

一维复合势垒中的 Larmor 钟^{*}

袁焯权¹⁾ 马中水²⁾ 李华钟²⁾

1) (中山大学物理系, 广州 510275)

2) (中山大学高等学术研究中心, 广州 510275)

(1997 年 12 月 22 日收到)

利用 Larmor 钟方法计算了一维复合势垒系统中的隧穿时间. 从计算结果, 对由 Larmor 钟所定义的 Larmor 时间在复合势垒中的有效性、可加性, 以及它们与透射时间 τ_T 、反射时间 τ_R 、逗留时间 τ_D 的关系作了讨论. 6 个 Larmor 时间中, τ_{xT} , τ_{xR} , τ_{yT} 和 τ_{yR} 都不是有效的时间量, 它们不能为隧穿时间提供有效的描述, 只有 τ_{yT} 和 τ_{yR} 满足可加性和判据 $\tau_D = T\tau_{yT} + R\tau_{yR}$, 它们最有可能给出透射时间 τ_T 、反射时间 τ_R . τ_{yT} , τ_{yR} 与势垒的对称性有关, 等式 $\tau_{yT} = \tau_{yR}$ 是否成立与势垒是否对称有关.

PACC: 7340G

1 引 言

自 1932 年 MacColl^[1]提出隧穿时间问题至今已有半个多世纪. 随着 80 年代纳米级半导体高速器件研究的兴起, 使得这一问题倍受关注. 目前, 人们已普遍接受由三个时间量来描写隧穿过程的作用时间. 这三个时间量为: 透射时间(transmitted time) τ_T , 反射时间(reflected time) τ_R 和逗留时间(dwell time) τ_D . 其定义分别为: 入射粒子进入势垒, 与势垒相互作用, 若最后粒子透射出去, 这段粒子与势垒的作用时间叫透射时间; 若最后粒子反射回来, 这段粒子与势垒的作用时间叫反射时间; 若最后粒子离开势垒, 而不区分透射还是反射, 则粒子与势垒的作用时间叫逗留时间. 对于单个粒子, 反射与透射是互斥的, 而 τ_D 不区分反射与透射, 因此人们认为 τ_D 应是 τ_T , τ_R 的加权平均, 即

$$\tau_D = T\tau_T + R\tau_R, \quad (1)$$

其中 T , R 分别为透射率和反射率. 对于 τ_D 的具体定义形式, 人们普遍接受 Smith^[2] 提出的定义:

$$\tau_D = \frac{1}{j} \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx, \quad (2)$$

其中 $[x_1, x_2]$ 为势垒所在区域, $\psi(x)$ 为系统波函数, j 为入射流. τ_T , τ_R 的具体定义形式尚未取得统一意见, 但人们已接受 Hauge 和 Stovneeng 的观点^[3]: τ_T , τ_R 的有效定义必须满足(1)式, 即以(1)式作为衡量 τ_T , τ_R 定义的判据.

* 香港中山大学高等学术研究中心基金(批准号:97P2)资助的课题.

在隧穿时间的研究中,人们提出了各种方法,而最受重视的是 Larmor 钟方法. 因为 Larmor 钟方法不但给出了一些与隧穿有关的时间量,还为实验测量隧穿时间提供了一种方案. Larmor 钟方法是 Baz 首先用于散射问题研究^[4],之后被 Rybachenko 用来研究隧穿时间问题^[5]. 1983 年 Büttiker 对方势垒中的 Larmor 钟作了详细分析^[6],定义了 6 个时间量,即习惯上称为 Larmor 时间. 十多年来,研究 Larmor 钟的文章不少^[7-9],但仍未能就 Larmor 时间与 τ_T , τ_R 的关系给出统一的意见. 本文试图通过复合势垒中 Larmor 钟的计算,阐述 Larmor 时间与 τ_T , τ_R 的关系.

2 Büttiker 的 Larmor 钟和 Larmor 时间

这里简单地引述 Büttiker 的讨论. Büttiker^[6]考虑如图 1 所示的系统. 图 1 中方势垒

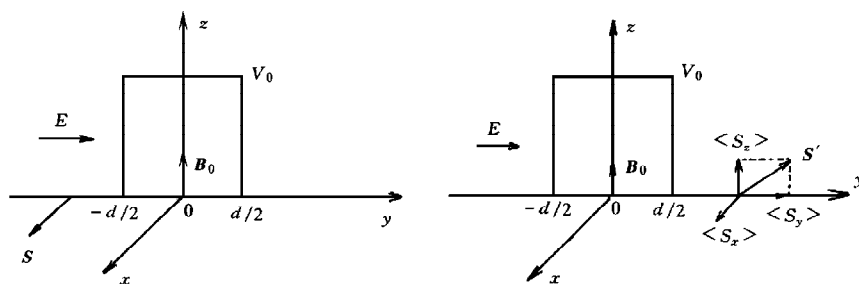


图 1 能量为 E 的粒子自旋取 x 轴方向,从沿 z 轴弱磁场 B_0 的方势垒透射后,粒子自旋发生偏转

内加入沿 z 轴方向的微扰磁场 B_0 , 粒子沿 y 轴入射, 粒子自旋取 x 轴方向. 粒子穿过势垒后, 由于 Larmor 进动及 Zeeman 效应, 粒子自旋发生偏转, Büttiker 根据自旋偏转后在 x 轴、 y 轴、 z 轴方向的分量, 定义了统称为 Larmor 时间的 6 个时间量: τ_{zT} , τ_{yT} , τ_{xT} , τ_{zR} , τ_{yR} , τ_{xR} .

$$\lim_{\omega_L \rightarrow 0} \langle S_z \rangle_T \equiv \frac{\hbar}{2} \omega_L \tau_{zT}, \quad (3a)$$

$$\lim_{\omega_L \rightarrow 0} \langle S_y \rangle_T \equiv \frac{\hbar}{2} \omega_L \tau_{yT}, \quad (3b)$$

$$\lim_{\omega_L \rightarrow 0} \langle S_x \rangle_T \equiv \frac{\hbar}{2} (1 - \omega_L^2 \tau_{xT}^2/2)^{1/2}, \quad (3c)$$

$$\lim_{\omega_L \rightarrow 0} \langle S_z \rangle_R \equiv \frac{\hbar}{2} \omega_L \tau_{zR}, \quad (3d)$$

$$\lim_{\omega_L \rightarrow 0} \langle S_y \rangle_R \equiv \frac{\hbar}{2} \omega_L \tau_{yR}, \quad (3e)$$

$$\lim_{\omega_L \rightarrow 0} \langle S_x \rangle_R \equiv \frac{\hbar}{2} (1 - \omega_L^2 \tau_{xR}^2/2)^{1/2}, \quad (3f)$$

其中 $\omega_L = eB_0/mc$ 为 Larmor 频率, $\langle S_z \rangle$, $\langle S_y \rangle$, $\langle S_x \rangle$ 分别为自旋在 z 轴, y 轴, x

轴方向的分量,下标 T,R 分别为透射、反射.对于方势垒,设透射系数、反射系数为 $D(k, K)$, $A(k, K)$.由于 $D(k, K)$, $A(k, K)$ 为复量,可将其表示为下列形式:

$$\begin{aligned} D(k, K) &= |D(k, K)| e^{i\Delta\varphi_T(k, K)}, \\ A(k, K) &= |A(k, K)| e^{i\Delta\varphi_R(k, K)}, \end{aligned} \quad (4)$$

则有

$$\tau_{zT} = -\frac{m}{\hbar K} \frac{\partial \ln |D(k, K)|}{\partial K}, \quad (5a)$$

$$\tau_{yT} = -\frac{m}{\hbar K} \frac{\partial \Delta\varphi_T(k, K)}{\partial K}, \quad (5b)$$

$$\tau_{xT} = \frac{m}{\hbar K} \left| \frac{\partial}{\partial K} \ln D(k, K) \right| = (\tau_{yT}^2 + \tau_{zT}^2)^{1/2}, \quad (5c)$$

$$\tau_{zR} = -\frac{m}{\hbar K} \frac{\partial}{\partial K} \ln |A(k, K)|, \quad (5d)$$

$$\tau_{yR} = -\frac{m}{\hbar K} \frac{\partial}{\partial K} \Delta\varphi_R(k, K), \quad (5e)$$

$$\tau_{xR} = \frac{m}{\hbar K} \left| \frac{\partial}{\partial K} \ln A(k, K) \right| = (\tau_{yR}^2 + \tau_{zR}^2)^{1/2}, \quad (5f)$$

其中 $k = \sqrt{2mE}/\hbar$, $K = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$, V_0 为势垒高度, E 为入射粒子的能量.可以证明:

$$\tau_{zT} T + \tau_{yR} R = 0, \quad (6)$$

$$\tau_{yT} = \tau_{yR} = \tau_D, \quad (7)$$

其中 τ_D 可由(2)式求得.根据(7)式, Büttiker 认为自旋在 y 方向的分量决定于逗留时间 τ_D .将(5c)和(5f)式所求得的 τ_{xT} , τ_{xR} 的结果与 Büttiker 和 Landauer 用余弦时变微扰所求得的结果^[10]相比较, Büttiker 认为

$$\tau_T = \tau_{xT}, \quad \tau_R = \tau_{xR}. \quad (8)$$

(8)式有一点不能令人满意,因为由(5c)和(5f)式可知: $\tau_{xT} > \tau_{yT}$, $\tau_{xR} > \tau_{yR}$, 故 $\tau_{xT} T + \tau_{xR} R > \tau_D$, 即不能满足(1)式的判据.

3 一维复合势垒中的 Larmor 钟

把 Larmor 钟方法应用到由两个不同的方势垒串联成的复合势垒系统中,分别求出 τ_{xT} , τ_{yT} , τ_{zT} , τ_{xR} , τ_{yR} , τ_{zR} 和 τ_D .将所得结果与 Büttiker 的结果^[6]相比较,讨论 Larmor 时间与 τ_D , τ_R 的关系.

3.1 求解复合势垒系统

考虑如图 2 所示系统,则系统的哈密顿量为

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dy^2} + V_1 \theta(y + a_1) \theta(-y) + V_2 \theta(y) \theta(a_2 - y), \quad (9)$$

其中 $\theta(y) = \begin{cases} 1 & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}$. 由 Schrödinger 方程及系统的边界条件, 可解得图 2 系统的反射、透射系数 A, D 分别为

$$A = \frac{g_1^* f_2 - f_1^* g_2}{f_1 f_2 - g_1 g_2} e^{-2i k a_1} \equiv |A| e^{i \Delta \varphi_R} e^{-2i k a_1}, \quad (10)$$

$$D = \frac{(\alpha_1^2 - \beta_1^2)(\alpha_2^2 - \beta_2^2)}{f_1 f_2 - g_1 g_2} e^{-i k(a_1 + a_2)} \equiv |D| e^{i \Delta \varphi_T} e^{-i k(a_1 + a_2)}, \quad (11)$$

其中

$$\alpha_j = (1 + i k / K_j), \quad \beta_j = (1 - i k / K_j), \quad k = \sqrt{2 m E} / \hbar, \quad K_j = \sqrt{2 m (V_j - E)} / \hbar,$$

$$f_j = (\alpha_j^2 e^{-K_j a_j} - \beta_j^2 e^{K_j a_j}), \quad g_j = 2 \alpha_j \beta_j \sinh K_j a_j \quad (j = 1, 2), \quad (12)$$

$$\Delta \varphi_R = \theta_1 - \theta_2, \quad \Delta \varphi_T = -\theta_2, \quad (13a)$$

$$\tan \theta_1 = \text{Im}(g_1^* f_2 - f_1^* g_2) / \text{Re}(g_1^* f_2 - f_1^* g_2), \quad (13b)$$

$$\tan \theta_2 = \text{Im}(f_1 f_2 - g_1 g_2) / \text{Re}(f_1 f_2 - g_1 g_2). \quad (13c)$$

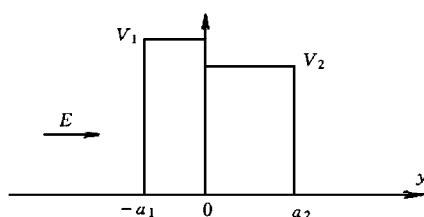


图 2 能量为 E 的粒子入射由两个方势垒串联成的复合势垒

3.2 复合势垒系统的 Larmor 时间

把 Larmor 钟应用到 $[-a_1, a_2]$ 区域, 如图 3 所示, 则系统的哈密顿量为

$$H = \left[\frac{1}{2m} p_y^2 + V_1 \theta(y + a_1) \theta(-y) + V_2 \theta(y) \theta(a_2 - y) \right] I + \frac{1}{2} \hbar \omega_L \sigma_z \theta(y + a_1) \theta(a_2 - y),$$

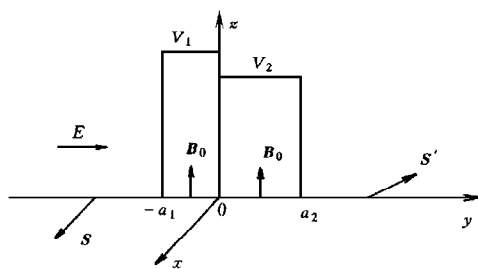


图 3 能量为 E 的粒子自旋取 x 轴方向, 从沿 z 轴弱磁场 B_0 的复合势垒透射后, 粒子自旋发生偏转

其中 I 为 2×2 单位矩阵, σ_z 为泡利矩阵. 此时入射波函数为

$$\psi(y) = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iky} \quad k = \sqrt{2mE}/\hbar, \quad (14)$$

因此, 可求得系统透射波函数和反射波函数分别为

$$\psi_T = (|D_+|^2 + |D_-|^2)^{-1/2} \begin{pmatrix} D_+ \\ D_- \end{pmatrix} e^{iky}, \quad (15)$$

$$\psi_R = (|A_+|^2 + |A_-|^2)^{-1/2} \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} e^{-iky}, \quad (16)$$

其中

$$D_{\pm} = D(K_{1\pm}, K_{2\pm}) \equiv |D_{\pm}| e^{i\Delta\varphi_{T\pm}} e^{-ik(a_1 + a_2)}, \quad (17)$$

$$\Delta\varphi_{T\pm} = \Delta\varphi_T(K_{1\pm}, K_{2\pm}), \quad (18)$$

$$A_{\pm} = A(K_{1\pm}, K_{2\pm}) \equiv |A_{\pm}| e^{-i\Delta\varphi_{R\pm}} e^{-2ika_1}, \quad (19)$$

$$\Delta\varphi_{R\pm} = \Delta\varphi_R(K_{1\pm}, K_{2\pm}), \quad (20)$$

$$K_{j\pm} = \left[2m \left(V_j - E \mp \frac{1}{2} \hbar\omega_L \right) \right]^{1/2} / \hbar \quad (j = 1, 2), \quad (21)$$

符号“+”, “-”分别为自旋向上、自旋向下(下同), $\omega_L = eB/mc$ 为 Larmor 频率, V_1, V_2 为势垒高度, E 为粒子入射能量, 因此可求得

$$\langle S_z \rangle_T = \frac{\hbar}{2} \langle \psi_T | \sigma_z | \psi_T \rangle = \frac{\hbar}{2} \frac{T_+ - T_-}{T_+ + T_-}, \quad (22a)$$

$$\langle S_y \rangle_T = \frac{\hbar}{2} \langle \psi_T | \sigma_y | \psi_T \rangle = - \frac{(T_+ - T_-)^{1/2}}{T_+ + T_-} \hbar \sin(\Delta\varphi_{T+} - \Delta\varphi_{T-}), \quad (22b)$$

$$\langle S_x \rangle_T = \frac{\hbar}{2} \langle \psi_T | \sigma_x | \psi_T \rangle = \frac{(T_+ - T_-)^{1/2}}{T_+ + T_-} \hbar \cos(\Delta\varphi_{T+} - \Delta\varphi_{T-}), \quad (22c)$$

$$\langle S_z \rangle_R = \frac{\hbar}{2} \langle \psi_R | \sigma_z | \psi_R \rangle = \frac{\hbar}{2} \frac{R_+ - R_-}{R_+ + R_-}, \quad (22d)$$

$$\langle S_y \rangle_R = \frac{\hbar}{2} \langle \psi_R | \sigma_y | \psi_R \rangle = - \frac{(R_+ - R_-)^{1/2}}{R_+ + R_-} \hbar \sin(\Delta\varphi_{R+} - \Delta\varphi_{R-}), \quad (22e)$$

$$\langle S_x \rangle_R = \frac{\hbar}{2} \langle \psi_R | \sigma_x | \psi_R \rangle = \frac{(R_+ - R_-)^{1/2}}{R_+ + R_-} \hbar \cos(\Delta\varphi_{R+} - \Delta\varphi_{R-}), \quad (22f)$$

其中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为泡利矩阵, $T_{\pm} = |D_{\pm}|^2$, $R_{\pm} = |A_{\pm}|^2$.

当 ω_L 很小时, 即低磁场情形, 由(21)式可得

$$K_{j\pm} = K_j \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_j} \quad (j = 1, 2),$$

因此, $T_{\pm}, R_{\pm}, \Delta\varphi_{T\pm}, \Delta\varphi_{R\pm}$ 可表示为

$$T_{\pm} \simeq T \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_1} \frac{\partial T}{\partial K_1} \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_2} \frac{\partial T}{\partial K_2}, \quad (23a)$$

$$R_{\pm} \simeq R \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_1} \frac{\partial R}{\partial K_1} \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_2} \frac{\partial R}{\partial K_2}, \quad (23b)$$

$$\Delta \varphi_{T_{\pm}} \simeq \Delta \varphi_T \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_1} \frac{\partial \Delta \varphi_T}{\partial K_1} \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_2} \frac{\partial \Delta \varphi_T}{\partial K_2}, \quad (23c)$$

$$\Delta \varphi_{R_{\pm}} \simeq \Delta \varphi_R \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_1} \frac{\partial \Delta \varphi_R}{\partial K_1} \mp \frac{m\omega_L}{2\hbar K_2} \frac{\partial \Delta \varphi_R}{\partial K_2}, \quad (23d)$$

其中 $T = |D|^2$, $R = |A|^2$ 分别为透射率和反射率. 把(23)各式代入(22)各式, 由定义(3)式可求得

$$\tau_{zT} = -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial}{\partial K_1} \ln |D| - \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial}{\partial K_2} \ln |D|, \quad (24a)$$

$$\tau_{yT} = -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial}{\partial K_1} \Delta \varphi_T - \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial}{\partial K_2} \Delta \varphi_T, \quad (24b)$$

$$\tau_{xT} = (\tau_{yT}^2 + \tau_{zT}^2)^{1/2}, \quad (24c)$$

$$\tau_{zR} = -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial}{\partial K_1} \ln |A| - \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial}{\partial K_2} \ln |A|, \quad (24d)$$

$$\tau_{yR} = -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial}{\partial K_1} \Delta \varphi_R - \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial}{\partial K_2} \Delta \varphi_R, \quad (24e)$$

$$\tau_{xR} = (\tau_{yR}^2 + \tau_{zR}^2)^{1/2}. \quad (24f)$$

3.3 Larmor 时间的可加性

可加性是一个时间量应满足的必要条件, 即粒子穿过两势垒所用的总时间应等于穿过各势垒所用时间之和. 为了考察(24)式所求得的 Larmor 时间的可加性. 我们分别把 Larmor 钟应用到 $[-a_1, 0]$ 和 $[0, a_2]$ 区域. 把 Larmor 钟应用到 $[-a_1, 0]$ 区域时, 系统的哈密顿量为

$$H' = \frac{p^2}{2m} I + \left(V_1 I + \frac{\hbar}{2} \sigma_z \omega_L \right) \theta(y + a_1) \theta(-y) + V_2 \theta(y) \theta(a_2 - y) I,$$

则可求得透射、反射波函数为

$$\psi'_T = (|D'_+|^2 + |D'_-|^2)^{-1/2} \begin{pmatrix} D'_+ \\ D'_- \end{pmatrix} e^{iky},$$

$$\psi'_R = (|A'_+|^2 + |A'_-|^2)^{-1/2} \begin{pmatrix} A'_+ \\ A'_- \end{pmatrix} e^{-iky},$$

其中

$$D'_{\pm} = D(K_{1\pm}, K_2) = |D'_{\pm}| e^{-i\Delta \varphi_{T_{\pm}}} e^{-ik(a_1 + a_2)},$$

$$A'_{\pm} = A(K_{1\pm}, K_2) = |A'_{\pm}| e^{-i\Delta \varphi_{R_{\pm}}} e^{-2ika_1},$$

$$\Delta \varphi'_{T_{\pm}} = \Delta \varphi_T(K_{1\pm}, K_2), \quad \Delta \varphi'_{R_{\pm}} = \Delta \varphi_R(K_{1\pm}, K_2).$$

因此可求得

$$\begin{aligned} \tau'_{zT} &= -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \ln |D|}{\partial K_1}, & \tau'_{zR} &= -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \ln |A|}{\partial K_1}, \\ \tau'_{yT} &= -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \Delta \varphi_T}{\partial K_1}, & \tau'_{yR} &= -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \Delta \varphi_R}{\partial K_1}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\tau'_{yT} = (\tau'^2_{yT} + \tau'^2_{zT})^{1/2}, \quad \tau'_{xR} = (\tau'^2_{yR} + \tau'^2_{zR})^{1/2}.$$

同理,把 Larmor 钟应用于 $[0, a_2]$ 区域,可求得

$$\begin{aligned} \tau''_{zT} &= -\frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \ln |D|}{\partial K_2}, & \tau''_{zR} &= -\frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \ln |A|}{\partial K_2}, \\ \tau''_{yT} &= -\frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \Delta \varphi_T}{\partial K_2}, & \tau''_{yR} &= -\frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \Delta \varphi_R}{\partial K_2}, \\ \tau''_{xT} &= (\tau'^2_{yT} + \tau'^2_{zT})^{1/2}, & \tau''_{xR} &= (\tau'^2_{yR} + \tau'^2_{zR})^{1/2}, \end{aligned} \quad (26)$$

故由(24)–(26)式可得

$$\tau'_{zT} + \tau''_{zT} = \tau_{zT}, \quad \tau'_{yT} + \tau''_{yT} = \tau_{yT}, \quad (27a)$$

$$\tau'_{zR} + \tau''_{zR} = \tau_{zR}, \quad \tau'_{yR} + \tau''_{yR} = \tau_{yR}, \quad (27b)$$

$$\tau'_{xT} + \tau''_{xT} \neq \tau_{xT}, \quad \tau'_{xR} + \tau''_{xR} \neq \tau_{xR}. \quad (27c)$$

由(27)式可知: τ_{zT} , τ_{yT} , τ_{zR} , τ_{yR} 所求得的时间量满足可加性,而 τ_{xT} , τ_{xR} 所定义的时间量则不能满足可加性.

3.4 Larmor 时间的性质

下面对(24)式的 Larmor 时间的性质作进一步讨论.把(13a)式代入(24b)和(24e)式,可得

$$\begin{aligned} \tau_{yT} &= \frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial K_1} + \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial K_2}, \\ \tau_{yR} &= -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial K_1} - \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \theta_1}{\partial K_2} + \frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \theta_2}{\partial K_1} + \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial K_2}, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 θ_1 , θ_2 由(13)式给出.由(13b)式可以证明: $\frac{\partial \theta_1}{\partial K_1} \neq 0$, $\frac{\partial \theta_1}{\partial K_2} \neq 0$, 因此由(28)式可得

$$\tau_{yT} \neq \tau_{yR}. \quad (29)$$

(29)式的结果不同于 Büttiker 的单方势垒的结果((7)式).为了作进一步比较,考虑如图 4

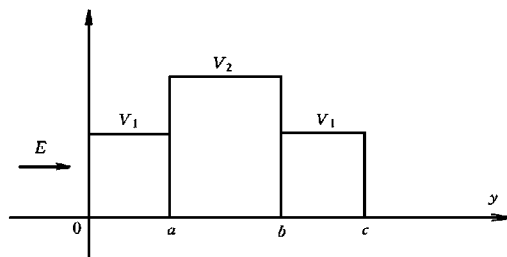


图 4 由三个方势垒串联成对称复合势垒的 Larmor 钟表明 $\tau_{yT} = \tau_{yR}$

所示的复合势垒系统,可以求得其反射系数、透射系数分别为

$$A = \frac{|m|^2 - |n|^2 e^{-2K_2 d_2}}{n^{*2} e^{-2K_2 d_2} - m^{*2}}, \quad D = \frac{mn^* - m^* n}{n^{*2} e^{-2K_2 d_2} - m^{*2}} e^{-K_2 d_2} e^{ikc}, \quad (30)$$

其中 $m = \gamma\alpha_1 e^{K_1 a} - \xi\beta_1 e^{-K_1 a}$, $n = \gamma\beta_1 e^{-K_1 a} - \xi\alpha_1 e^{K_1 a}$, $d_2 = b - a$, $\alpha_1 = 1 + (ik/K_1)$, $\beta_1 = 1 - (ik/K_1)$, $\gamma = 1 + (K_2/K_1)$, $\xi = 1 - (K_2/K_1)$, $K_j = [2m(V_j - E)]^{1/2}/\hbar$ ($j=1, 2$), 因此由 Larmor 钟方法可求得该系统的 τ_{yT} , τ_{yR} 为

$$\tau_{yT} = \frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \theta}{\partial K_1} + \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \theta}{\partial K_2}, \quad \tau_{yR} = \frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \theta}{\partial K_1} + \frac{m}{\hbar K_2} \frac{\partial \theta}{\partial K_2}, \quad (31)$$

其中 $\tan \theta = \text{Im}(n^* e^{-2K_2 d_2} - m^*) / \text{Re}(n^* e^{-2K_2 d_2} - m^*)$, 所以由(31)式可有 $\tau_{yT} = \tau_{yR}$. 比较单方势垒、图 2 系统和图 4 系统有关 τ_{yT} , τ_{yR} 的结果, 发现对于单方势垒和图 4 两个对称的势垒系统有 $\tau_{yT} = \tau_{yR}$, 对图 2 不对称的势垒系统有 $\tau_{yT} \neq \tau_{yR}$. 所以我们认为 $\tau_{yT} = \tau_{yR}$ 不是普遍结果, 等式是否成立与势垒的对称性有关.

下面讨论在图 2 的复合势垒中是否有 $\tau_D = \tau_{yR}$ 或 $\tau_D = \tau_{yT}$. 根据(1)式, 代入波函数, 可得

$$\tau_D = \frac{mT}{8\hbar k K_1} \left[\frac{4K_2}{K_1} \left(1 + \frac{k^2}{K_2^2} \right) \sinh^2 K_1 a_1 \sinh 2K_2 a_2 + \left(1 + \frac{k^2}{K_2^2} \right) \cosh 2K_2 a_2 u(K_2, K_1, a_1) \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{k^2}{K_2^2} \right) v(K_2, K_1, a_1) \right] + \frac{mT}{4\hbar k K_2} u(k, K_2, a_2), \quad (32)$$

其中

$$u(p, q, d) = \left(1 + \frac{p^2}{q^2} \right) \sinh 2qd + \left(1 - \frac{p^2}{q^2} \right) (2qd), \\ v(p, q, d) = \left(1 - \frac{p^2}{q^2} \right) \sinh 2qd + \left(1 + \frac{p^2}{q^2} \right) (2qd) \quad (\text{下同}).$$

由(13)式求得 $\frac{\partial \theta_1}{\partial K_1}$, $\frac{\partial \theta_1}{\partial K_2}$, $\frac{\partial \theta_2}{\partial K_1}$, $\frac{\partial \theta_2}{\partial K_2}$, 代入(28)式, 得

$$\tau_{yT} = \frac{mT}{8\hbar k K_1} \left[\frac{2K_2}{K_1} \left(1 + \frac{k^2}{K_2^2} \right) \sinh^2 K_1 a_1 \sinh 2K_2 a_2 \right. \\ \left. + \left(1 + \frac{k^2}{K_2^2} \right) \sinh^2 K_2 a_2 u(K_2, K_1, a_1) + 2u(k, K_1, a_1) \right] \\ + \frac{mT}{8\hbar k K_2} \left[\frac{2K_1}{K_2} \left(1 + \frac{k^2}{K_1^2} \right) \sinh^2 K_2 a_2 \sinh 2K_1 a_1 \right. \\ \left. + \left(1 + \frac{k^2}{K_1^2} \right) \sinh^2 K_1 a_1 u(K_1, K_2, a_2) + 2u(k, K_2, a_2) \right], \quad (33)$$

$$\tau_{yR} = \tau_{yT} + \frac{m}{8\hbar k K_1} \frac{T}{R} \left(1 + \frac{k^2}{K_2^2} \right) \left[\frac{2K_2}{K_1} \sinh^2 K_1 a_1 \sinh 2K_2 a_2 + \sinh^2 K_2 a_2 u(K_2, K_1, a_1) \right] \\ = \frac{m}{8\hbar k K_2} \frac{T}{R} \left(1 + \frac{k^2}{K_1^2} \right) \left[\frac{2K_2}{K_1} \sinh^2 K_2 a_2 \sinh 2K_1 a_1 + \sinh^2 K_1 a_1 u(K_1, K_2, a_2) \right], \quad (34)$$

其中 T , R 分别为透射率和反射率. 由(32)–(34)式, 可得

$$\tau_D \neq \tau_{yT}, \quad \tau_D \neq \tau_{yR}, \quad (35)$$

因此, 由(29)和(35)式可知等式 $\tau_{yT} = \tau_{yR} = \tau_D$ 并非普遍成立, 所以认为自旋偏转后在 y

轴方向的分量决定于逗留时间 τ_D 的观点并不妥当.

为了讨论(24)式的 Larmor 时间与 τ_T , τ_R 的关系,先验证它们是否满足(1)式,由(24f)式得

$$\begin{aligned}\tau_{zR} &= -\frac{m}{2\hbar K_1} \frac{\partial \ln|A|^2}{\partial K_1} - \frac{m}{2\hbar K_2} \frac{\partial \ln|A|^2}{\partial K_2} = -\frac{m}{2\hbar K_1} \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial K_1} - \frac{m}{2\hbar K_2} \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial K_2} \\ &= -\frac{T}{R} \left[\frac{m}{2\hbar K_1} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial K_1} \right) + \frac{m}{2\hbar K_2} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial K_2} \right) \right] = -\frac{T}{R} \tau_{zT},\end{aligned}$$

因此有

$$T\tau_{zT} + R\tau_{zR} = 0. \quad (36)$$

利用(32)–(34)式及 $R + T = 1$, 可以证明

$$T\tau_{yT} + R\tau_{yR} = \tau_D. \quad (37)$$

由(24)式可得 $\tau_{xT} > \tau_{yT}$, $\tau_{xR} > \tau_{yR}$, 因此有

$$T\tau_{xT} + R\tau_{xR} > T\tau_{yT} + R\tau_{yR} = \tau_D. \quad (38)$$

(36)–(38)式的结果与文献[6]的结果略有不同:在单方势垒中,由于 $\tau_{yT} = \tau_{yR} = \tau_D$, 因此 τ_{yT} , τ_{yR} 能自动满足(1)式;在图2的复合势垒中,由于 $\tau_{yT} \neq \tau_{yR}$, 此时 τ_{yT} , τ_{yR} 能满足(1)式具有更普遍的意义.若接受(1)式和时间量的可加性这两条判据,那么根据(27c)和(38)式,(8)式的解释的确不能令人满意.而根据(27a),(27b)和(36),(37)式,只有 τ_{yT} , τ_{yR} 有可能给出 τ_T , τ_R . 另外,有必要在此讨论 Leavens^[7]所引入的复时间量 τ_T^V , τ_R^V , τ_T^V , τ_R^V 满足

$$\tau_T^V = \tau_{yT} + i\tau_{zT}, \quad \tau_R^V = \tau_{yR} + i\tau_{zR}. \quad (39)$$

根据(27),(36)和(37)式,可知 τ_T^V , τ_R^V 满足可加性及(1)式,但 τ_T^V , τ_R^V 却有解释上的困难,因为它们为复量.虽然隧穿时间是复量的观点不乏支持者^[11–13], 但一个复时间量代表什么物理意义,至今还未有令人接受的解释.

3.5 $V_2 \rightarrow \infty$ 的极限情况

在 $V_2 \rightarrow \infty$ 时,图2的系统就成为全反射系统.此时 Zeeman 效应的影响被消除.考察这时 Larmor 钟的变化,当 $V_2 \rightarrow \infty$ 时, $R = 1$, $T = 0$, 由(10)–(12)式得

$$A' = \frac{f_1^* + g_1^*}{f_1 + g_1} = e^{i\Delta\phi_R} e^{-2ik_2l}, \quad (10)'$$

$$D' = 0, \quad (11)'$$

其中 $\tan \frac{1}{2}\Delta\phi_R = -\text{Im}(f_1 + g_1)/\text{Re}(f_1 + g_1)$, f_1 , g_1 由(12)式给出.把(10)', (11)'式代入(24)式,得

$$\tau_{zT} = \tau_{yT} = \tau_{xT} = \tau_{zR} = 0, \quad (24a)'$$

$$\tau_{yR} = -\frac{m}{\hbar K_1} \frac{\partial \Delta\phi_R}{\partial K_1}, \quad \tau_{xR} = \tau_{yR}. \quad (24b)'$$

因为是全反射系统,所以应用 $\tau_D = \tau_R$. 由(10)', (11)'和(2)式可求得

$$\tau_D' = \frac{mk}{\hbar K_1} \frac{\sinh 2 K_1 a_1 - 2 K_1 a_1}{K_1^2 \cosh^2 K_1 a_1 + k^2 \sinh^2 K_1 a_1}, \quad (40)$$

由(24)'式可求得

$$\tau_{yR} = \frac{mk}{\hbar K_1} \frac{\sinh 2 K_1 a_1 - 2 K_1 a_1}{K_1^2 \cosh^2 K_1 a_1 + k^2 \sinh^2 K_1 a_1} = \tau_D'. \quad (41)$$

由(24)'和(41)式可得出:由于全反射把 Zeeman 效应消除,使得自旋没有向 z 轴方向偏转,因而导致 $\tau_{zT} = \tau_{zR} = 0$. 从这里可以看出 τ_{zT} , τ_{zR} 不能用于描述此时的隧穿时间,即此时 τ_{zT} , τ_{zR} 并非是有效的时间量. 从(41)式可以认为全反射时 τ_{yR} 给出 τ_R .

另外,在 $V_2 \rightarrow \infty$ 时,对(32)–(34)式取极限,有 $\lim_{V_2 \rightarrow \infty} \tau_D = \tau_D'$, $\lim_{V_2 \rightarrow \infty} \tau_{yT} = \frac{1}{2} \tau_D' \neq 0$, $\lim_{V_2 \rightarrow \infty} \tau_{yR} = \tau_D'$, 然后把(10), (11)式的 $|D|$, $|A|$ 代入(24a), (24d)式,求得 τ_{zT} , τ_{zR} 后取极限,发现 $\lim_{V_2 \rightarrow \infty} \tau_{zT} \neq 0$, $\lim_{V_2 \rightarrow \infty} \tau_{zR} \neq 0$. 这些结果与(24)'式不符. 因此我们认为 τ_{yT} , τ_{zT} , τ_{zR} 的最后结果在 $V_2 \rightarrow \infty$ 的极限行为不可靠.

4 讨 论

本文通过对图 2 所示复合势垒系统的 Larmor 钟的计算,认为在由 Larmor 钟所定义的时间中, $\tau_{yT} = \tau_{yR}$ 不是普遍成立,它们是否相等与势垒是否对称有关;文献[6]中认为 $\tau_T = \tau_{xT}$, $\tau_R = \tau_{xR}$ 的观点不能令人满意,因为 τ_{xT} , τ_{xR} 这两个量既不能满足可加性,也不能满足判据(1)式. 根据可加性和(1)式,只有 τ_{yT} , τ_{yR} 最有可能给出 τ_T , τ_R . 不过 τ_{yT} , τ_{yR} 在物理上也有困难:对不透明势垒,即 $K_1 a_1 \gg 1$, $K_2 a_2 \gg 1$ 时,(33)式中的 τ_{yT} 与势垒厚度 a_1 , a_2 无关. 这一结果无疑是有力地支持 Low, Mende^[14] 和 Delgado, Muga^[15] 等人的观点. 他们认为隧穿是不需时间的. 另外(33)式的 τ_{yT} 在 $V_2 \rightarrow \infty$ 时的极限行为也不能令人满意. 所有这些问题都有待于对 Larmor 钟的进一步研究以及实验上的验证来解决.

感谢王健教授、郭鸿教授、吴深尚教授和曹天德先生的有益讨论.

- [1] L. A. MacColl, *Phys. Rev.*, **40**(1932), 621.
- [2] F. T. Smith, *Phys. Rev.*, **118**(1960), 349.
- [3] E. H. Hauge, J. A. Støvneng, *Rev. Mod. Phys.*, **61**(1989), 917.
- [4] A. I. Baz, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **4**(1967), 182; **5**(1967), 161.
- [5] V. F. Rybachenko, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **5**(1967), 635.
- [6] M. Büttiker, *Phys. Rev.*, **B27**(1983), 6178.
- [7] C. R. Leavens, G. C. Aers, *Solid State Commun.*, **63**(1987), 1101; **67**(1988), 1135; *Phys. Rev.*, **B40**(1989), 5387.
- [8] J. P. Falck, E. H. Hauge, *Phys. Rev.*, **B38**(1988), 3287.
- [9] H. M. Krenzlín, J. Budczies, K. W. Kehr, *Phys. Rev.*, **A53**(1996), 3749.
- [10] M. Büttiker, R. Landauer, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 1739.
- [11] D. Sokolovski, L. B. Baskin, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 4604.
- [12] E. Pollak, *J. Chem. Phys.*, **83**(1985), 1111.

- [13] E. Pollak, W. H. Miller, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 115.
- [14] F. E. Low, P. F. Mende, *Ann. Phys.*, **210**(1991), 380; in "M. A. B. Beg Memorial Volume", eds. A. Ali, P. Hoodbhog (World Scientific, Singapore, 1991).
- [15] V. Delgado, J. G. Muga, *Ann. Phys.*, **248**(1996), 122.

LARMOR CLOCK IN ONE-DIMENSIONAL COMBINED POTENTIAL *

YUAN ZHUO-QUAN¹⁾ MA ZHONG-SUI²⁾ LI HUA-ZHONG²⁾

1) (Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275)

2) (Advanced Research Center, Zhongshan University, Guangzhou 510275)

(Received 22 December 1997)

ABSTRACT

In this paper, with the use of Larmor clock, the tunneling times of one-dimensional combined potential are calculated. According to the results, the characters of Larmor times which are defined by Larmor clock method are discussed. It was found that the equality $\tau_{yT} = \tau_{yR} = \tau_D$ does not hold in general. Whether the equality $\tau_{yT} = \tau_{yR}$ holds is determined by the symmetry of the potential. The Larmor times τ_{yT} and τ_{yR} may offer definition for transmitted time τ_T and reflected time τ_R , but τ_{xT} , τ_{xR} , τ_{yT} and τ_{yR} cannot. In addition, τ_{yT} and τ_{yR} can satisfy the equality $\tau_D = T\tau_{yT} + R\tau_{yR}$.

PACC: 7340G

* Project supported by the Foundation of Advanced Research Center of Zhongshan University (Grant No. 97P2), Hong Kong, China.