

时空泡沫结构与量子电动力学中 发散的消除^{*}

刘 辽

(北京师范大学物理系, 北京 100875)

(1997 年 5 月 19 日收到; 1997 年 10 月 5 日收到修改稿)

时空的泡沫结构将在量子电动力学中产生新的顶角, 它们正好可以抵消量子电动力学中三种最低阶的原始发散.

PACC: 0365

1 引 言

近年来, 时空的泡沫结构及其对场论的影响问题正吸引着理论物理学家们的注意. 这很可能将是未来若干年内一个有待解决的具有根本性的基础理论问题.

早在 40 多年前 **Wheeler**^[1] 就曾指出, 在普朗克尺度附近, 由于物质场的量子涨落, 将使得时空在小尺度上具有多连通的泡沫结构 (foam like structure, FLS), 虽然从大尺度上它是平滑的.

一个长期争论不休的问题是: 这种泡沫结构究竟是由泡 (bubble) 组成还是由虫洞 (wormhole) 组成?

最近 **Hawking**^[2] 根据虫洞的熵不等于黑洞的熵, 放弃了泡沫结构的虫洞图象而认为泡沫是由泡组成, 他认为真空涨落在时空中产生了 $S^2 \times S^2$ 泡, 后者即真空中虚黑洞对的产生和湮没.

我们可以对 **Hawking** 的上述图象提出以下几点质疑:

1) **Gonzalez-Diaz**^[3] 近来证明, 虫洞 (或子宇宙) 的热力学可以提供黑洞大小与其熵之间的正确关系. 这样, **Hawking** 非难泡沫结构的虫洞图象的主要根据就落空了.

2) **Hawking** 的 $S^2 \times S^2$ 泡是经典真空爱因斯坦方程

$$G_{ab} - \lambda g_{ab} = 0 \quad (1)$$

的解^[2], 而非半经典爱因斯坦方程

$$G_{ab} = -k \langle 0 | T_{ab} | 0 \rangle_{\text{ren}} \quad (2)$$

的解. 这使得我们很难接受泡解 $S^2 \times S^2$ 是真空涨落的结果. 事实上, 迄今为止还没有人找到过方程 (2) 的泡解.

^{*} 国家自然科学基金资助的课题.

3) 我们近几年的工作^[4]表明,在四维和二维情况下,半经典爱因斯坦方程和半经典刘维方程的虫洞解的确是存在的,它们应合理地被解释为真空涨落的结果.

鉴于上述主要理由,我们认为 Hawking 在 1996 年前的看法,即泡沫结构的虫洞图象可能仍然是比较合理的.本文正是企图根据这种图象来讨论消除量子电动力学(QED)中发散的可能性.

我们发现,时空的泡沫结构将在 QED 中产生新的顶角.它们正好可以抵消掉 QED 中三种最低阶的原始发散.这一新方案的成功,可能意味着认真考虑背景时空的泡沫结构,场论中的发散问题有可能得到一个最终的解决.

2 时空的泡沫结构与场论中的有效拉格朗日量

Coleman, Giddings 和 Ströminger 曾证明^[5],母宇宙 M 中所出现的虫洞、半虫洞和子宇宙对母宇宙中场论的影响是使得母宇宙中原有的拉格朗日量 $\mathcal{L}_M(\varphi)$ 变为有效拉格朗日量 $\mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi)$, 其中

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi) = \mathcal{L}_M(\varphi) + \sum_i \mathcal{L}_i(\varphi)(a_i^+ + a_i), \quad (3)$$

式中 a_i, a_i^+ 分别是第 i 个虫洞、半虫洞或子宇宙的湮没算符和产生算符, $\mathcal{L}_i(\varphi)$ 是第 i 个虫洞等与 φ 场的相互作用拉格朗日量, 式中求和是对所有可能出现的虫洞、半虫洞和子宇宙求和(见图 1).

不难看出(3)式在不存在半虫洞和子宇宙时仍成立, 此时它应表示母宇宙 M 中出现任意多的虫洞对场论的影响. 换言之, 这正是由虫洞所组成的时空泡沫结构对场论的影响.

不难看出

$$[(a^+ + a), a^+ a] \neq 0. \quad (4)$$

这表示算符 $Q \equiv a^+ + a$ 与粒子数算符 $N \equiv a^+ a$ 不能有公共本征态, 设

$$N|n\rangle = n|n\rangle,$$

则

$$Q|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle + \sqrt{n}|n-1\rangle.$$

当 n 甚大时,

$$Q|n\rangle \simeq 2\sqrt{n}|n\rangle. \quad (5)$$

这表示, 仅当虫洞数目甚大时, 算符 Q 才在虫洞的 Fock 空间中近似具有本征态, 其本征值为一个发散量 $2\sqrt{n}$. 由此可得

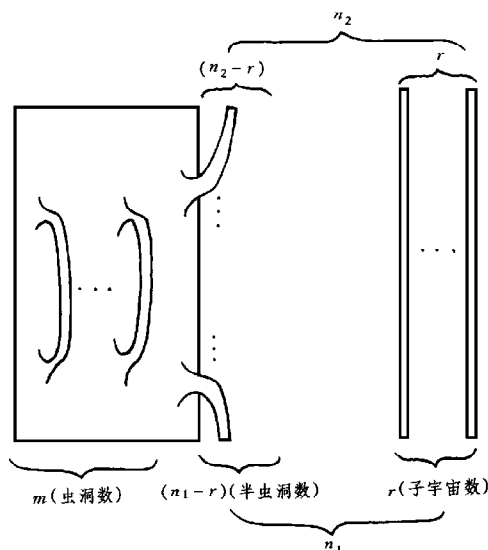


图 1 母宇宙的虫洞、半虫洞和子宇宙

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi) = \mathcal{L}_M(\varphi) + \sum_i \mathcal{L}_i(\varphi) \cdot 2\sqrt{n} \quad (6)$$

设虫洞种类仅一种, 或

$$\mathcal{L}_i(\varphi) = \mathcal{L}_I(\varphi) \quad \forall i,$$

并认为时空泡沫中, 微虫洞的 4 体积为 L_P^4 (L_P 即普朗克长度), 则单位 4 体积中微虫洞的数目约为

$$\frac{1(\text{cm}^4)}{L_P^4(\text{cm}^4)} \equiv \delta.$$

最后有

$$\sum_i \mathcal{L}_i(\varphi)(a_i^\dagger + a_i) = \alpha \mathcal{L}_I(\varphi), \quad (7)$$

式中 $\alpha \equiv 2\sqrt{n} \cdot \delta$ 为无量纲量.

(6) 式可改写为

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\varphi) = \mathcal{L}_M(\varphi) + \alpha \mathcal{L}_I(\varphi). \quad (8)$$

式中 $\mathcal{L}_I(\varphi)$ 是 φ 场与一个虫洞的相互作用拉格朗日量, α 是一个无量纲的发散量.

3 QED 中新的抵消项

下面我们确定 QED 中 $\mathcal{L}_I(\varphi)$ 的具体形式.

为简单计, 设母宇宙 M 为平坦流形, 我们可由洛伦兹协变性要求及量纲要求来完全决定 $\mathcal{L}_I(\varphi)$ 的具体形式.

由于虫洞的出现只是一种时空流形的拓扑分岔, 在母流形中并未出现新的物质场. 所以它对母流形中场论的影响应只表现为出现各种新的自作用项(或顶角), 已知 QED 中的费恩曼图由三种基本元素组成, 即

电子线 ——, 光子线 ----- 和顶角  .

因而由虫洞(泡沫结构)诱生新的自作用顶角只能是

$$\begin{array}{ccc} k \text{-----} \text{---} k', & p \text{-----} \text{---} p' \text{ 和 } & \begin{array}{c} p' \\ \diagup \\ \text{---} k \\ \diagdown \\ p \end{array} \\ \mathcal{L}_I(\gamma) & \mathcal{L}_I(e) & \mathcal{L}_I(v) \end{array}$$

否则, 我们所观测到的电动力学就不是 Maxwell-Lorentz 电动力学.

由洛伦兹协变性要求及量纲要求, 可唯一确定最低阶的 $\mathcal{L}_I(\text{QED})$ 应为下述新的顶角项的线性组合:

$$\mathcal{L}_I(\gamma) = \beta_\gamma \left(-\frac{1}{4} F_{ab} F_{ab} \right) \quad [\beta_\gamma] = M^0, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I(e) &= \beta_e [-\bar{\Psi}(\gamma_a \partial_a + m') \Psi] \\ &= \beta_e [-\bar{\Psi}(\gamma_a \partial_a + m) \Psi] + \beta_e \delta m \bar{\Psi} \Psi, \end{aligned}$$

$$[\beta_e] \equiv M^0, \quad [m'] \equiv M^1, \quad (10)$$

$$\delta m \equiv m - m' \quad [\delta m] \equiv M^1,$$

其中 m' 为任一量纲为 M^1 的实常数, m 为电子静质量.

$$\mathcal{L}_I(v) = \beta_v (ie \bar{\Psi} \gamma_a \Psi A_a) \quad [\beta_v] = M^0. \quad (11)$$

上述公式中的 β_γ , β_e , β_v 和 m' 均系由虫洞或泡沫所诱生的不可观测的实耦合常数, 它们对(8)式右边第二项的贡献为出现下述新顶角:

$$\alpha \mathcal{L}_I(\gamma) \equiv 2 C_0 \left[-\frac{1}{4} F_{ab} F_{ab} \right] \quad 2 C_0 = \alpha \beta_\gamma, \quad (12)$$

$$\alpha \mathcal{L}_I(e) \equiv J_1 [-\bar{\Psi} (\gamma_a \partial_a + m) \Psi] + J_0 \bar{\Psi} \Psi \quad J_1 \equiv \alpha \beta_e, \quad J_0 \equiv \alpha \beta_e \delta m, \quad (13)$$

$$\alpha \mathcal{L}_I(v) \equiv ie \Lambda \bar{\Psi} \gamma_a \Psi A_a \quad \Lambda \equiv \alpha \beta_v,$$

而 $\alpha \mathcal{L}_I(\text{QED}) = \alpha (\mathcal{L}_I(\gamma) + \mathcal{L}_I(e) + \mathcal{L}_I(v)). \quad (14)$

式中 C_0 , J_0 , J_1 和 Λ 乃 QED 的背景对空中的泡沫结构所诱生的新顶角中的 4 个不可观测的发散实耦合常数.

在动量表象中, 上述新顶角的贡献分别为

$$+ C_0 (2\pi)^4 \delta(k - k') (k^2 \delta_{ab} - k_a k_b), \quad (15)$$

$$- J_1 (2\pi)^4 \delta(p - p') (i \hat{p} + m) - J_0 (2\pi)^4 \delta(p - p'), \quad (16)$$

$$+ e \Lambda (2\pi)^4 \gamma_a \delta(p - p' - k). \quad (17)$$

注意到 QED 中三种最低阶的原始发散项为^[6]

$$- C_0 (2\pi)^4 \delta(k - k') (k^2 \delta_{ab} - k_a k_b), \quad (18)$$

$$+ J_1 (2\pi)^4 \delta(p - p') (i \hat{p} + m) + J_0 (2\pi)^4 \delta(p - p'), \quad (19)$$

$$- e \Lambda (2\pi)^4 \gamma_a \delta(p - p' - k). \quad (20)$$

显然, 如果令(15), (16), (17)式中的不可观测的发散量 C_0 , J_1 , J_0 和 Λ 分别是 QED 中(18), (19), (20)式中的发散积分 C_0 , J_1 , J_0 和 Λ , 则 QED 中三种最低阶的原始发散项正好被新顶角抵消掉.

4 小 结

1. 平直时空中的 QED 之所以出现不合理的发散是由于人们没有考虑到平直时空内的泡沫结构在 QED 中所产生新的顶角的影响. 后者所具有不可观测的发散的耦合常数正好可使得新顶角抵消掉 QED 中的发散, 因而忽略掉 QED 中不合理发散的同时也忽略时空泡沫结构对 QED 的影响就是完全合理的. 剩下的只是一些微小的辐射修正, 它们已被一系列高精度的实验所证实.

2. 在我们的抵消方案中, 所出现的量都是物理量, 根本不出现裸量, 这就避免了在通常重整化方案中一个费解的问题: 为何不可观测的裸量要满足可观测的基本场方程.

3. QED 只是一种可重整化的规范场理论, 我们所提出的抵消方案如果最终被证实是可行的, 那么它对别的可重整化场论(例如 QCD)很可能也是有效的.

- [1] J. A. Wheeler, in *Relativity, Groups and Topology*, ed. B. S. Dewitt, C. M. Dewitt (Gordon and Breach, New York, 1964).
- [2] S. W. Hawking, *Phys. Rev.*, **D53**(1996), 3099.
- [3] Gonzalez-Diaz, *Phys. Rev.*, **D54**(1996), 1856.
- [4] L. Liu, *Phys. Rev.*, **D48**(1993), R5463; L. Liu, D. Y. Xu, *Chin. Phy. Lett.*, **15**(1998), 79.
- [5] S. Coleman, *Nucl. Phys.*, **B310**(1988), 643; S. Giddings, A. Ströminger, *Nucl. Phys.*, **B306**(1988), 890.
- [6] F. J. Dyson, *Phys. Rev.*, **75**(1947), 1736; P. T. Matheus, A. Salam, *Phys. Rev.*, **94**(1954), 185.

THE FOAM-LIKE STRUCTURE OF SPACE-TIME AND THE CANCELLATION OF THE DIVERGENCE OF QUANTUM ELECTRODYNAMICS

LIU LIAO

(*Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875*)

(Received 19 May 1997; revised manuscript received 5 October 1997)

ABSTRACT

The new vertexes created from the space-time foam-like structure in quantum electrodynamics (QED) will cancel the three primitive divergences of lowest order in QED exactly.

PACC: 0365