (3e)$$

其中 H_A 和 H_F 分别是原子和场的自由哈密顿量, H_1 描述原子和腔内场的相互作用, H_E 描述入射光和腔模的相互作用. a_i 和 $a_i^\dagger$ ($i = 1, 2$) 分别为两个腔模场的湮灭和产生算符. 原子集合算符定义为

$$R^\pm = \sum_{i=1}^N r_i^\pm e^{\pm i \omega_c^{(1)} z_i / c}, \quad S^\pm = \sum_{i=1}^N s_i^\pm e^{\pm i \omega_c^{(2)} z_i / c}, \quad T^\pm = \sum_{i=1}^N t_i^\pm e^{\pm i (\omega_c^{(1)} - \omega_c^{(2)}) z_i / c},$$

$$R_3 = \sum_{i=1}^N r_{3i}, \quad S_3 = \sum_{i=1}^N s_{3i}, \quad (4)$$

$r_i^\pm$ ($s_i^\pm$) 分别是处在 z_i 处的第 i 个原子从能级 $|2\rangle$ 到能级 $|1\rangle$ (能级 $|3\rangle$) 的下降和上升算符, $t_i^\pm$ 为 $|3\rangle$ 到 $|1\rangle$ 的下降和上升算符, r_{3i} (s_{3i}) 分别为能级 $|2\rangle$ 对能级 $|1\rangle$ 和 (能级 $|3\rangle$) 的布居反转算符, ($r_i^-, s_i^-, t_i^-, r_{3i}, s_{3i}$) 构成描述三能级原子的完全集. 由于处在不同位置的原子同具有不同相位的场模相互作用, 故集合算符 $R^\pm$ 和 $S^\pm$ 中包含有对应场模的相因子. 算符 $t_i^\pm$ 描述的跃迁在本模型中假定为禁戒跃迁, 故它不直接出现在哈密顿量中, 但它仍是描述系统状态所必需的. 集合算符 $T^\pm$ 的相因子来自源于算符关系 $t_i^- = r_i^- s_i^+$. g_1 和 g_2 是原子和两个场模相互作用的耦合常数, E_i 是两个输入场的振幅, κ_i 为腔模 i 的损耗, 它正比于镜面透射系数.

相互作用系统的密度算符遵从主方程

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \Lambda_A \rho + \Lambda_F \rho, \quad (5)$$

$$\Delta_A \rho = \sum_{i=1}^N \left\{ \gamma_1 ([r_i^-, \rho r_i^+] + [r_i^- \rho, r_i^+]) + \gamma_2 ([s_i^-, \rho s_i^+] + [s_i^- \rho, s_i^+]) \right\}, \quad (6a)$$

$$\Delta_F \rho = \kappa_1 ([a_1, \rho a_1^+] + [a_1 \rho, a_1^+]) + \kappa_2 ([a_2, \rho a_2^+] + [a_2 \rho, a_2^+]), \quad (6b)$$

其中 γ_1 和 γ_2 分别为上能级 $|2\rangle$ 对两个下能级 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 的弛豫率.

3 半经典运动方程和静态解

3.1 运动方程

由主方程(5)求系统变量的平均值,并解除原子和场之间的关联,就可以得到系统的半经典运动方程.定义无量纲变量

$$\begin{aligned} A_i &= \sqrt{2} g_i \langle a_i \rangle / \gamma_1, \quad Y_i = \sqrt{2} g_i E_i / \gamma_1 \quad (i = 1, 2), \\ v &= -\sqrt{2} \langle R^- \rangle / N, \quad w = -\sqrt{2} \langle S^- \rangle / N, \\ z &= -\langle T^- \rangle / N, \quad m = -2 \langle R_3 \rangle / N, \quad n = -2 \langle S_3 \rangle / N, \end{aligned} \quad (7)$$

无量纲失谐参数

$$\tilde{\Delta}_i = \Delta_i / \gamma_1, \quad \tilde{\theta}_i = \theta_i / \kappa_i \quad (i = 1, 2), \quad (8)$$

系统的半经典运动方程为

$$(d/d\tau) A_1 = \tilde{\kappa}_1 [-(1 + i\tilde{\theta}_1) A_1 + Y_1 - 2c_1 v], \quad (9a)$$

$$(d/d\tau) A_2 = \tilde{\kappa}_2 [-(1 + i\tilde{\theta}_2) A_2 + Y_2 - 2c_2 w], \quad (9b)$$

$$(d/d\tau) v = -(\gamma + i\tilde{\Delta}_1) v + A_1 m - A_2 z, \quad (9c)$$

$$(d/d\tau) w = -(\gamma + i\tilde{\Delta}_2) w - A_1 z^* + A_2 n, \quad (9d)$$

$$(d/d\tau) z = -i(\tilde{\Delta}_1 - \tilde{\Delta}_2) z + \frac{1}{2}(A_1 w^* + A_2^* v), \quad (9e)$$

$$(d/d\tau) m = -\frac{2}{3}(\xi + 2)(m + n - 1) - (A_1^* v + A_1 v^*) - \frac{1}{2}(A_2^* w + A_2 w^*), \quad (9f)$$

$$(d/d\tau) n = -\frac{2}{3}(1 + 2\xi)(m + n - 1) - \frac{1}{2}(A_1^* v + A_1 v^*) - (A_2^* w + A_2 w^*), \quad (9g)$$

其中合作参数 c_i

$$c_i = \frac{g_i^2 N}{2 \kappa_i \gamma_1} \quad (i = 1, 2), \quad (10)$$

无量纲时间和衰变比为

$$\tau = \gamma_1 t, \quad (11a)$$

$$\tilde{\kappa}_i = \kappa_i / \gamma_1 \quad (i = 1, 2), \quad \gamma = (\gamma_1 + \gamma_2) / \gamma_1, \quad \xi = \gamma_2 / \gamma_1. \quad (11b)$$

3.2 静态解

令运动方程(9)的左边为零可以求出静态解. 虽然不能求出该非线性方程静态解的完全解析表达式, 但该方程对原子变量是线性的, 因此可以消去原子变量得到场变量满足的精确静态方程

$$A_1 = Y_1 \{1 + 2\gamma b^2 c_1 I_2 \Pi + i[\tilde{\theta}_1 + 2bc_1 I_2(\xi I_1 + I_2 - b\tilde{\Delta}_1)\Pi]\}^{-1}, \quad (12a)$$

$$A_2 = Y_2 \{1 + 2\gamma b^2 c_2 I_1 \Pi + i[\tilde{\theta}_2 - 2bc_2 I_1(\xi I_1 + I_2 + b\xi\tilde{\Delta}_2)\Pi]\}^{-1}, \quad (12b)$$

其中

$$I_j = |A_j|^2 \quad (j = 1, 2), \quad (12c)$$

$$b = 2(\tilde{\Delta}_1 - \tilde{\Delta}_2), \quad (12d)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \{ \xi I_1^2 + I_2^2 + (2\xi + 1)I_1^2 I_2 + (\xi + 2)I_1 I_2^2 + 2\xi b \tilde{\Delta}_2 I_1^2 - 2b \tilde{\Delta}_1 I_2^2 + b^2 \gamma I_1 I_2 \\ & + \xi b^2 (\tilde{\Delta}_2^2 + \gamma^2) I_1 + b^2 (\tilde{\Delta}_1^2 + \gamma^2) I_2 \}^{-1}. \end{aligned} \quad (12e)$$

由(12)式立即可以看出, 当 $\Delta_1 = \Delta_2$ 时 ($b=0$), 静态解为

$$A_j = Y_j / (1 + i\tilde{\theta}_j) \quad (j = 1, 2). \quad (13)$$

这时腔内原子似乎不参与对光场的作用, 变得完全透明, 达到相干布居陷俘 (coherent population trapping) 状态.

3.3 双光束非线性共振静态解

双光束非线性共振状态是指两个腔内场 A_j 与对应的输入场 Y_j 之间均不存在相移, 即(12a)和(12b)式的虚部为零. 由此可得到

$$\tilde{\theta}_1 = -2bc_1 I_2(\xi I_1 + I_2 - b\tilde{\Delta}_1)\Pi, \quad (14a)$$

$$\tilde{\theta}_2 = 2bc_2 I_1(\xi I_1 + I_2 + b\xi\tilde{\Delta}_2)\Pi, \quad (14b)$$

$$|Y_1| = \sqrt{I_1}(1 + 2\gamma b^2 c_1 I_2 \Pi), \quad (14c)$$

$$|Y_2| = \sqrt{I_2}(1 + 2\gamma b^2 c_2 I_1 \Pi). \quad (14d)$$

我们将证实, 此状态对 QND 测量十分重要.

3.4 约束条件

Λ 型三能级原子结构中的两个下能级通常由频率简并或近简并、但磁量子数不同的两个子能级组成, 因此与之对应的两个腔模应取相同的腔模频率, 即 $\omega_c^{(1)} = \omega_c^{(2)} \equiv \omega_c$. 由于不同的磁量子数对应于入射光不同的偏振状态, 使这两个跃迁不会相混. 这样, 腔失谐参数和原子失谐参数不能相互独立, 它们必须满足约束条件

$$\tilde{\kappa}_1 \tilde{\theta}_1 - \tilde{\kappa}_2 \tilde{\theta}_2 = (\omega_2 - \omega_1) / \gamma_1 + (\tilde{\Delta}_1 - \tilde{\Delta}_2). \quad (15)$$

4 Fokker-Planck 方程

描述量子系统的主方程可以转化为对应的 C 数方程——Fokker-Planck(F-P)方程

$$\frac{\partial P(\alpha)}{\partial \tau} = \left[\sum_j \frac{\partial}{\partial \alpha_j} B_j + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} D_{ij} \right] P(\alpha), \quad (16)$$

其中 α 是与算符组 $\hat{\alpha}$ 对应的 C 数变量, 在我们的模型中

$$\hat{\alpha} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_{12}) = (a_1, a_1^+, a_2, a_2^+, R^-, R^+, S^-, S^+, T^-, T^+, R_3, S_3). \quad (17)$$

F-P 方程中漂移项 B_j 的形式可由半经典运动方程得到, 扩散矩阵 D 的形式与算符的排序有关, 我们采用正规排序. 对称的扩散矩阵元可用下列公式计算

$$D_{ij} = D_{ji} = (d/d\tau) \langle \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_j \rangle + \langle :(\hat{\alpha}_j \hat{B}_i + \hat{\alpha}_i \hat{B}_j): \rangle, \quad (18)$$

其中 $\hat{B}_j$ 是同 B_j 相对应的算符. 上式第一项由主方程计算, 第二项将括号内的算符按正规排序¹⁾. 通过上述方法可得到该系统的 F-P 方程, 所有变量转化为无量纲变量, B_j 为方程(9)右边的形式(包括对应的复共轭). 令 $D_{ij} \equiv d_{ij}/N$, 所有下标 $i < j$ 的非零扩散矩阵元 $d_{ij} \equiv d_{ji}$ 为

$$\begin{aligned} d_{55} &= d_{66}^* = -2A_1 v, \quad d_{57} = d_{68}^* = -(A_1 w + A_2 v), \quad d_{59} = d_{6,10}^* = -A_1 z, \\ d_{77} &= d_{88}^* = -2A_2 w, \quad d_{79} = d_{8,10}^* = A_2 z - A_1(m - n), \quad d_{7,11} = d_{8,11}^* = A_1 z^*, \\ d_{7,12} &= d_{8,12}^* = -A_1 z^*, \quad d_{9,10} = \frac{2}{3} \xi(1 - m - n) + \frac{1}{2}(A_1^* v + A_1 v^*), \\ d_{9,11} &= d_{10,11}^* = -\frac{1}{2}(A_1 w^* + A_2^* v), \quad d_{9,12} = d_{10,12}^* = -(A_1 w^* + A_2^* v), \\ d_{11,11} &= \frac{4}{3} \left(2 + \frac{1}{2} \xi \right) (1 - m - n) + 2(A_1^* v + A_1 v^*) + \frac{1}{2}(A_2^* w + A_2 w^*), \\ d_{11,12} &= \frac{4}{3} (1 + \xi) (1 - m - n) + (A_1^* v + A_1 v^*) + (A_2^* w + A_2 w^*), \\ d_{12,12} &= \frac{4}{3} \left(\frac{1}{2} + 2\xi \right) (1 - m - n) + \frac{1}{2}(A_1^* v + A_1 v^*) + 2(A_2^* w + A_2 w^*). \end{aligned} \quad (19)$$

围绕静态值的涨落变量 $\{\delta\tilde{\alpha}\}$ 的统计性质由线性 F-P 方程描述

$$\frac{\partial P(\delta\alpha)}{\partial \tau} = \sum_{ij} \left(\frac{\partial}{\partial \delta\alpha_i} M_{ij} \delta\alpha_j + \frac{1}{2} D_{ij} \frac{\partial^2}{\partial \delta\alpha_i \partial \delta\alpha_j} \right) P(\delta\alpha), \quad (20)$$

其中 12×12 线性漂移矩阵 M 由对运动方程(9)线性化操作得到, 线性扩散矩阵 D 只需在(19)式中将所有变量取静态值.

5 判别 QND 测量的三个标准

Holland 等^[7]提出了光学系统中实现 QND 测量的三条标准, 它们实际上是输入输出

1) 这种方法适用于任何排列, 只需将第二项按指定次序排序.

场涨落量的正交分量之间的关联系数. 设输入输出场涨落算符 δa_j^{in} 和 δa_j^{out} 的正交分量

$$x_j^{\text{in}} = \frac{1}{2} [\delta a_j^{\text{in}} \exp(-i\phi_j^{\text{in}}) + \text{h.c.}], \quad x_j^{\text{out}} = \frac{1}{2} [\delta a_j^{\text{out}} \exp(-i\phi_j^{\text{out}}) + \text{h.c.}], \quad (j = 1, 2), \quad (21)$$

定义关联系数

$$C^2(p, q) = \left| \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle p(t) q + q p(t) \rangle e^{-i\omega t} \right|^2 / \left[\int_{-\infty}^{\infty} dt \langle p(t) p \rangle e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle q(t) q \rangle e^{-i\omega t} \right], \quad (22)$$

作为 QND 标准的三个关联系数是

$$C_1^2 \equiv C^2(x_2^{\text{in}}, x_1^{\text{out}}), \quad C_2^2 \equiv C^2(x_2^{\text{in}}, x_2^{\text{out}}), \quad C_3^2 \equiv C^2(x_2^{\text{out}}, x_1^{\text{out}}). \quad (23)$$

输出探测场与输入信号场的关联 C_1^2 表示执行测量的有效性, 输出信号场与输入信号场的关联 C_2^2 反映测量过程对信号的破坏程度. 当 $1 < C_1^2 + C_2^2 < 2$ 时, 表示实现了 QND 测量. 对于线性系统, C_3^2 用于计算条件方差^[12]

$$V \equiv V(x_1^{\text{out}} | x_2^{\text{out}}) = V(x_1^{\text{out}}) (1 - C_3^2), \quad (24)$$

其中 $V(x_1^{\text{out}})$ 是输出探测场的方差. 条件方差是在给定输出探测场值时, 输出信号场的方差, 表示量子态准备的好坏. 当它趋于零时, 表示量子态已完全准备好.

6 数值结果

我们在考虑两个输入场参数时, 采用了 Gheri 等^[13] 的提议, 即强的信号光束和弱的探测光束. 强信号光耗尽了能级 $|3\rangle$ 的布居, 使绝大部分布居落到能级 $|1\rangle$ 上. 这样信号场实际上加到一个空跃迁上, 使原子对信号场几乎完全透明. 另一方面, 强的信号场形成原子的裹态 (dressed state), 使激发态 $|2\rangle$ 形成拉比分裂子能级. 信号场的强度变化调谐了拉比子能级, 使探测场有可能与某个拉比能级共振, 而实现双光束共振状态.

在数值模拟中, 工作参数取 $c_1 = c_2 = 100.0$, $Y_1 = 10.0$, $Y_2 = 100.0$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 3.0 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$, $\Delta_2 = 20.0$, 并设 $\omega_1 = \omega_2$. 为了实现双光束非线性共振状态, 当上述参数给定时, $\tilde{\Delta}_1$ 不能任意取值, 它可以由解方程组 (14) 和 (15) 式得到, 同时还可以得到共振时的静态场强度 I_1 和 I_2 , 腔失谐参数 $\tilde{\theta}_{10}$ 和 $\tilde{\theta}_{20}$. 除了平庸的相干布居陷俘解 $\tilde{\Delta}_1 = 20.0$ 外, 我们得到了四组解, 列于表 1 中.

表 1 双光束非线性共振解

	$\tilde{\Delta}_1$	I_1	I_2	$\tilde{\theta}_{10}$	$\tilde{\theta}_{20}$
1	87.345	13.802	9949.4	11.334	0.11014
2	-67.860	7.6159	9955.8	-14.680	-0.036755
3	81.497	0.0103	9994.1	10.255	0.005069
4	-61.567	0.0104	9993.8	-13.597	-0.002079

实验上通过改变腔长实现调谐最现实可行, 我们的理论分析模拟这一操作方法. 在第

3 节中我们已假定两个光束工作在腔频 ω_c 附近,由(15)式,当改变腔长时,两个腔失谐参数的变化应满足

$$\delta\theta_1 = \delta\theta_2 \equiv \delta\theta, \text{ 或 } \delta\tilde{\theta}_2 = (\kappa_1/\kappa_2)\delta\tilde{\theta}_1, \quad (25)$$

它们是以 $\tilde{\theta}_{10}$ 和 $\tilde{\theta}_{20}$ 作为参考值来定义的

$$\delta\tilde{\theta}_j = \tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_{j0} \quad (j = 1, 2). \quad (26)$$

通过调节腔长扫描 $\delta\tilde{\theta}_1$ 时,我们数值积分动力学方程(9)式.对于表 1 中的第 1 和第 2 组的 $\tilde{\Delta}_1$ 值,其数值结果分别如图 2 和图 3 所示,其中(a)为探测场 1 的强度、(b)为信号场 2 的强度、(c)为两个腔内场对自身输入场的相移随 $\delta\tilde{\theta}_1$ 的变化.由图可见,原子系统对信号场几乎完全透明.控测场的强度出现两个共振峰,分别对应于 A_1 对 Y_1 的相移为零处.较大的峰是探测场本身的共振峰,这时信号场十分弱,没有参与相互作用.较小的峰是伴随信号场共振所致,即发生双光束共振.数值结果证实了上面的物理分析.表 1 中的第 3 和第 4 组双光束共振解所对应的探测场十分微弱,显然对测量十分不利.数值结果也表明不能实现 QND 测量,我们略去其动力学行为的描述.

我们的模型采用单端腔结构,即同一光束只从一个端口出入,因此可运用文献[15]中的公式计算 QND 测量的三个标准.输入输出信号涨落场取振幅分量,输出探测涨落场取与之正交的相位分量.由于在我们最感兴趣的双光束共振处两个光束的相移均为零,因此(21)式中的相因子应为 $\phi_2^{\text{in}} = \phi_2^{\text{out}} = 0$ 和 $\phi_1^{\text{out}} = \pi/2$.对应于图 2 和图 3 所用的参数和工作状态时的 QND 测量特性分别由图 4 和图 5 描述.图 4(a)和图 5(a)表示在双光束共振处附近扫描腔失谐参数,以显示最佳 QND 工作点.对于每一个固定的腔失谐值,我们计算 C_1^2 、 C_2^2 和 V 的频谱,并在 $C_1^2 + C_2^2$ 为最大值的频率处取 C_1^2 、 C_2^2 和 V 的值,在图中分别用实线、短虚线和长虚线表示.设真

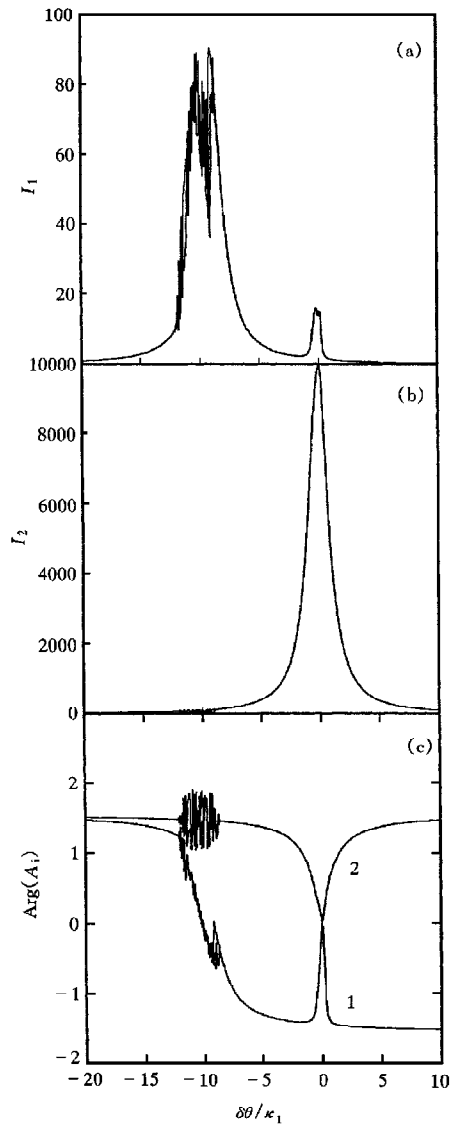


图 2 对应于表 1 中第一组 $\tilde{\Delta}_1$, $\tilde{\theta}_{10}$, $\tilde{\theta}_{20}$ 值的静态解
(a) 探测场强度, (b) 信号场强度, (c) 探测场和信号场的相移随腔失谐参数的变化

空散粒噪声的方差为 1, 由图 4(a) 和图 5(a) 可明显看出, 双光束共振处是 QND 测量的最佳工作点. 图 4(b) 和图 5(b) 给出了在该工作点 QND 测量三个标准的频谱. 在图 4(b) 中, 当 $\omega/\gamma_1=1.5$ 时, 最佳 QND 为 $C_1^2 + C_2^2=1.69$ 和 $V=0.25$; 在图 5(b) 中, 当 $\omega/\gamma_1=0.9$ 时, 最佳 QND 为 $C_1^2 + C_2^2=1.64$ 和 $V=0.29$. 这些结果表明了在 Λ 型三能级原子中, 可以实现有意义的量子非破坏测量.

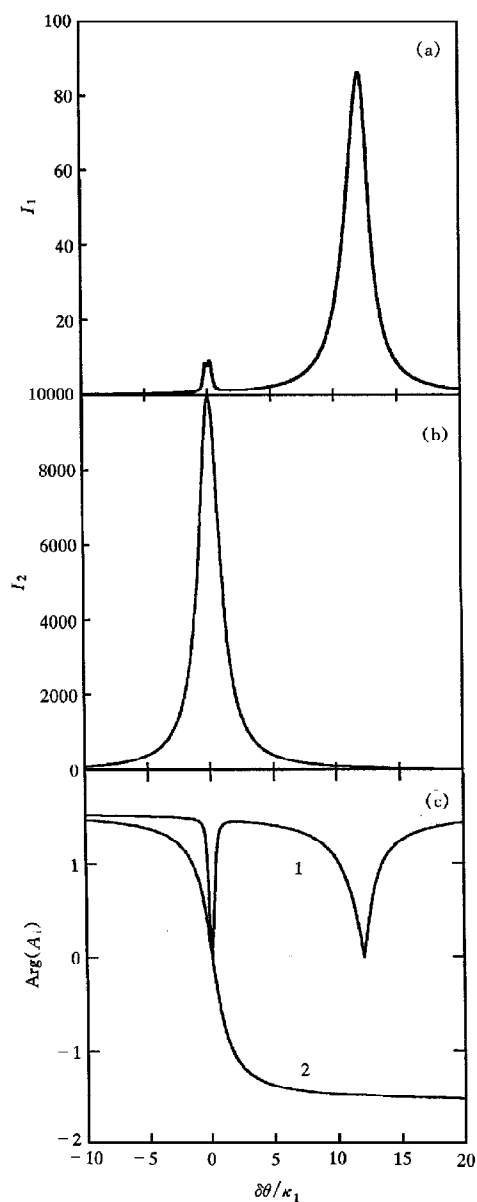


图 3 对应于表 1 中第二组 $\tilde{\Delta}_1, \tilde{\theta}_{10}, \tilde{\theta}_{20}$ 值的静态解 说明同图 2

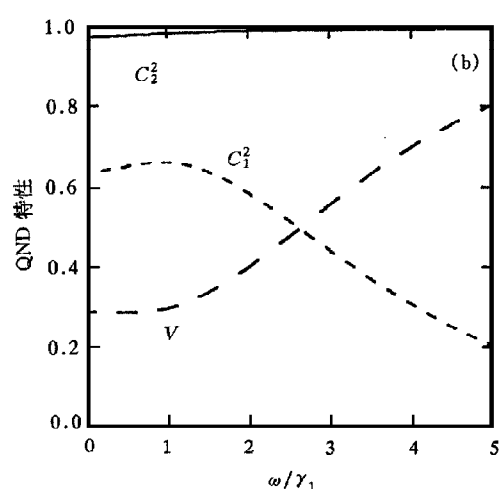
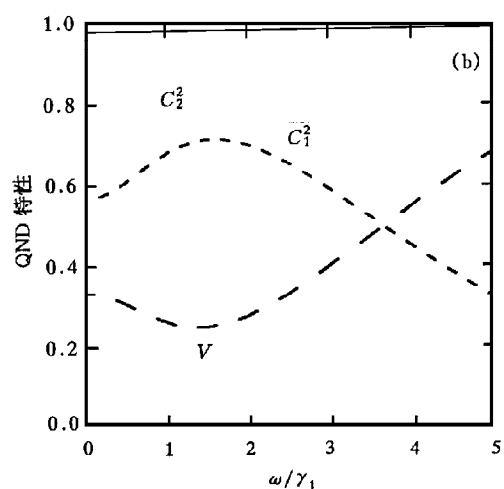
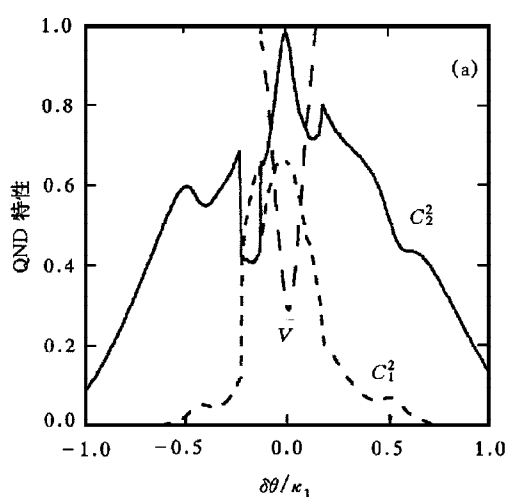
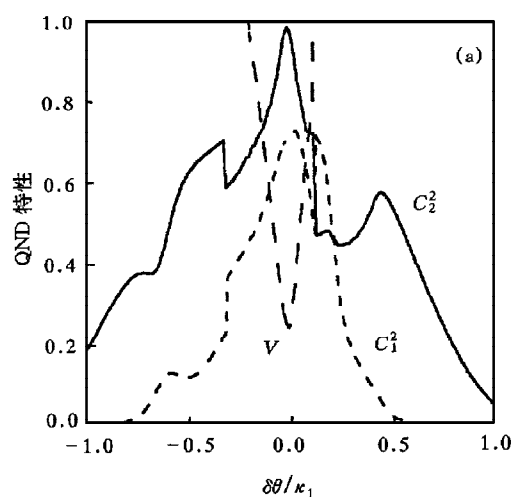


图4 对应于表1中第一组 $\tilde{\Delta}_1, \tilde{\theta}_{10}, \tilde{\theta}_{20}$ 参数值时(即对应于图2)的量子非破坏测量特性 (a) 最佳 C_1^2 (实线)、 C_2^2 (短虚线)和 V (长虚线)值随腔失谐的变化, (b) 在双光束共振静态时, C_1^2 (实线)、 C_2^2 (短虚线)和 V (长虚线)的频谱

图5 对应于表1中第二组 $\tilde{\Delta}_1, \tilde{\theta}_{10}, \tilde{\theta}_{20}$ 参数值时(即对应于图3)的量子非破坏测量特性 说明同图4

7 结 论

我们运用全量子理论较严格和详细地讨论了双光束 Δ 型三能级原子相互作用系统中的动力学行为和量子非破坏测量特性. 本文给出了该复杂系统场变量静态解的解析形式和实现双光束共振的条件. 数值结果表明, 当施加强信号场与弱探测场时, 在非线性双

光束共振处可以实现光学量子非破坏测量。

感谢与 P. Grangier 和 L. A. Lugiato 十分有益的讨论。

- [1] V. B. Braginsky and Yu. I. Vorontsov, *Usp. Fiz. Nauk.*, **114**(1974), 41; *Sov. Phys. Usp.*, **17**(1975), 644; V. B. Braginsky, Yu. I. Vorontsov and F. Ya. Khalili, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **73**(1975), 1340; *Sov. Phys. JETP*, **46**(1977), 705.
- [2] G. J. Milburn and D. F. Walls, *Phys. Rev.*, **A28**(1983), 2055.
- [3] N. Imoto, H. A. Haus and Y. Yamamoto, *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 2287.
- [4] B. Yurke, *J. Opt. Soc. Am.*, **B2**(1985), 732.
- [5] M. D. Levenson, R. M. Shelby, M. Reid and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 2473.
- [6] A. LaPorta, R. E. Slusher and B. Yurke, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 28.
- [7] M. J. Holland, M. J. Collett, D. F. Walls and M. D. Levenson, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 2995; C. A. Blockley and D. F. Walls, *Opt. Commun.*, **79**(1990), 241.
- [8] P. Grangier, J. F. Roch and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 1418.
- [9] M. Brune, S. Haroche, V. Lefevre, J. M. Raimond and N. Zagury, *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 976; M. Brune, L. Davidovitch, S. Haroche and J. M. Raimond, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 8190.
- [10] S. R. Friberg, S. Machida and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.*, **69**(1992), 3165.
- [11] P. Grangier, J. M. Courty and S. Reynaud, *Opt. Commun.*, **89**(1992), 99.
- [12] J. Ph. Poizat, J. -F. Roch and P. Grangier, *Ann. Phys. Fr.*, **19**(1994), 265.
- [13] K. M. Gheri, P. Grangier, J. -Ph. Poizat and D. F. Walls, *Phys. Rev.*, **A46**(1992), 4276.
- [14] J. Ph. Poizat, M. J. Collett and D. F. Walls, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 5171.
- [15] Yang Guojian and Wang Kaige, *Opt. Commun.*, **137**(1997), 151.

QUANTUM NON-DEMOLITION MEASUREMENT IN NONLINEAR DOUBLE-RESONANCE FOR TWO BEAMS*

WANG KAI-GE XU QIU-SHENG YANG GUO-JIAN

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875)

(Received 9 March 1998; revised manuscript received 30 April 1998)

ABSTRACT

A quantum theoretical model for the system of interaction between two beams and N atoms of Λ -type three-level has been established. The dynamical behavior and the features of the optical quantum non-demolition (QND) measurement are discussed in details. The results show that the efficient QND measurement can be well performed at the operation of the nonlinear double-resonance for two beams.

PACC: 4250P

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China under the Grant No. 19774013.