

压缩真空库场中二能级原子的 非简并双光子荧光谱^{*}

何林生[†] 冯勋立

(中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放研究实验室, 合肥 230031)

吴世雄

(合肥工业大学激光研究所, 合肥 230009)

张智明[†]

(西安交通大学应用物理系, 西安 710049)

夏宇兴

(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

(1997 年 6 月 24 日收到)

利用投影算符技巧从刘维方程出发导出了二能级原子约化密度算符主方程, 研究了压缩真空库场中二能级原子的非简并双光子荧光谱特性. 发现与真空库或热库中双光子荧光不同, 在非简并双光子情况中存在一种新型振荡现象, 它具有上下两个阈值, 在上下阈值之间原子发生振荡, 在两阈值之外原子将不发生振荡. 在两阈值之间原子的非简并双光子荧光谱呈现正峰结构, 在两阈值之外双光子荧光谱具有负的峰结构. 光谱形状强烈地依赖于双光子自然线宽, 但光谱是非相敏性的, 这是未曾预料到的.

PACC: 4250

1 引 言

自 1985 年实验上产生压缩态光场以来^[1], 压缩态光场与二能级原子相互作用的研究一直受到量子光学界的普遍关注. 压缩态光场是噪声非完全随机的场. 它是经过非线性光学过程而产生的一种使随机的噪声光子变为噪声光子具有一定关联的光场. 它是由相关的光子即所谓孪生光子所组成的光场. 这样就使得它的量子噪声不是随机的而具有相敏性. 在某些相位点的噪声低于标准量子噪声极限(SNL), 而在其它的相位点量子噪声高于 SNL. 这种有相敏性噪声的场与物质的相互作用必然要引发一些新的现象或新的特性. 例如, 多模压缩真空态光场与二能级原子单光子相互作用, 可使原子极化率某一分量的衰减被抑制, 这导致原子的单光子荧光谱可以具有亚自然线宽^[2]; 现已发现压缩态真

^{*} 国家自然科学基金资助的课题.

[†] 中国高等科学技术中心(世界实验室)联协成员.

空光场中二能级原子的共振荧光光谱^[3]和吸收光谱^[4]均可呈现亚自然线宽现象. 我们已研究了二能级原子与多模压缩真空态光场的简并双光子相互作用^[5].

在本文中将研究宽带压缩真空场与原子的非简并双光子相互作用及其荧光谱. 发现宽带压缩真空场呈现一种新型的非马尔可夫效应, 与单光子过程不同, 其“广义朗之万力” $F(t)$ 的平均值不为零, 而且所有双时关联函数 $\langle F_1(t) F_2(t') \rangle$ 都分解为两项, 一项为常量, 呈现为有“永久的记忆”, 另一项为 δ 型关联, 典型的马尔可夫“零”记忆特征. 它不同于通常的非马尔可夫关联函数, 后者为呈现有限记忆时间的单项指数衰减型. 原子对马尔可夫随机光场的响应已有很好的理解. 标准的量子电动力学关于原子自发发射的描述就是建立在马尔可夫近似基础上的^[6]. 原子对这类噪声非完全随机的光场将如何响应? 如何处理这类非马尔可夫现象? 这是有待探索的新问题. 我们采用投影算符技巧, 从刘维方程出发, 推导得到双光子过程中原子的主方程. 该方程表明, 它只与库场的方差及协方差有关. 这导致在互作用中自动扣除“相干驱动”作用的一阶贡献. 从而使压缩真空库场算符 $F(t)$ 的方差和协方差都是 δ 型函数, 这是典型的马尔可夫特性. 因此这是一种可以作马尔可夫近似处理的非马尔可夫现象^[7]. 我们称之为赝非马尔可夫特性.

正因为有此不为零的一阶贡献, 诱导一种新型阈值现象. 在该现象中存在上下两个阈值, 在两阈值之间原子发生振荡, 但双光子荧光谱仍为单峰. 低于下阈值或高于上阈值原子都将不发生振荡, 而双光子荧光谱为负单峰或负双峰. 这是非常奇特的性质. 这完全不同于压缩真空场中单光子的荧光谱, 后者只具有单峰结构, 不出现原子振荡的阈值现象. 这也不同于腔中由普通真空所致 Rabi 分裂现象.

2 模型与原子约化密度算符的主方程

考虑一个二能级原子与宽带多模压缩真空态光场进行非简并双光子耦合, 假设单光子跃迁是禁戒跃迁, 在旋转波近似和偶极近似下, 系统的哈密顿量表示为

$$H = H_a + H_R + H_{aR}, \quad (1)$$

式中

$$H_a = \frac{1}{2} \hbar \Omega \sigma_z,$$

$$H_R = H_{sv} = \hbar \int d\omega b^\dagger(\omega) b(\omega) \omega \rho(\omega),$$

$$H_I = H_{aR} = \hbar (F^\dagger \sigma + F \sigma^\dagger),$$

$$F = \int d\omega \int d\omega' g(\omega_0 + \omega, \omega_0 + \omega') b(\omega_0 + \omega) b(\omega_0 + \omega'),$$

这里 H_a , H_R 分别表示原子和压缩真空库场的自由哈密顿算符, H_{aR} 为相互作用哈密顿算符, $\hbar \Omega$ 为原子的能级间隔, $b(\omega_0 + \omega)$ 为库场光子湮没算符, $b^\dagger(\omega_0 + \omega')$ 为库场光子产生算符, 而 $g(\omega_0 + \omega, \omega_0 + \omega')$ 为光场与原子的非简并双光子耦合常量(这里已将模密度 $\rho(\omega_0 + \omega, \omega_0 + \omega')$ 吸收到 $g(\omega_0 + \omega, \omega_0 + \omega')$ 中), $\sigma^\dagger$, σ , σ_z 为原子赝自旋算符, F 为广义朗之万力算符.

借助于投影算符技巧,从刘维方程出发推导双光子过程中原子约化密度主方程.定义投影算符为 $P\rho_t \equiv \rho_R \otimes \text{Tr}_R \rho_t$, 其中 Tr_R 代表对压缩真空库求迹, ρ_R 是压缩真空库的密度算符, ρ_t 是原子和压缩真空场的总的密度算符.刘维方程为

$$\frac{d\rho_t}{dt} = -iL\rho_t, \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} L\rho_t &= [H, \rho_t], \\ L &= L_R + L_a + L_{aR}, \\ L_i\rho_t &= [H, \rho_t] \quad (i \text{ 为 } R, a, aR). \end{aligned}$$

投影算符将密度算符分为解两部分:相关的部分 ρ_t 和非相关的部分 ρ_i

$$\begin{aligned} \rho_t &= P\rho_t, \\ \rho_i &= Q\rho_t. \end{aligned} \quad (3)$$

按照附录 A 和附录 B,在以 $\Omega/2$ 为角速度的旋转坐标中获得原子约化密度算符广义主方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\rho(t)}{dt} &= -i\{ \langle F^\dagger \rangle_R [\sigma, \rho(t)] + \langle F \rangle_R [\sigma^\dagger, \rho(t)] \} \\ &\quad - \int_0^t d\tau \{ \langle F^\dagger(\tau), F^\dagger \rangle_R [\sigma(\tau), \sigma\rho(t-\tau)] - \langle F^\dagger, F^\dagger(\tau) \rangle_R [\sigma(\tau), \rho(t-\tau)\sigma] \\ &\quad + \langle F(\tau), F \rangle_R [\sigma^\dagger(\tau), \sigma^\dagger \rho(t-\tau)] - \langle F, F(\tau) \rangle_R [\sigma^\dagger(\tau), \rho(t-\tau)\sigma^\dagger] \\ &\quad + \langle F^\dagger(\tau), F \rangle_R [\sigma(\tau), \sigma^\dagger \rho(t-\tau)] - \langle F^\dagger, F(\tau) \rangle_R [\sigma^\dagger(\tau), \rho(t-\tau)\sigma] \\ &\quad + \langle F(\tau) F^\dagger \rangle_R [\sigma^\dagger(\tau), \sigma\rho(t-\tau)] - \langle F, F^\dagger(\tau) \rangle_R [\sigma(\tau), \rho(t-\tau)\sigma^\dagger] \}, \quad (4) \end{aligned}$$

式中 $\langle X, X(\tau) \rangle$ 和 $\langle X(\tau), X \rangle$ 表示方差和协方差,

$$\langle X(t), Y(t') \rangle_R = \langle X(t) Y(t') \rangle_R - \langle X(t) \rangle_R \langle Y(t') \rangle_R.$$

由于推导方程(4)的过程中仅作了玻恩近似,所以它对非马尔可夫的情况是适用的.

3 压缩真空中双光子双时关联函数

由简并参量放大过程产生压缩真空态光场,不但已经在实验上成功地实现^[8],而且已有很好的理论描述^[9],设 ω_0 为宽带压缩态光场的中心频率,根据文献[9],利用(1)式和压缩真空态定义,求得广义朗之万力的平均值及其双时关联函数(见附录 C)为

$$\langle F(t) \rangle_R = \frac{1}{2} \sqrt{\pi\Gamma} C \exp(-2i\omega_0 t), \quad (5a)$$

$$\langle F(t) F^\dagger(t') \rangle_R = \frac{\pi\Gamma}{4} [|C|^2 + \gamma_0(N+1)^2 \delta(t-t')] \exp[-2i\omega_0(t-t')], \quad (5b)$$

$$\langle F^\dagger(t) F(t') \rangle_R = \frac{\pi\Gamma}{4} [|C|^2 + \gamma_0 N^2 \delta(t-t')] \exp[2i\omega_0(t-t')], \quad (5c)$$

$$\langle F(t) F(t') \rangle_R = \frac{\pi\Gamma}{4} [C^2 + \gamma_0 M^2 \delta(t-t')] \exp[-2i\omega_0(t+t')], \quad (5d)$$

$$\langle F^+(t) F^+(t') \rangle_R = \langle F(t) F(t') \rangle_R^*, \quad (5e)$$

式中

$$C = |C| \exp(i\theta) = \gamma \sqrt{N} \exp(i\theta),$$

$$M = |M| \exp(i\theta),$$

$$\gamma_0 = \frac{4\lambda\eta}{\lambda + \eta} = \frac{\gamma^2 - 4|\epsilon|^2}{\gamma},$$

其中 $\Gamma = \pi |g(\omega_0)|^2$, 我们称 Γ 为双光子跃迁自然线宽, 或简称为双光子自然线宽; M, N 为描述压缩真空光场特性的参数, 满足 $|M|^2 = N(N+1)$. (5) 式表明, 宽带压缩真空态光场在非简并双光子过程中施加于原子的广义朗之万力 $F(t)$ 的平均值不为零, 而且其所有的双时关联函数 $\langle F_1(t) F_2(t') \rangle$ 分解为两项, 一项为常量, 呈现为有“永久的记忆”; 另一项为 δ 型关联, 属于典型的马尔可夫“零”记忆特征. 这不同于通常的非马尔可夫关联函数, 后者呈现为单项指数衰减型的有限记忆时间特征. 它既不同于单光子过程中宽带压缩真空态光场的关联函数^[3], 也不同于双光子过程中一般热库或真空场的双时关联函数^[10], 后者朗之万力平均值为零, 而且所有的双时关联函数均呈现 δ 型马尔可夫型特性. 显然这也是一种可以作马尔可夫近似处理的非马尔可夫现象^[5,7], 它属于一类新型的非马尔可夫现象, 我们称之为赝非马尔可夫特性. 但它与简并双光子情况^[5]不同的是: 因为 $\langle F \rangle$ 正比于压缩真空库场的带宽 γ_0 , 对于充分宽的压缩真空库场其起“相干驱动”作用的一阶贡献比较大.

4 原子的布洛赫方程及其解

将(5)式代入(4)式, 便求得原子约化密度算符的主方程

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & -i \frac{1}{2} \sqrt{\pi\Gamma} (C[\sigma^+, \rho] + C^*[\sigma, \rho]) \\ & + \frac{1}{8} \gamma_0 \pi \Gamma (N+1)^2 \{([\sigma\rho, \sigma^+] + [\sigma, \rho\sigma^+]) \\ & + N^2([\sigma^+, \rho\sigma] + [\sigma^+ \rho, \sigma]) \\ & + M^2([\sigma^+ \rho, \sigma^+] + [\sigma^+, \rho\sigma^+]) \\ & + M^{*2}([\sigma\rho, \sigma] + [\sigma, \rho\sigma])\}. \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式等号右端第一项是由于双光子过程中压缩真空库场广义朗之万力算符的平均值不等于零所作的一阶贡献, 对于具有通常的马尔可夫特性的场, 这一项为零^[3-5]. 这是一种特殊的“相干驱动”的贡献, 反映了压缩真空场中的孪生光子所致的相位相关效应, 双时关联函数中的常数项也是基于这种光子孪生作用. 由(6)式不难获得非简并双光子过程中原子的布洛赫方程

$$\frac{dX}{dt} = AX + X(0), \quad (7)$$

式中

$$\Gamma_z = \Gamma(2N^2 + 2N + 1), \quad \Gamma_0 = \Gamma(2N + 1),$$

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{\pi}{8} \gamma_0 \Gamma_z & \frac{\pi}{8} \gamma_0 \Gamma M^2 & \frac{i}{2} \sqrt{\pi \Gamma C} \\ \frac{\pi}{8} \gamma_0 \Gamma M^{*2} & -\frac{\pi}{8} \gamma_0 \Gamma_z & -\frac{i}{2} \sqrt{\pi \Gamma C^*} \\ i \sqrt{\pi \Gamma C^*} & -i \sqrt{\pi \Gamma C} & -\frac{\pi}{4} \gamma_0 \Gamma_z \end{pmatrix},$$

$$X = (\langle \sigma \rangle, \langle \sigma^+ \rangle, \langle \sigma_z \rangle)^T,$$

$$X(0) = \left(0, 0, -\frac{\pi}{2} \gamma_0 \Gamma_0 \right)^T.$$

本文采用一种不同于文献[5]的方法,直接求解方程(7).这样求解的好处是:方法简便,结果明确.特征方程(7)的特征值为

$$\lambda_1 = -\frac{\pi}{8} \gamma_0 \Gamma (N^2 + N + 1),$$

$$\lambda_{2,3} = -\frac{\pi}{16} \gamma_0 \Gamma (7N^2 + 7N + 3) \pm \frac{\pi \Gamma}{16} [\pi \Gamma \gamma_0^2 (N^2 + N + 1)^2 - (16|C|)^2]^{1/2}. \quad (8)$$

(8)式表明特征值是非相敏性的.由(8)式可见,原子的振荡阈值 C_0 满足

$$|C|_0 = \frac{\sqrt{\pi \Gamma}}{16} \gamma_0 (N^2 + N + 1). \quad (9)$$

当 $|C| \leq |C|_0$ 原子不发生振荡,而当 $|C| > |C|_0$ 原子将发生振荡.由(5),(9)两式可见,要求 N 满足

$$N \geq \frac{\pi \Gamma}{256} \left[1 - 4 \left(\frac{|C|}{\gamma} \right)^2 \right] (N^2 + N + 1)^2. \quad (10)$$

这是一个 N 的四次方程.(10)式表明阈值与压缩真空场的带宽 γ 及双光子自然宽度 Γ 有关.我们通过数值求解发现存在两个 N_0 值(N_{01} 和 N_{02}),当 $N_{01} \geq N \geq N_{02}$ 原子发生振荡,当 $N > N_{01}$ 或 $N < N_{02}$,原子将不发生振荡.我们称 N_{01} 为振荡阈值上界(或简称上阈值),称 N_{02} 为振荡阈值下界(或简称下阈值),这是一种前所未见的新型振荡现象.产生这种现象的原因是在双光子过程中压缩真空场具有双重作用:既起阻尼作用,又起驱动作用.当驱动作用超过阻尼作用时原子发生振荡,当阻尼作用占优势时原子不发生振荡.而对于一般的热库,只起阻尼作用.它不像通常的 Rabi 振荡必须有外加相干驱动场才能发生.所以我们称这种无需外加相干驱动场的振荡现象为自驱动振荡.

由(7)式不难求得原子的稳态解为

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle_s &= -\frac{i}{2d} \left(\frac{\pi \gamma_0 \Gamma_0}{4} \right) \left(\frac{\pi \gamma_0}{8} \right) \sqrt{\pi \Gamma} |C| \Gamma_s \exp(i\theta), \\ \langle \sigma_z \rangle_s &= \frac{\pi \gamma_0 \Gamma_0}{4d} \left(\frac{\pi \gamma_0}{8} \right)^2 \Gamma_s \Gamma_u, \\ \langle \sigma^+ \rangle_s &= \langle \sigma \rangle_s^*, \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$d = -\frac{\pi^2 \gamma_0^3}{8} \Gamma_s \left(\Gamma N + \frac{\pi \Gamma_s \Gamma_u}{32} \right),$$

$$\Gamma_s = \Gamma(N^2 + N + 1),$$

$$\Gamma_u = \Gamma(3N^2 + 3N + 1).$$

(11)式表明原子布居反转量 $\langle \sigma_z \rangle$ 是非相敏性的. 原子极化是相敏性的. 其相敏性来源于压缩真空光场噪声的相敏性. 这必然致使原子在相空间中不同方向(相位)上弛豫速率不同. 这与单光子过程中弛豫速率的相敏性(即在相空间的不同方向的速率不同)完全类似. 双光子过程中原子极化的衰减速率具有非对称性.

5 二能级原子的非简并双光子荧光谱

根据文献[11]的双光子辐射场双时关联函数与原子双时关联函数之间的关系, 可由下面的变换给出光谱表达式^[3]

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int d\tau \exp \left[i \left(\omega - \frac{1}{2} \Omega \right) \tau \right] \langle \sigma^+ (0) \sigma(\tau) \rangle_s, \quad \tau = t - t'. \quad (12)$$

由于非简并双光子过程是赝非马尔可夫过程, 可以证明这种过程量子回归定理仍然成立^[12,13].

$$\frac{dY}{dt} = AY + Y(0), \quad (13)$$

式中

$$Y = (\langle \sigma^+ \sigma(\tau) \rangle, \langle \sigma^+ \sigma^+(\tau) \rangle, \langle \sigma^+ \sigma_z(\tau) \rangle)^T,$$

$$Y(0) = \left(0, 0, -\frac{\pi}{4} \gamma_0 \Gamma_0 \langle \sigma^+ \rangle_s \right)^T.$$

原子算符的关联函数满足下面的初始条件:

$$\begin{aligned} \langle \sigma^+ \sigma \rangle_s &= Y_1(0) = \frac{1}{2} (1 + \langle \sigma_z \rangle_s), \\ \langle \sigma^+ \sigma_z \rangle_s &= Y_3(0) = -\langle \sigma^+ \rangle_s, \\ \langle \sigma^+ \sigma^+ \rangle_s &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

将(13)式进行拉普拉斯变换, 变为代数线性方程组求解, 再通过其逆变换得到

$$Y_1(\tau) = \langle \sigma^+ \sigma(\tau) \rangle = c_0 + \sum_{j=1}^3 c_j \exp(\lambda_j \tau), \quad (15)$$

式中

$$c_0 = \frac{i}{8} \pi \Gamma_0 \gamma_0 \sqrt{\pi \Gamma} \frac{\pi \gamma_0 \Gamma}{8} |C| \exp(i\theta) (N^2 + N + 1) \frac{\langle \sigma^+ \rangle_s}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3},$$

$$c_j = \frac{1}{(\lambda_i - \lambda_j)(\lambda_k - \lambda_j)} \left\{ \frac{1}{2} (1 + \langle \sigma_z \rangle_s) \left[\left(\lambda_j + \frac{3}{16} \pi \gamma_0 \Gamma_z \right)^2 - \left(\frac{\pi \gamma_0 \Gamma_z}{16} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \Gamma |C|^2 \right] \right. \\ \left. - \frac{i}{2} \sqrt{\pi \Gamma} \langle \sigma^+ \rangle_s |C| \exp(i\theta) \left[\lambda_j - \frac{\pi \gamma_0 \Gamma_0}{4} + \frac{\pi \gamma_0 \Gamma}{8} (N^2 + N + 1) \left(1 + \frac{\pi \gamma_0 \Gamma_0}{4} \right) \right] \right\}.$$

最后得到非简并双光子荧光谱的表达式

$$S(\omega) = c_0 \delta \left(\omega - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^3 \frac{c_{jr} \lambda_{jr} + c_j (\omega - \Omega/2 - \lambda_{ji})}{\lambda_{jr}^2 + (\omega - \Omega/2 - \lambda_{ji})^2}, \quad (16)$$

其中 $c_{jr} = \text{Re}(c_j)$, $c_{ji} = \text{Im}(c_j)$, 第一项通常称为“相干成分”, 其余各项为“非相干成分”. 我们数值模拟了双光子荧光谱, 计算中取单光子自然线宽 Γ_N 为单位. 图 1 和图 2 表示三种相位情况的光谱曲线完全重叠, 图 2 所示半高凸起是由于边峰和中峰部分重叠.

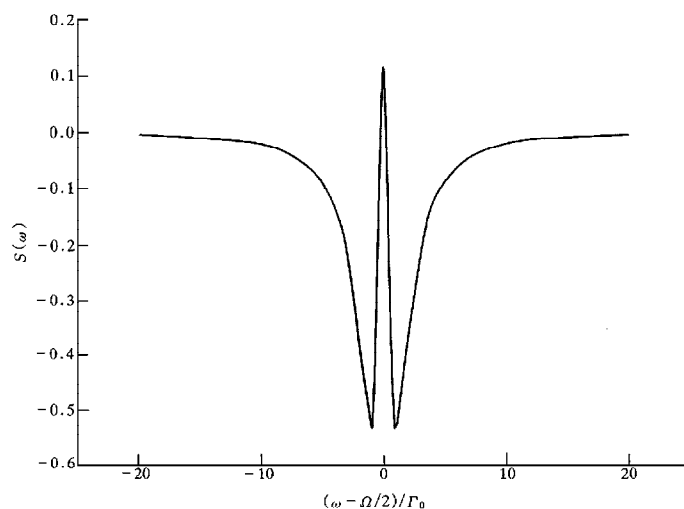


图 1 原子不发生振荡时原子的双光子荧光谱 $\langle n \rangle = 0.5$, $\gamma = 5$, $\Gamma = 0.1$, $\theta = 0, \pi/4, \pi/2$ 三种情况的曲线完全重合

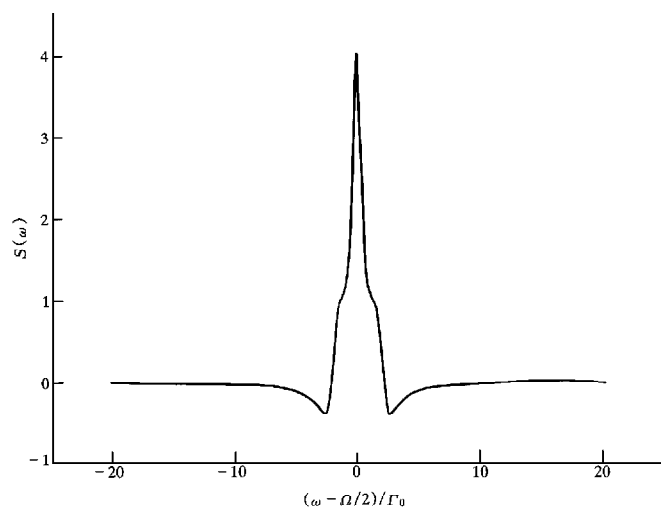


图 2 原子发生振荡时原子的双光子荧光谱 $\langle n \rangle = 0.01$, $\gamma = 5$, $\Gamma = 1$, $\theta = 0, \pi/4, \pi/2$ 三种情况的曲线完全重合

图 3 是光谱随双光子自然线宽 Γ 的变化, 图 4 是光谱随压缩态库场带宽 γ 的变化, 图 5 是光谱随压缩态库场平均光子数 $\langle n \rangle$ 的变化.

由图可知非简并双光子荧光谱具有下列特性:

1. 非简并双光子荧光谱是非相敏性的.

尽管原子极化 $\langle \sigma^+ \rangle_s$ 是相敏性的, 原子极化的相敏性必然导致原子弛豫的非对称性(即相敏性). 这与以往的结果是一致的. 但我们发现光谱却是非相敏性的, 不管原子振

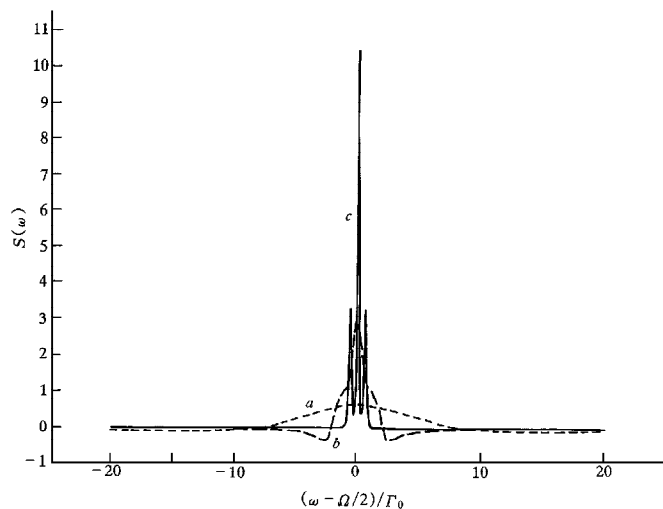


图 3 原子的双光子荧光谱随双光子自然线宽 Γ 的变化 $\langle n \rangle = 0.5$, $\gamma = 5$, $\theta = 0$; 曲线 a 为 $\Gamma = 1$; 曲线 b 为 $\Gamma = 0.1$; 曲线 c 为 $\Gamma = 0.01$

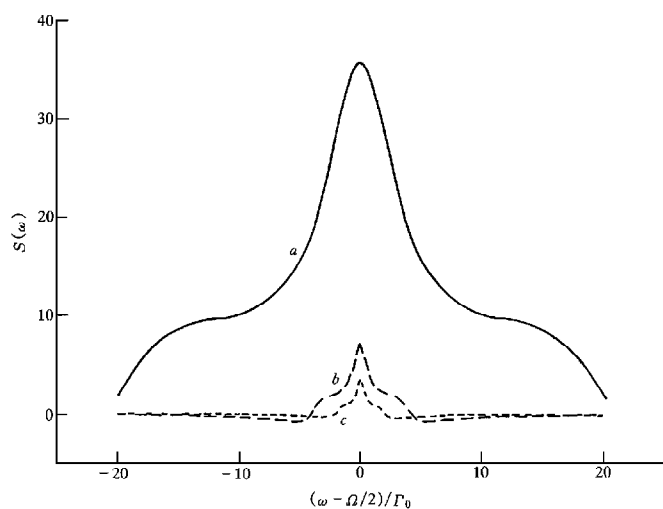


图 4 原子的双光子荧光谱随压缩态库场带宽的变化 $\langle n \rangle = 0.5$, $\Gamma = 0.1$, $\theta = 0$; 曲线 a 为 $\gamma = 50$; 曲线 b 为 $\gamma = 10$; 曲线 c 为 $\gamma = 5$

荡与否, 对于三个不同的 θ 值光谱曲线完全重合, 如图 1 和图 2 所示. 这是因为本征值 λ_j 与 θ 无关, 而

$$\langle \sigma^+ \rangle_s \exp(i\theta) = |\langle \sigma \rangle_s|,$$

使得 c_j 又与 θ 无关,从而 $S(\omega)$ 与 θ 无关.这是出乎意料的.

2. 光谱曲线形状随双光子自然线宽 Γ 的变化很大.

图 3 曲线 a 和曲线 b 表明,当双光子自然线宽 Γ 和单光子自然线宽 Γ_N 之比 Γ/Γ_N 为 1 和 0.1 时的情况,虽然在阈值之上原子发生振荡,但光谱仍为单峰,这是由于 $|\lambda_{ji}| < |\lambda_{jr}|$, 边峰和中心峰相互覆盖而变为“准单峰”或“宽单峰”.而当该比值为 0.01 时光谱却变为三峰,因为 $|\lambda_{ji}| \geq |\lambda_{jr}|$.

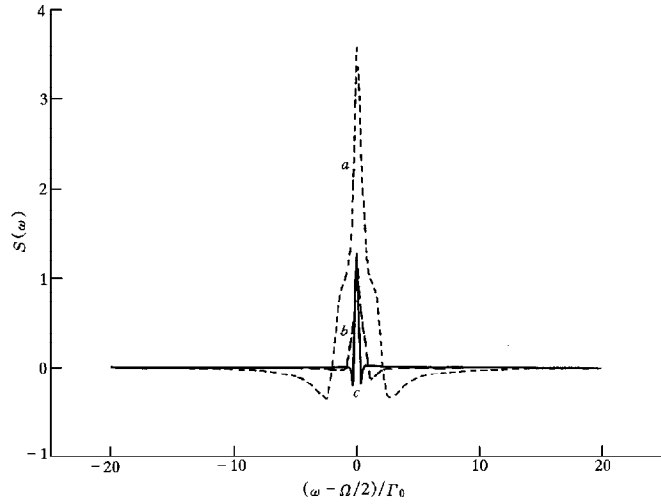


图 5 原子双光子荧光谱随压缩态库场平均光子数的变化 $\gamma=5$, $\Gamma=0.1$, $\theta=0$; 曲线 a 为 $\langle n \rangle=0.5$; 曲线 b 为 $\langle n \rangle=0.1$; 曲线 c 为 $\langle n \rangle=0.01$

3. 光谱线宽和峰高随压缩真空场的带宽 γ 和平均光子数的增大而增大,如图 4 和图 5 所示.

4. 光谱具有奇特的负值区现象.我们发现当原子不发生振荡时一定出现负值区,如图 1 光谱呈现 W 形负值区,当原子发生振荡时中心峰两侧翼也常呈现有负值区,如图 2 和图 5 所示.这是其它光谱中从未见过的奇特现象.或许这是压缩真空场的噪声具有负相关效应所致.

我们已在文献[5]中研究了宽带压缩真空场中简并双光子荧光谱,本文又研究了非简并双光子荧光谱.我们将进一步研究有限带宽压缩真空库场中的双光子荧光谱.这将是更有趣的,因为它将遇到不同于上述的非马尔柯夫效应的特征.

对北京大学曹昌祺教授和中国科学技术大学郭光灿教授的有益讨论,深表感谢.

附录 A 广义主方程的推导

利用投影算符的性质 $P^2 = P$, $Q^2 = Q$, $PQ = QP = 0$, $P + Q = 1$, 由方程(1), (2)有

$$\frac{\partial \rho_t}{\partial t} = -iP \frac{\partial \rho_t}{\partial t} = -iPLP\rho_t - iPL\rho_t, \quad (A1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -iQ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -iQL\rho = -iQL\rho - iQL\rho. \quad (\text{A2})$$

(A2)式的形式解为

$$\rho(t) = \exp(-iQLt) \rho(0) - i \int_0^t d\tau \exp(-iQL\tau) QLP\rho(t-\tau). \quad (\text{A3})$$

将(A3)式代入(A1)式得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -iPLP\rho + I(t) + \int_0^t d\tau K(\tau) \rho(t-\tau), \quad (\text{A4})$$

式中

$$I(t) = -iPL\exp(-iQLt) \rho(0),$$

$$K(\tau) = -PL\exp(-iQL\tau) QLP.$$

由于 $L = L_0 + L_{aR}$ 和 $L_{aR}/L_0 \ll 1$, 在 $K(\tau)$ 中可舍去 L_{aR} ,

$$K(\tau) = -PL\exp(-iQL_0\tau) QLP, \quad (\text{A5})$$

这是熟知的玻恩近似. 注意到 $\rho = \rho_R \otimes \rho_a$ 和 $P\rho(0) = \rho_R(0) \otimes \rho_a(0)$ 以及投影算符的定义, 有

$$\rho(0) = \rho_a(0) - P\rho = 0,$$

因此 $I(t)$ 可以舍去, 则(A4)式变为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -iPLP\rho + \int_0^t d\tau K(\tau) \rho(t-\tau). \quad (\text{A6})$$

我们称(A6)式为广义主方程. 它是线性的而且是非马尔可夫的, 因为它包含了 ρ 在 t 之前时刻的信息. 到此为止只作了玻恩近似, 未作任何其它的近似, 故(A6)式可应用于非马尔可夫的情况.

附录 B 宽带压缩真空中原子在双光子过程中主方程的推导

利用投影算符基本性质可以证明 $L_R P\rho \neq 0$, $L_a P\rho \neq 0$, 亦即 $L_R P \neq 0$ 和 $L_a P \neq 0$, 这是由于 ρ_R 不是 H_R 的本征态密度. 但对普通真空或热库 ρ_R 是 H_R 的本征态密度, 因此 $L_R P = 0$. 另一方面可证 $PL_R \rho = 0$, $L_a P\rho = PL_a \rho \neq 0$, 因此有 $L_0 P \neq PL_0$, 而 $PL_a = L_a P \neq 0$ 和 $L_R P \neq PL_R = 0$. 于是(A6)式可化为

$$PLP\rho = PLP\rho = PL_a P\rho + PL_{aR} P\rho. \quad (\text{B1})$$

借助于投影算符 P 和 Q 的性质, 可进一步化简(B1)式.

$$PL_a P\rho = L_a P\rho = \rho_R \otimes [H_a, \rho],$$

$$PL_{aR} P\rho = \rho_R \otimes (\langle F^+ \rangle_R [\sigma, \rho] + \langle F \rangle_R [\sigma^*, \rho]),$$

$PL_{aR} P\rho$ 是由于压缩真空库场具有非马尔可夫性质所作的贡献. 这与热库的情况不同, 在热库中 $\langle F \rangle_R = 0$. 于是(B1)式化为

$$PLP\rho = \rho_R \otimes \{ [H_a, \rho] + \langle F^+ \rangle_R [\sigma, \rho] + \langle F \rangle_R [\sigma^*, \rho] \}. \quad (\text{B2})$$

注意到

$$PL = PL_a + PL_{aR} = L_a P + PL_{aR},$$

则(A5)式化为

$$K(\tau) = -PL_a \exp(-iQL_0\tau) QLP - PL_{aR} \exp(-iQL_0\tau) QLP.$$

利用

$$\exp(-iQL_0\tau) = 1 - i\tau QL_0 - \frac{\tau^2}{2} QL_0 QL_0 + i\frac{\tau^3}{3!} QL_0 QL_0 QL_0 + \dots,$$

因为 $QL_0 = L_0 - PL_0 = L_0 - L_a P$, 而有 $QL_0 Q = L_0 Q$. 不难证明

$$-PL_a \exp(-iQL_0\tau) QLP = -L_a P \exp(-iQL_0\tau) QLP = 0,$$

$$-PL_{aR} \exp(-iQL_0\tau) QLP = -PL_{aR} \exp(-iL_0\tau) QLP.$$

另一方面

$$QLP = QL_0 P + QL_{aR} P = L_R P + QL_a P + QL_{aR} P,$$

于是

$$K(\tau) = -PL_{aR} \exp(-iL_0\tau)(L_R P + QL_{aR} P).$$

再利用性质

$$A(t) = \exp(-iL_0 t) A = \exp(iH_0 t) A \exp(-iH_0 t), \quad (B3)$$

得到

$$K(\tau) = -PL_{aR}(L_R P + QL_{aR} P). \quad (B4)$$

可以证明

$$PL_{aR} L_R(\tau) P \rho_\tau(t-\tau) = \rho_R \otimes \text{Tr}_R [H_{aR}, [H_R(\tau), \rho_R \otimes \rho(t-\tau)]] = 0,$$

最后得到

$$K(\tau) = -PL_{aR} QL_{aR}(\tau) P. \quad (B5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} = & -i \rho_R \otimes \{ < F^* >_R [\sigma, \rho] + < F >_R [\sigma^*, \rho] \} \\ & - \int_0^t d\tau PL_{aR} QL_{aR}(\tau) P \rho(t-\tau), \end{aligned} \quad (B6)$$

或对库场求迹,进一步化为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i \{ < F^* >_R [\sigma, \rho] + < F >_R [\sigma^*, \rho] \} - \text{Tr}_R \int_0^t d\tau PL_{aR} QL_{aR}(\tau) P \rho_\tau(t-\tau). \quad (B7)$$

在热库或普通真空中,由于 $< F >_R = 0$, $PL_{aR} P \rho_\tau(t-\tau) = 0$, (B7)式化为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{Tr}_R \int_0^t d\tau PL_{aR} L_{aR}(\tau) P \rho_\tau(t-\tau). \quad (B8)$$

(B7)与(B8)式的差别在于除了(B7)式中多了一阶贡献外,还在于(B7)式第二项中含有投影算符 Q , 它的作用是保证从库场相关函数中自动扣除“相干驱动”作用的一阶贡献。

附录 C 压缩态库场算符的平均值和双时关联函数的推导

按照文献[9]由参量放大器产生单端输出的压缩态光场可表示如下:

$$b(\omega_0 + \omega) = \mu(\omega) a(\omega_0 + \omega) + \nu(\omega) a^*(\omega_0 - \omega), \quad (C1)$$

式中

$$\begin{aligned} \mu(\omega) &= \frac{\omega^2 + |\epsilon|^2 + \gamma^2/4}{\left(\frac{\gamma}{2} - i\omega\right)^2 - |\epsilon|^2} = -\frac{\omega^2 + (\lambda^2 + \eta^2)/2}{(\omega + i\lambda)(\omega + i\eta)}, \\ \nu(\omega) &= \frac{\epsilon\gamma}{\left(\frac{\gamma}{2} - i\omega\right)^2 - |\epsilon|^2} = -\frac{\epsilon\gamma}{(\omega + i\lambda)(\omega + i\eta)}, \\ \lambda &= \frac{\gamma}{2} + |\epsilon|, \quad \eta = \frac{\gamma}{2} - |\epsilon|, \quad \epsilon = |\epsilon| \exp(i\theta). \end{aligned}$$

(C1)式是博戈留波夫变换关系,其中 $b(\omega_0 + \omega)$ 是压缩真空库场的光子湮没算符, $a(\omega_0 + \omega)$ 相应于普通真空中光子湮没算符.由(1)式压缩真空库场算符的平均值为

$$< F(t) >_R = \int d\omega \int d\omega' g(\omega_0 + \omega, \omega_0 + \omega') \exp[-i(2\omega_0 + \omega + \omega')t] < b(\omega_0 + \omega) b(\omega_0 + \omega') >_R.$$

利用(C1)式把对压缩真空场求平均变为对普通真空场求平均,即上式变为

$$\begin{aligned} < F(t) >_R = \int d\omega \int d\omega' g(\omega_0 + \omega, \omega_0 + \omega') \mu(\omega) \nu(\omega') \delta(\omega + \omega') \\ &= \int d\omega g(\omega_0 + \omega, \omega_0 - \omega') \exp(-2i\omega_0 t) \mu(\omega) \nu(-\omega). \end{aligned}$$

再将 $\mu(\omega)$ 和 $\nu(-\omega)$ 的表示式代入其中,便有

$$< F(t) >_R = g(\omega_0) \exp(-2i\omega_0 t) \int d\omega \frac{\omega^2 + (\lambda^2 + \eta^2)/2}{(\omega^2 + \lambda^2)(\omega^2 + \eta^2)} \epsilon\gamma,$$

完成复平面内围道积分,获得

$$\langle F(t) \rangle_R = \frac{\pi}{2} g(\omega_0) C \exp(-2i\omega_0 t), \quad (C2)$$

$$C = \epsilon\gamma(1/\lambda + 1/\eta) = \epsilon\gamma^2/\lambda\eta.$$

作为例子, 在这里给出求双时关联函数 $\langle F^*(t) F(t') \rangle_R$ 的具体步骤, 其它双时关联函数可用类似步骤求得.

$$\begin{aligned} \langle F^*(t) F(t') \rangle_R &= \int d\omega_1 \int d\omega'_1 \int d\omega_2 \int d\omega'_2 g(\omega_0 + \omega_1, \omega_0 + \omega'_1) g(\omega_0 + \omega_2, \omega_0 + \omega'_2) \\ &\times \exp[2i\omega_0 \tau + i(\omega_1 + \omega'_1)t - i(\omega_2 + \omega'_2)t'] \\ &\times \langle b^*(\omega_0 + \omega_1) b^*(\omega_0 + \omega'_1) \times b(\omega_0 + \omega_2) b(\omega_0 + \omega'_2) \rangle_R, \end{aligned}$$

将对压缩真空库求迹变为对普通真空场的求迹, 再对 ω'_1 和 ω'_2 积分, 便得到

$$\begin{aligned} \langle F^*(t) F(t') \rangle_R &= \left| g(\omega_0) \right|^2 \exp(2i\omega_0 \tau) \int d\omega_1 \frac{\omega_1^2 + (\lambda^2 + \eta^2)/2}{(\omega_1 + i\lambda)(\omega_1 - i\eta)} \frac{\epsilon^* \gamma}{(\omega_1 - i\lambda)(\omega_1 + i\eta)} \\ &\times \int d\omega_2 \frac{\omega_2^2 + (\lambda^2 + \eta^2)/2}{(\omega_2 + i\lambda)(\omega_2 - i\eta)} \frac{\epsilon\gamma}{(\omega_2 - i\lambda)(\omega_2 + i\eta)} \\ &+ 2 \left| g(\omega_0) \right|^2 \exp(2i\omega_0 \tau) \int d\omega_1 \int d\omega_2 \exp[i(\omega_1 + \omega_2)\tau] \\ &\times \frac{\left| \epsilon\gamma \right|^2}{(\omega_1^2 + \lambda^2)(\omega_1^2 + \eta^2)} \frac{\left| \epsilon\gamma \right|^2}{(\omega_2^2 + \lambda^2)(\omega_2^2 + \eta^2)}. \end{aligned}$$

完成上式复平面围道积分, 得到

$$\langle F^*(t) F(t') \rangle_R = \frac{\pi^2}{4} \left| g(\omega_0) \right|^2 \exp(2i\omega_0 \tau) \left| \epsilon\gamma \right|^2 \left\{ (1/\lambda + 1/\eta)^2 + \frac{8 \left| \epsilon\gamma \right|^2}{(\lambda^2 - \eta^2)^2} \left(\frac{e^{-\eta\tau}}{\eta} - \frac{e^{-\lambda\tau}}{\lambda} \right)^2 \right\}.$$

当 λ 和 $\eta \gg 1$ 时, 利用^[14]

$$e^{-\lambda\tau} \Rightarrow \frac{2}{\lambda} \delta(\tau), \quad e^{-\eta\tau} \Rightarrow \frac{2}{\eta} \delta(\tau), \quad (C3)$$

上式可化为

$$\langle F^*(t) F(t') \rangle_R = \frac{\pi}{4} \Gamma \exp(2i\omega_0 \tau) \left\{ \left| C \right|^2 + 8N^2 \delta^2(\tau) \right\}. \quad (C4)$$

这里已利用了

$$N = \left| \nu(0) \right|^2 = \frac{(\lambda^2 - \eta^2)^2}{(2\lambda\eta)^2}.$$

再利用(C3)式, 可以有下面的关系:

$$\begin{aligned} \delta^2(\tau) &\Rightarrow \frac{\lambda^2}{4} e^{-2\lambda\tau} \Rightarrow \frac{\lambda^2}{4} \frac{2}{2\lambda} \delta(\tau) = \frac{\lambda}{4} \delta(\tau), \\ \delta^2(\tau) &\Rightarrow \frac{\eta^2}{4} e^{-2\eta\tau} \Rightarrow \frac{\eta}{4} \delta(\tau), \\ \delta^2(\tau) &\Rightarrow \frac{\lambda\eta}{4} e^{-(\lambda+\eta)\tau} \Rightarrow \frac{\lambda\eta}{4} \frac{2}{\lambda+\eta} \delta(\tau) = \frac{\lambda\eta}{2(\lambda+\eta)} \delta(\tau). \end{aligned} \quad (C5)$$

最后(C4)式化为

$$\langle F^*(t) F(t') \rangle_R = \frac{\pi}{4} \Gamma \exp(2i\omega_0 \tau) \left\{ \left| C \right|^2 + 4N^2 \frac{\lambda\eta}{(\lambda+\eta)} \delta(\tau) \right\}. \quad (C6)$$

采取类似步骤可得各个双时关联函数

$$\langle F(t) F^*(t') \rangle_R = \frac{\pi}{4} \Gamma \exp(-2i\omega_0 \tau) \left\{ \left| C \right|^2 + 4(N+1)^2 \frac{\lambda\eta}{(\lambda+\eta)} \delta(\tau) \right\}, \quad (C7)$$

$$\langle F(t) F(t') \rangle_R = \frac{\pi}{4} \Gamma \exp[-2i\omega_0(t+t')] \left\{ C^2 + 4M^2 \frac{\lambda\eta}{\lambda+\eta} \delta(\tau) \right\}, \quad (C8)$$

式中

$$M = \left| M \right| \exp(i\theta) = \mu(0) \nu(0) = \frac{(\lambda^2 - \eta^2)(\lambda^2 + \eta^2)}{(2\lambda\eta)^2} \exp(i\theta),$$

其中 $\Gamma = \pi |g(\omega)|^2$ 是双光子自然线宽.

- [1] R.E.Slusher *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985),2409.
- [2] C.W.Gardiner, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986),1917.
- [3] H.J.Carmichael, A.S.Lane, D.F.Walls, *J. Mod. Opt.*, **34**(1987),821.
- [4] H.Ritsch, P.Zoller, *Opt. Commun.*, **64**(1987),523.
- [5] 何林生等,量子光学学报,1(1995),13.
- [6] P.L.Knight, *Coherence and Quantum Optics IV*, ed. L.Mandel and E.Wolf(Plenum, New York, 1978),p.635.
- [7] M.H.Anderson *et al.*, *Phys. Rev.*, **A47**(1993),3202.
- [8] Ling-an Wu, H.J.Himble, J.H.Hall, H.Wu, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986),2520.
- [9] M.J.Collett, C.W.Gardiner, *Phys. Rev.*, **A30**(1984),1386.
- [10] 何林生等,量子电子学,13(1996),1.
- [11] Lin-sheng He *et al.*, *Phys. Lett.*, **A200**(1995),149.
- [12] M.Lax, *Phys. Rev.*, **129**(1963),2343;157(1967),213.
- [13] C.W.Gardiner, *Handbook of Stochastic Methods*(Springer-Verlag, New York, 1985),ch. 10.
- [14] C.W.Gardiner, *Quantum Noise*(Springer-Verlag, New York, 1991),ch.10.

NON-DEGENERATE TWO-PHOTON FLUORESCENCE SPECTRUM FOR TWO-LEVEL ATOM IN SQUEEZED VACUUM

HE LIN-SHENG FENG XUN-LI

(Laboratory of Laser Spectroscopy, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Hefei 230031)

WU SHI-XIONG

(Laser Institute, Hefei Polytechny University, Hefei 230009)

ZHANG ZHI-MING

(Department of Applied Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

XIA YU-XING

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

(Received 24 June 1997)

ABSTRACT

In this paper the master equation is derived for the atomic reduced density operator, by means of projection operator technique, starting from the Liouville equation. The nondegenerate two-photon fluorescence spectrum for an atom with two-levels in a squeezed vacuum with broad band has been studied by means of the above equation. We find that there is a new type of oscillation phenomenon, in which there are both super and lower thresholds. Between the two thresholds the atom will exhibit oscillation and the two-photon fluorescence spectrum exhibits single peak. Outside the region between the two thresholds the oscillation will not happen and the two-photon fluorescence spectrum possesses novel negative peak or peaks. The shapes of the spectra depend strongly on the natural two-photon linewidth. However, the spectra are not phase-sensitive, which is unexpected.

PACC: 4250