

磁场中量子点四电子系统的基态性质^{*}

解文方 陈传誉

(广州师范学院物理系, 广州 510400)

(1997 年 8 月 18 日收到)

利用少体物理的方法, 研究了磁场中二维量子点四电子系统基态能量与角动量间的变化关系, 以及磁场强度和约束势的大小对四电子系统基态的影响. 数值计算表明, 量子力学对称性是幻数角动量出现的重要因素.

PACC: 7190; 6848

1 引 言

随着分子束外延等新兴科学技术的发展, 加工制备准一维系统的先进技术已经被用于实现准零维系统——量子点. 由台面刻蚀产生的量子点列阵已被设计成双垒异质结, 用于研究纵向输运. 金属膜(NiCr)和 p 型 InSb 间的肖特基接触的耗尽效应也已被用于实现量子点的可调列阵. 目前量子点的实验研究及理论研究越来越广泛, 已发展成为一个引人注目的领域^[1,2]. 通过控制门电压, 可以使量子点内的电子数从 1 开始逐个增加, 从而形成少电子系统. 当然, 这少电子系统有极强的量子效应. 早在 1983 年, Laughlin 在研究分数量子 Hall 效应时就曾研究过在磁场下受简谐势约束的三个电子二维系统的量子态问题, 他研究了最低 Landau 能级的自旋极化态, 指出具有幻数角动量 $L=3K$, $K=1, 2, \dots$ 的态是基态^[3]. Girvin 等分析了包含更多个电子的系统, 证明了包含三、四、五个的少电子系统, 幻数角动量虽然不同, 但它们确实存在. 过去人们一直对幻数角动量的起源没有一个很好的解释, 文献[4, 5]从量子力学对称性出发, 给出幻数角动量一个简单合理的解释, 并计算了无磁场存在的情况下三、四个电子系统的能谱, 验证了分析结果的正确性. 本文将讨论有磁场存在情况下包含四个电子的二维量子点的电子性质, 观察磁场强度和简谐约束势对基态能级的影响. 数值计算表明量子力学对称性是幻数角动量出现的重要因素.

2 模型与计算方法

考虑四个有效质量为 m^* 的电子, 约束在二维简谐势中, 则系统的 Hamiltonian 可以

^{*} 国家自然科学基金和广东省自然科学基金资助的课题.

写为

$$H = \frac{1}{2m^*} \sum_{i=1}^4 (\hat{\mathbf{P}}_i + e\mathbf{A})^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_i^2 + \sum_{i>j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon r_{ij}} = g^* \mu_B B \sum_i \hat{S}_{iz}, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{r}_i$ 分别是第 i 个电子的矢量势和位矢, g^* 为朗德因子, μ_B 为玻尔磁子, ω_0 是简谐势的圆频率.

当 $\mathbf{A} = \frac{B}{2}(-y, x, 0)$ 时, 则有

$$H = \frac{1}{2m^*} \sum_{i=1}^4 \hat{\mathbf{P}}_i^2 + \frac{1}{2} m^* \omega^2 \sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_i^2 + \sum_{i>j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon r_{ij}} + \frac{1}{2} \omega_c \sum_{i=1}^4 \hat{L}_{iz} = g^* \mu_B B \sum_{i=1}^4 \hat{S}_{iz}, \quad (2)$$

其中杂化频率 $\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{4} \omega_c^2$, $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$. 引入质心坐标

和一组 Jacobi 坐标 (见图 1), 则系统的质心运动和内部运动可以分离为

$$H = H_{\text{c.m.}} + H_i, \quad (3)$$

其中

$$H_{\text{c.m.}} = \frac{\mathbf{P}_{\text{c.m.}}^2}{2M} + \frac{1}{2} M \omega_0^2 \mathbf{R}^2. \quad (4)$$

为质心运动 Hamiltonian. 系统内部运动的 Hamiltonian 为

$$H_i = \frac{\mathbf{P}_{12}^2}{2\mu_{12}} + \frac{\mathbf{P}_{34}^2}{2\mu_{34}} + \frac{\mathbf{P}_R^2}{2\mu_R} + \sum_{i>j} u(r_{ij}) + \frac{1}{2} \omega_c \sum_{i=1}^4 \hat{L}_{iz} = g^* \mu_B B \sum_{i=1}^4 \hat{S}_{iz}, \quad (5)$$

其中 $\mu_{12} = \mu_{34} = m^*/2$, $\mu_R = m^*$, $M = 4m^*$,

$$u(r_{ij}) = \frac{1}{8} m^* \omega^2 r_{ij}^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon r_{ij}}. \quad (6)$$

$u(r_{ij})$ 存在一个势能为极小值的距离 $r_{ij} = r_0 = (e^2/\pi\epsilon m^* \omega_0^2)^{1/3}$. 当四个电子构成距离为 r_0 的正方形时, 系统的总势能 $\sum_{i>j} u(r_{ij})$ 最低. 质心运动简单的就像一个二维谐振子, 以下仅讨论内部运动.

对自旋为 $1/2$ 的四电子系统, 全反对称化的本征函数可以展开为

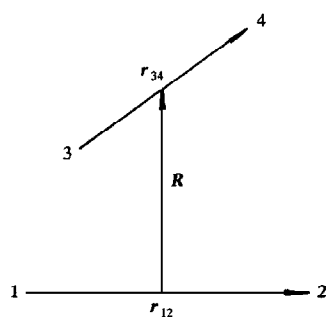


图 1 四电子系统的 Jacobi 坐标

$$\tilde{\Phi} = A \{ \varphi_{n_a l_a}^{\omega}(\mathbf{r}_{12}) \varphi_{n_b l_b}^{\omega}(\mathbf{r}_{34}) \varphi_{n_c l_c}^{\omega}(\mathbf{R}) \chi_{s l s}^S \}, \quad (7)$$

其中 φ_{nl}^{ω} 是频率为 ω 的二维谐振子波函数, 且能量为 $(2n + |l| + 1) \hbar\omega$; l 是轨道角动量, 总轨道角动量 $L = l_a + l_b + l_c$; $\chi_{s l s}^S$ 是自旋波函数,

$$\chi_{s l s}^S = [(\eta(1) \eta(2))_s (\eta(3) \eta(4))_s]_S, \quad (8)$$

$\eta(i)$ 是第 i 个粒子的自旋波函数; A 是反对称化算符. 波函数的全反对称化采用二维的 Talmi-Moshinsky 系数^[6].

我们取 $\epsilon_r = 13.1$, $g^* = 0.52$, $m^* = 0.0675 m_e$, 利用文献[6]的计算方法, 分别对 $\hbar\omega_0 = 1.0 \text{ meV}$, 5.0 meV , $B = 0, 2, 5, 10 \text{ T}$ 等情况进行了计算. 其结果分别表示在图 2—图 5 中.

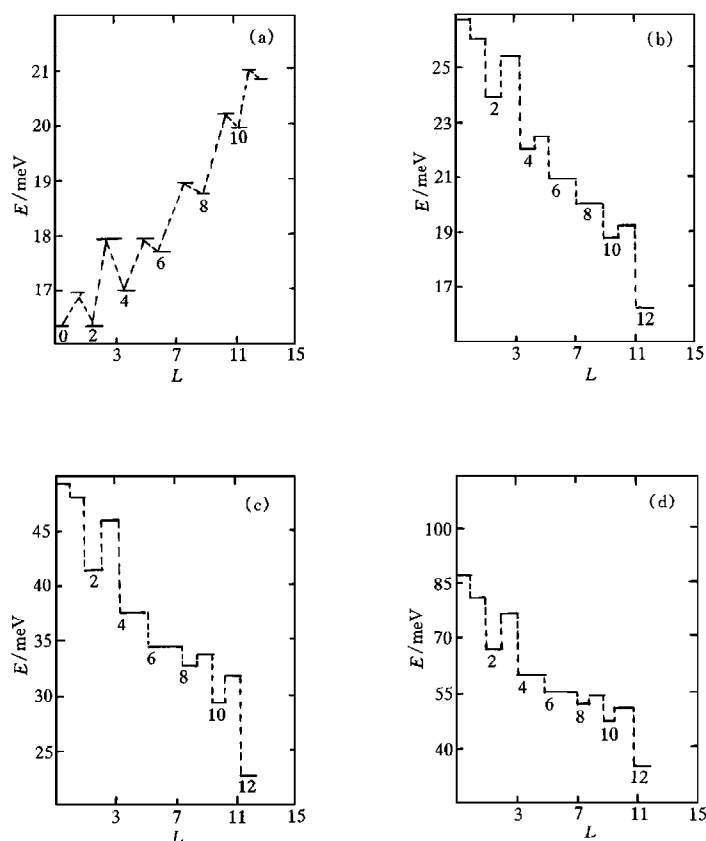


图 2 $S=0$, $\hbar\omega_0=1.0 \text{ meV}$ 四电子系统能量和角动量间的关系 (a) 为 $B=0$, (b) 为 $B=2 \text{ T}$, (c) 为 $B=5 \text{ T}$, (d) 为 $B=10 \text{ T}$

图 2(a), (b), (c) 和 (d) 分别给出 $S=0$, $\hbar\omega_0=1.0 \text{ meV}$, 磁场强度 $B=0, 2, 5, 10 \text{ T}$ 时

四电子系统的能谱 ($L \leq 12$). 图 3 和图 4 分别对应 $S=1$ 和 $S=2$ 的情况. 图 5 给出 $S=2$, $\hbar\omega_0 = 5.0 \text{ meV}$, $B=0, 2, 5, 10 \text{ T}$ 情况下的能谱. 从图 2—图 4 的(a)图中可以看出, 无磁场存在时基态能量和角动量的关系. 当四电子系统的基态角动量满足

$$\begin{aligned} S &= 0, & L &= 2K \quad (K = 0, 1, \dots), \\ S &= 1, & L &\neq 2(2K + 1), \\ S &= 2, & L &= 2(2K + 1) \end{aligned}$$

时, 体系的能量较低, 这些角动量称为幻数角动量. 幻数角动量的值完全可以从量子力学对称性得到. 由量子力学对称性可知, 幻数角动量对应的量子态是四电子分别处于正方形顶点结构(距离为 r_0), 因为此时系统的几何对称性最好, 势能最低, 稳定性最好. 从量子

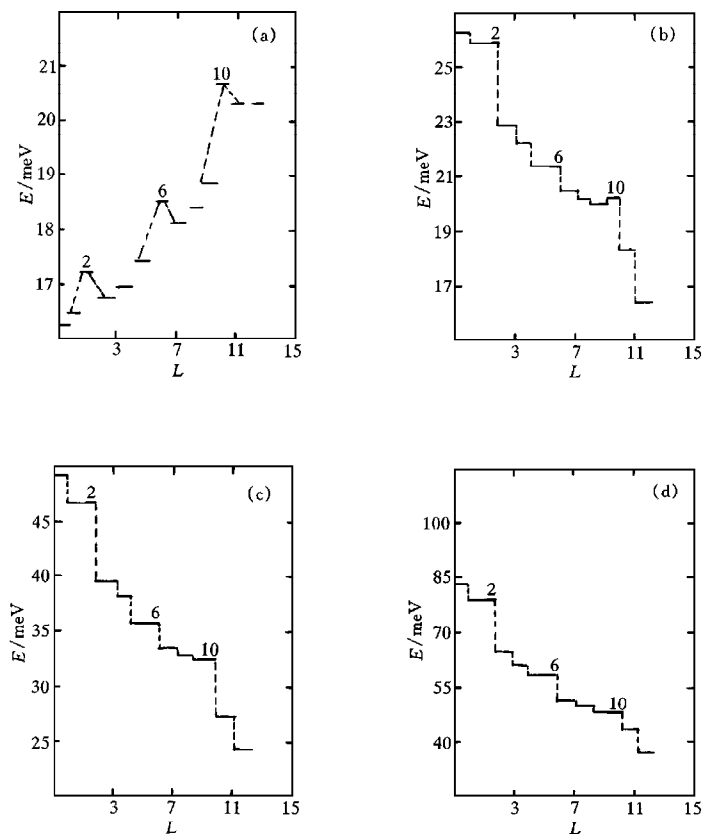


图 3 $S=1$, $\hbar\omega_0=1.0 \text{ meV}$ 四电子系统能量和角动量间的关系 (a)为 $B=0$, (b)为 $B=2 \text{ T}$, (c)为 $B=5 \text{ T}$, (d)为 $B=10 \text{ T}$

力学的角度来看, 就是系统处于正方形结构的概率最大. 另外还可以看出, 当磁场为零的情况下, 能量随角动量取值的增加而增加, 所以从量子力学的角度来看, 小角动量的基态

具有较大的概率. 所以零磁场下系统的基态是对应 $L=0$ 和 $L=2$ 的态.

图 2—图 4 中的 (b), (c), (d) 图分别给出磁场为 2, 5, 10 T, $\hbar\omega_0 = 1.0$ meV 时, $S=0, 1, 2$ 能量和角动量间的关系. 可以看出, 当四电子系统处于外磁场下, 具有幻数角动量对应的量子态能量明显地下降, 而基态能量随着角动量 L 的取值而减少, 当 L 较大时, 减少得更明显. 所以在有磁场时, 大角动量的基态有较大的概率. 对于 $S=2$ 的量子态, 能量更低, 所以在强磁场中, $S=2$ 的大角动量的量子态具有较大的概率.

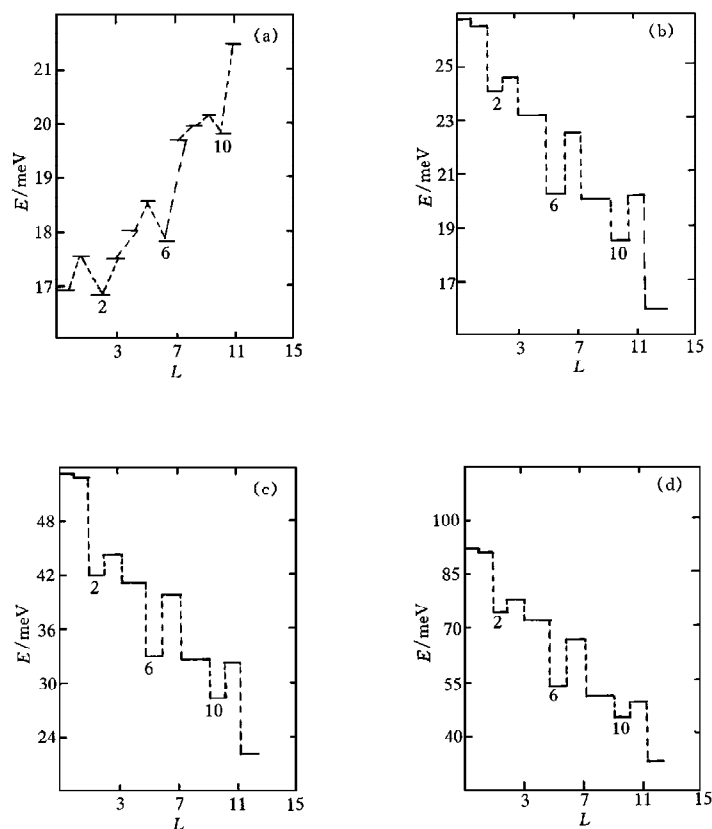


图 4 $S=2$, $\hbar\omega_0 = 1.0$ meV 四电子系统能量和角动量间的关系 (a) 为 $B=0$, (b) 为 $B=2$ T, (c) 为 $B=5$ T, (d) 为 $B=10$ T

为了看出约束势大小的影响, 在图 5 中分别给出 $\hbar\omega_0 = 5.0$ meV, $S=2$ 磁场强度分别为 0, 2, 5, 10 T 时能量与角动量间的关系. 对比图 4 和图 5, 我们发现在磁场为零时, 两者的变化趋势相似, 只是能量大小不同. 所以约束势的增大在物理意义上只是增大了电子的能量. 但在外磁场存在时, 两者的变化趋势就有些差别, 特别是在磁场较低的情况下 (如 $B=2$ T). 当约束势增强时, 在低磁场情况下, 角动量较小的基态概率较大 (图 5(b)). 反

之,则角动量较大的基态概率较大(图 4(b)).可见增大约束势与增强磁场是两种相反的效应.而在磁场较强时(如 $B=10\text{ T}$),发现两者又完全相似.因为此时磁场的效应占主导地位.

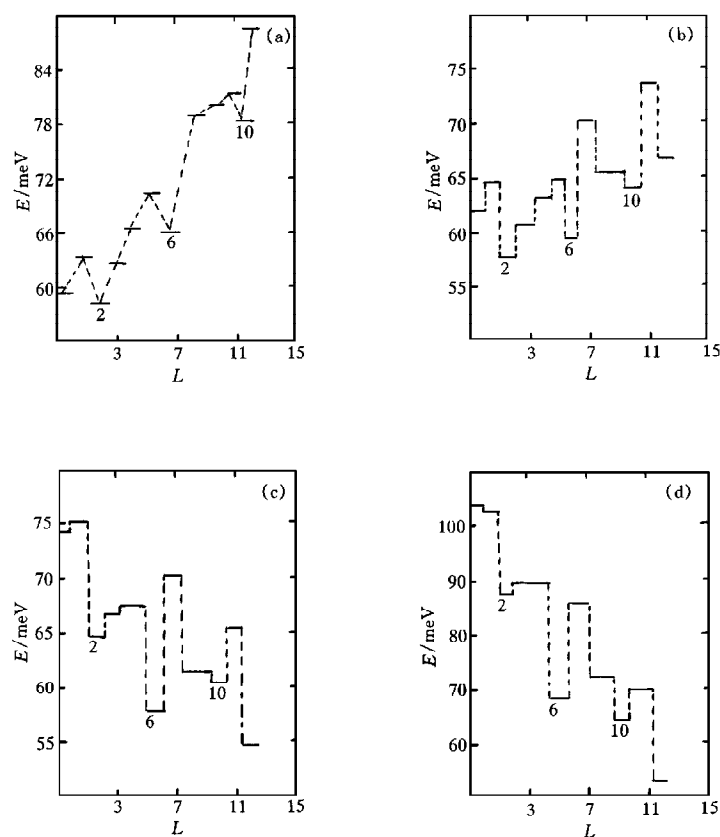


图5 $S=2$, $\hbar\omega_0=5.0\text{ meV}$ 四电子系统能量和角动量间的关系 (a)为 $B=0$, (b)为 $B=2\text{ T}$, (c)为 $B=5\text{ T}$, (d)为 $B=10\text{ T}$

- [1] N.F.Johason, *J. Phys.*; *Condens Matter*, **7**(1995),965.
- [2] D.Pfannkuche, S.E.Ulloa, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995),1194.
- [3] R.B.Laughlin, *Phys. Rev.*, **B27**(1983),3383.
- [4] W.Y.Ruan, Y.Y.Liu, C.G.Bao *et al.*, *Phys. Rev.*, **B51**(1995),7942.
- [5] C.G.Bao, W.Y.Ruan, Y.Y.Liu, *Phys. Rev.*, **B53**(1996),10820.
- [6] W.Y.Ruan, *J. Math. Phys.*, **37**(1996),3760.

THE FEATURES OF GROUND STATES OF A FOUR-ELECTRON SYSTEM IN MAGNETIC FIELDS

XIE WEN-FANG CHEN CHUAN-YU

(*Department of Physics, Guangzhou Teachers' College, Guangzhou 510400*)

(Received 18 August 1997)

ABSTRACT

By using the method of few-body physics, we study the relations between the energy of ground states and angular momentum of the four-electron systems in two-dimensional quantum dots in magnetic fields. The influences of the magnetic field and confined potential on ground states of the four-electron systems have been numerically calculated. The numerical results show that the quantum mechanical symmetry is the origin of magic numbers.

PACC: 7190; 6848