

大调制度下光折变运动光栅的微扰分析^{*}

冯玉文 周忠祥 姜永远 孙秀冬 许克彬

(哈尔滨工业大学应用物理系, 哈尔滨 150001)

(1997 年 8 月 21 日收到)

利用“跳跃模型”讨论了大调制度下光折变材料对运动干涉条纹的非静态记录过程, 给出了描述运动干涉条纹非静态记录时电荷密度波前三阶分量振幅的微分方程, 以及前三阶空间电荷场的解析表达式. 讨论了前三阶空间电荷场振幅改变量对干涉条纹运动速度的依赖关系, 若扩散场不为零但较小时, 施加较小的外电场能够实现对空间电荷场高阶分量选择性地增强. 若扩散场较大(大于外加电场), 则不能实现对空间电荷场高阶分量选择性地增强.

PACC: 4240; 4270G

1 引 言

光折变晶体中的折射率相位光栅记录一般分为两种类型. 一种是无外场或外场恒定时对固定干涉条纹进行记录. 在恒定外场作用下, 空间电荷场及其所产生的折射率相位光栅随时间以振荡方式建立, 当记录时间远远大于光折变响应时间, 空间电荷场将达到稳态, 在稳态条件下折射率相位光栅是静止不动的, 这种记录固定干涉条纹技术称为静态记录. 如果记录的是恒速运动的或相位调制的干涉条纹, 及在交变电场作用下记录固定干涉条纹, 这类记录称为非静态记录^[1-5]. 非静态记录的折射率相位光栅可以是相移型的, 且可能具有较大的衍射效率. Refregier 等^[6]利用 BSO 晶体从理论和实验上讨论了记录运动干涉条纹时的二波耦合增益, 对应最佳运动干涉条纹速度或最佳空间频率时指数增益系数明显高于静态记录时的指数增益. Vachss 和 Hesselink^[7]利用运动干涉条纹记录技术实现了光折变相位光栅空间分量的选择增强. Au 和 Solymar^[8]利用数值计算技术求解了记录运动干涉条纹时的光折变非线性方程, 发现描述光折变响应的参变量的高阶分量通过移动干涉条纹可以适当增强, 空间电荷场高阶分量对空间频率的依赖在小调制度时较弱. Saxena 和 Chang^[9]利用微扰展开方法获得了记录运动干涉条纹时空间电荷场前三阶分量的解析表达式. 并讨论了不同外加电场和不同扩散场时空间电荷场对运动干涉条纹速度的依赖关系.

以上有关光折变非静态记录的研究都是基于 Kukhtarev 等^[10]提出的“带导模型”展

^{*} 黑龙江省自然科学基金资助的课题.

开的,在此之前我们利用“跳跃模型”^[11]讨论了大调制度下纯扩散场和外加直流场时光折变空间电荷场高阶分量的动力学特性^[12,13],并与“带导模型”所得结果进行了比较.本文将继续利用“跳跃模型”讨论和分析大调制度下对运动干涉条纹进行非静态记录时光折变空间电荷场高阶分量响应特性,给出了一些“带导模型”没有给出的结果,这为人们进一步认识光折变响应特性提供了新的方法.

2 大调制度下运动干涉条纹的非静态记录

为了获得运动干涉条纹,通常可将频率相近的两束平面波同时照射在光折变晶体上,或用压电晶体调制二波耦合中的一束入射光,使其频率有一个频移,则干涉条纹将以速度 $v = \delta\omega/K$ 运动,光强分布可表示为

$$I_n(z_n) = I_0 \left[1 + \frac{m}{2} \exp[iK(z_n - vt)] + \frac{m}{2} \exp[-iK(z_n - vt)] \right], \quad (1)$$

其中 $I_0 = I_p + I_s$ 是入射总光强, $m = \sqrt{I_p I_s} / I_0$ 为干涉条纹调制度, K 为光栅波矢.

Feinberg 等^[11]提出的“跳跃模型”认为,光折变晶体内有一定数量的电荷处在陷阱位上,受到光辐射时,电荷在光子的协助下从一个陷阱位跳向另一个未被占据的陷阱位.用 D_{kn} 表示单位时间内、单位光强下光激发电荷从 k 位至 n 位的跃迁概率, W_n 表示迁移电荷占据 z 处第 n 位的概率,该处的光强为 I_n ,电荷在第 n 位的概率变化率等于电荷在 n 位上的俘获率减去离开 n 的跳离率,则跳跃方程为^[11]

$$\frac{dW_n}{dt} = - \sum_k D_{kn} [W_n I_n \exp(\beta \phi_{nk}) - W_k I_k \exp(\beta \phi_{kn})], \quad (2)$$

其中 $\beta = q/2k_B T$, $\phi_{nk} = \phi_n - \phi_k$, ϕ_n 是准静电势,包括晶体内迁移电荷产生的势、外场势和化学势. q 是电荷, k_B 是波耳兹曼常量.方程(2)等号右边的求和第一项表示电荷跳离 n 位的迁移率, $W_n I_n$ 是电荷在 n 位的激发速率,右边求和第二项是电荷从其它 k 位跳至 n 位的迁移率.通常认为在 k 位与 n 位之间的跃迁具有对称性,即 $D_{kn} = D_{nk}$.

当调制度 m 较大甚至接近于 1 时,必须考虑高阶分量的存在,在本文里只讨论前三阶分量,对应运动干涉条纹光强分布(1)式, W_n 和 ϕ_n 可取如下形式:

$$W_n = W_0 + \operatorname{Re}[W_1 \exp[iK(z_n - vt)]] + \operatorname{Re}[W_2 \exp[i2K(z_n - vt)]] + \operatorname{Re}[W_3 \exp[i3K(z_n - vt)]], \quad (3)$$

$$\phi_n = \phi_{n0} + \operatorname{Re}[\phi_1 \exp[iK(z_n - vt)]] + \operatorname{Re}[\phi_2 \exp[i2K(z_n - vt)]] + \operatorname{Re}[\phi_3 \exp[i3K(z_n - vt)]]. \quad (4)$$

为了计算 W_n , 首先作如下简化:

1) 任一电场和光栅波矢的取向与晶体的光轴平行或反平行.

2) 取 $Kl \ll 1$, 其中 l 为陷阱位之间的等间距,这相当于干涉条纹间隔远远大于陷阱位之间的间距,即陷阱位密度较大,可以认为光激发电荷一旦被激发出来,就被邻近陷阱位

俘获,在这种情况下,可以认为跳跃只发生在最近邻 $D_{n, n+1} = D$, 而其他 $D_{kn} = 0$, 这样跳跃方程(2)中求和只有四项.

上述假定相当于处理带导模型时假定激发电荷在导带上的寿命 τ_R 很短,从而扩散长度 $L_D = \sqrt{D'\tau_R}$ 和漂移长度 $L_E = \mu\tau_R E_0$ 也很短.

利用上述假定,把方程(1), (3)和(4)代入跳跃方程(2). 并忽略平方项,通过比较 $\exp[i r K(z_n - vt)]$ (其中 $r=1, 2, 3$) 的系数得到描述非静态记录运动干涉条纹时电荷密度波前三阶分量振幅的微分方程组

$$\frac{d\omega_1}{dt} = -\Gamma \left[\left(\omega_1 + m + \frac{m\omega_2}{2} \right) (a^2 + iaf) + (1 - i\Omega\tau_c) \omega_1 + \frac{m\omega_2}{4} \right], \quad (5a)$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = -\Gamma \left[(m\omega_1 + 2\omega_2 + m\omega_3)(2a^2 + iaf) + (1 - i2\Omega\tau_c) \omega_2 + m\omega_1 + \frac{m\omega_3}{3} \right], \quad (5b)$$

$$\frac{d\omega_3}{dt} = -\Gamma \left[(m\omega_2 + 2\omega_3) \left(\frac{9}{2}a^2 + \frac{3}{2}iaf \right) + \frac{3m\omega_2}{4} + (1 - i3\Omega\tau_c) \omega_3 \right], \quad (5c)$$

其中 $\omega_r = W_r / W_0$, $r=1, 2, 3$, ω_r 是归一化的电荷波振幅, $\tau_c = 1/\Gamma$ 为特征激发时间; $\Omega = vK$; $k_0 = \sqrt{NW_0 q^2 / \epsilon k_B T}$ 表示特征波矢,其倒数为屏蔽长度; $\Gamma = DI_0 k_0^2 l^2$ 为特征激发速率; $a = K/k_0$ 是用特征波矢 k_0 归一化的光栅波矢; $f_0 = k_0 k_B T / q$ 是特征场; $f = (\phi_{n0} - \phi_{n-1,0}) / lf_0$ 为用 f_0 归一化的均匀电场.

方程(5a)–(5c)就是关于非静态记录运动干涉条纹时电荷密度波前三阶分量振幅的微分方程,通过求解这组微分方程就可得到有关空间电荷场的解析解.

为了求解上述方程,首先忽略高阶分量对低阶分量的贡献,求得稳态解为

$$\omega_1^{\text{sat}} = -\frac{m(a^2 + iaf)}{1 + a^2 + i(af - \Omega\tau_c)}, \quad (6a)$$

$$\omega_2^{\text{sat}} = \frac{m^2(a^2 + iaf)(1 + 2a^2 + iaf)}{[1 + a^2 + i(af - \Omega\tau_c)][1 + 4a^2 + 2i(af - \Omega\tau_c)]}, \quad (6b)$$

$$\omega_3^{\text{sat}} = -\frac{3}{4} m^3 \frac{(a^2 + iaf)(1 + 2a^2 + iaf)(1 + 6a^2 + 2iaf)}{[1 + a^2 + i(af - \Omega\tau_c)][1 + 4a^2 + 2i(af - \Omega\tau_c)][1 + 9a^2 + 3i(af - \Omega\tau_c)]}. \quad (6c)$$

根据泊松方程,空间电荷场高阶分量 E_{sc}^r 与 W_r 之间满足如下关系:

$$E_{sc}^r = -\frac{qN}{i r \epsilon K} W_r \quad r = 1, 2, 3, \quad (7)$$

则稳态空间电荷场前三阶分量表达式为

$$e_1^{\text{sat}} = i m \frac{e_D + i e_0}{1 + e_D + i(e_0 - \Omega\tau_c)}, \quad (8a)$$

$$e_2^{\text{sat}} = -i \frac{m^2}{2} \frac{(e_D + i e_0)(1 + 2e_D + i e_0)}{[1 + e_D + i(e_0 - \Omega\tau_c)][1 + 4e_D + 2i(e_0 - \Omega\tau_c)]}, \quad (8b)$$

$$e_3^{\text{sat}} = i \frac{m^3}{4} \frac{(e_D + i e_0)(1 + 2 e_D + i e_0)(1 + 6 e_D + 2 i e_0)}{[1 + e_D + i(e_0 - \Omega \tau_c)][1 + 4 e_D + 2 i(e_0 - \Omega \tau_c)][1 + 9 e_D + 3 i(e_0 - \Omega \tau_c)]}, \quad (8c)$$

其中 $e_r^{\text{sat}} = E_{\text{sc}}^r / E_q$, $e_D = E_D / E_q$, $e_0 = E_0 / E_q$ 分别是归一化的空间电荷场、扩散场和外加电场, $E_D = k_B T K q^{-1}$ 为扩散场, $E_q = q N W_0 / \epsilon K$ 为饱和场.

方程(8a)—(8c)可以改写为如下形式:

$$e_1^{\text{sat}} = e_{10}^{\text{sat}} [1 + f_1(\Omega \tau_c)], \quad (9a)$$

$$e_2^{\text{sat}} = e_{20}^{\text{sat}} [1 + f_1(\Omega \tau_c)][1 + f_2(\Omega \tau_c)], \quad (9b)$$

$$e_3^{\text{sat}} = e_{30}^{\text{sat}} [1 + f_1(\Omega \tau_c)][1 + f_2(\Omega \tau_c)][1 + f_3(\Omega \tau_c)], \quad (9c)$$

其中

$$e_{10}^{\text{sat}} = i m \frac{e_D + i e_0}{1 + e_D + i e_0}, \quad (10a)$$

$$e_{20}^{\text{sat}} = -i \frac{m^2}{2} \frac{(e_D + i e_0)(1 + 2 e_D + i e_0)}{(1 + e_D + i e_0)(1 + 4 e_D + 2 i e_0)}, \quad (10b)$$

$$e_{30}^{\text{sat}} = i \frac{m^3}{4} \frac{(e_D + i e_0)(1 + 2 e_D + i e_0)(1 + 6 e_D + 2 i e_0)}{(1 + e_D + i e_0)(1 + 4 e_D + 2 i e_0)(1 + 9 e_D + 3 i e_0)}, \quad (10c)$$

$$f_r(\Omega \tau_c) = \frac{i r \Omega \tau_c}{1 + r^2 e_D + i r(e_0 - \Omega \tau_c)} \quad (r = 1, 2, 3). \quad (11)$$

这里 e_{r0}^{sat} (其中 $r = 1, 2, 3$) 是稳态记录时归一化的前三阶空间电荷场分量^[12,13], $f_r(\Omega \tau_c)$ (其中 $r = 1, 2, 3$) 是调制频率函数.

3 讨 论

1. 扩散场等于零, 即 $e_D = 0$ 时

函数 $f_r(\Omega \tau_c) = \frac{i r \Omega \tau_c}{1 + r^2 e_D + i r(e_0 - \Omega \tau_c)}$ (其中 $r = 1, 2, 3$) 的绝对值在 $(\Omega \tau_c)_r = \frac{1}{r^2 e_0} + e_0$

处取极大值, 即

$$|f_1(\Omega \tau_c)|_{\max} = (1 + e_0^2)^{1/2}, \quad (12a)$$

$$|f_2(\Omega \tau_c)|_{\max} = (1 + 4 e_0^2)^{1/2}, \quad (12b)$$

$$|f_3(\Omega \tau_c)|_{\max} = (1 + 9 e_0^2)^{1/2}. \quad (12c)$$

比较(12a)—(12c)式可以发现

$$|f_1(\Omega \tau_c)|_{\max} < |f_2(\Omega \tau_c)|_{\max} < |f_3(\Omega \tau_c)|_{\max}. \quad (13)$$

根据(9a)—(9c)和(13)式, 可以定义非静态记录运动干涉条纹与静态记录相比使空间电荷场高阶分量的振幅改变量, 近似地满足如下关系:

$$\Delta e_1 = e_1^{\text{sat}} - e_{10}^{\text{sat}} \propto |f_1(\Omega\tau_c)|, \quad (14a)$$

$$\Delta e_2 = e_2^{\text{sat}} - e_{20}^{\text{sat}} \propto |f_2(\Omega\tau_c)|, \quad (14b)$$

$$\Delta e_3 = e_3^{\text{sat}} - e_{30}^{\text{sat}} \propto |f_3(\Omega\tau_c)|. \quad (14c)$$

由方程(13)和(14a)–(14c)可以看出,通过适当改变干涉条纹频率差异 $\Omega\tau_c$ 可以使空间电荷场不同阶空间分量选择性增强.

由函数 $f_r(\Omega\tau_c)$ ($r=1,2,3$) 取极大值的条件 $(\Omega\tau_c)_r = e_0 + 1/r^2 e_0$ 可以发现,当外加电场 E_0 小于饱和场 E_q , 即 $e_0 < 1$ 时, $(\Omega\tau_c)_r \approx 1/r^2 e_0$, 这与由带导模型得到的结果是一致的. 而当外加电场 E_0 大于饱和场 E_q , 即 $e_0 > 1$ 较大时, $(\Omega\tau_c)_r \approx e_0$. 即外加电场较大时不能对空间电荷场高阶分量实现选择性增强.

在图 1 中绘出了由 e_{r0}^{sat} ($r=1,2,3$) 归一化的空间电荷场前三阶分量振幅改变量与干涉条纹频率差异之间的关系曲线. 其中图 1(a) 对应 $e_0=0.5$, 图 1(b) 对应 $e_0=5$. 从图 1 我们发现, 在外加电场较小时, 可以通过改变运动干涉条纹速度实现空间电荷场高阶分量的选择性增强, 而外加电场较大时, 不能对高阶分量选择性增强.

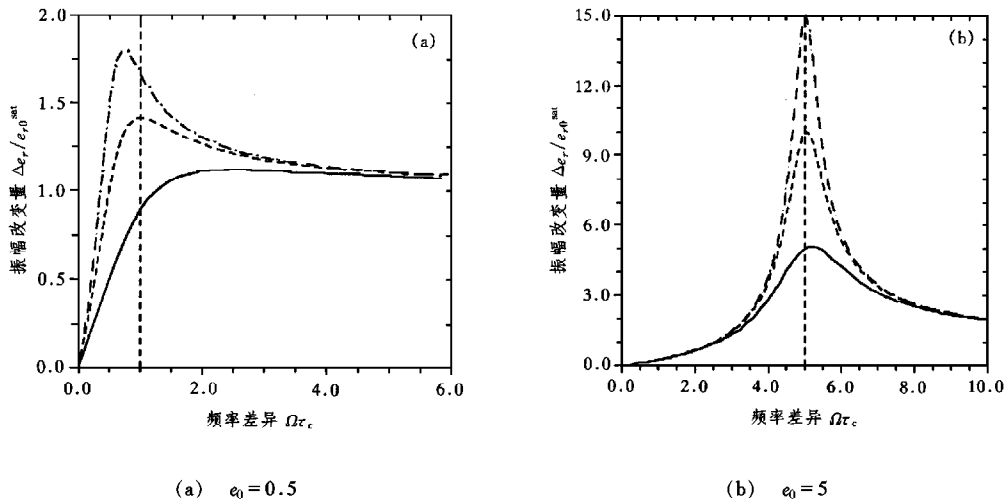


图 1 空间电荷场振幅改变量与频率差异之间的关系曲线 —— 为 Δe_1 ; --- 为 Δe_2 ; - · - 为 Δe_3

2. 扩散场不等于零, 即 $e_D \neq 0$ 时

函数 $f_r(\Omega\tau_c) = \frac{i r \Omega\tau_c}{1 + r^2 e_D + i r(e_0 - \Omega\tau_c)}$ (其中 $r=1,2,3$) 的绝对值在 $(\Omega\tau_c)_r = \frac{(1 + e_D)^2}{r^2 e_0} + e_0$ 处取极大值, 即

$$|f_r(\Omega\tau_c)|_{\max} = \left[\frac{r^2 e_0^2 + (1 + r^2 e_D)^2}{(1 + r^2 e_D)^2} \right]^{1/2}, \quad (15)$$

空间电荷场高阶分量的振幅改变量近似地满足如下关系:

$$\Delta e_r = e_r^{\text{sat}} - e_{r0}^{\text{sat}} \propto |f_r(\Omega\tau_c)|, \quad (16)$$

在图 2 和图 3 中, 对应 $e_D = 0.1$, $e_D = 0.5$, $e_D = 5.0$ 分别绘出了外加电场为 $e_0 = 0.5$ 和 $e_0 = 5$ 时, 空间电荷场高阶分量的振幅改变量与条纹频率差异之间的关系曲线。

从图 2 中可以发现, 当外加电场较小且扩散场也比较小时, 能对空间电荷场高阶分量实现选择性增强, 如图 2(a) 所示, 若扩散场较大(大于外加电场)时不能实现对空间电荷场高阶分量选择性增强, 如图 2(b), 2(c) 所示。

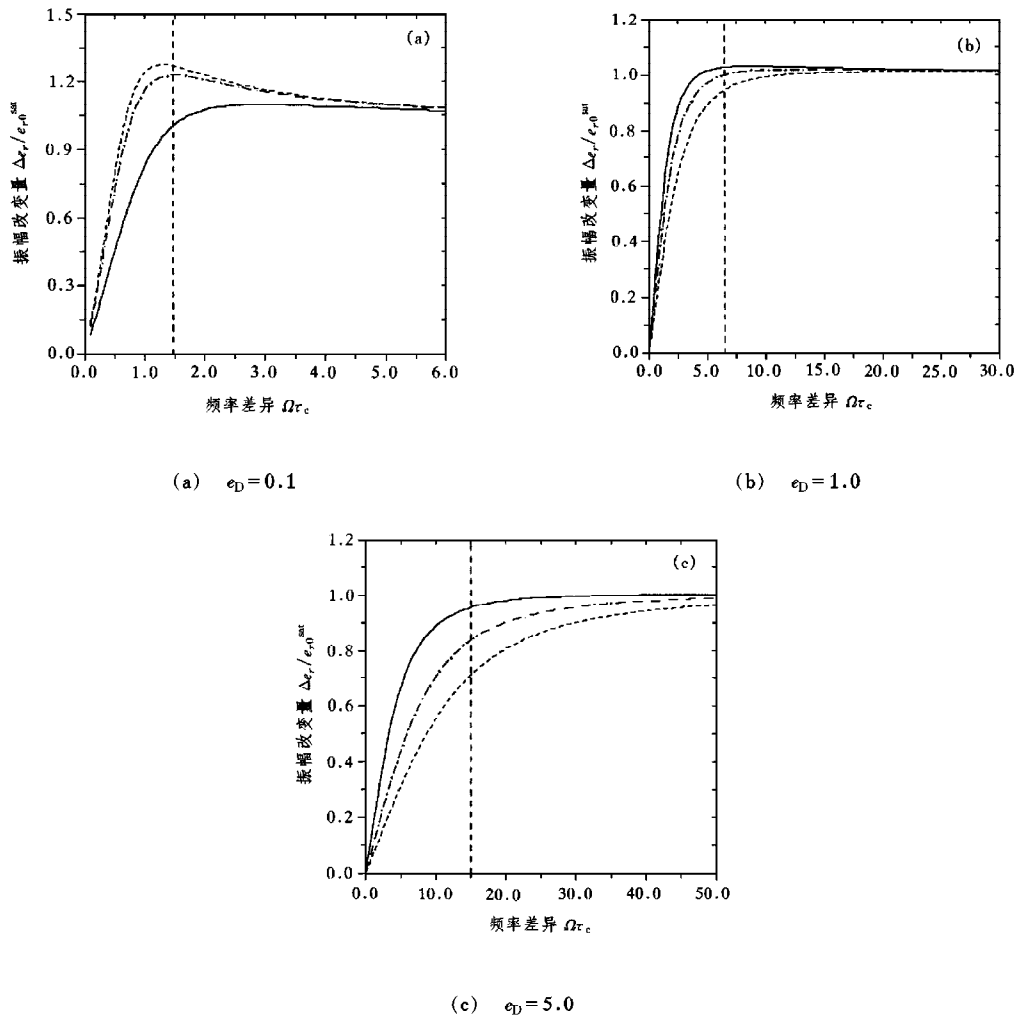


图 2 外加电场为 $e_0 = 0.5$ 时, 空间电荷场高阶分量的振幅改变量与条纹频率差异之间的关系曲线 ——为 Δe_1 ; ---为 Δe_2 ; -·-为 Δe_3

从图 3 可以看出, 当外加电场较大而扩散场较小时, 不能实现对空间电荷场高阶分量选择性增强, 如图 3(a) 所示. 但当扩散场较大以至可以与外加电场比拟时, 则可以实现对空间电荷场高阶分量选择性增强, 见图 3(b), 3(c).

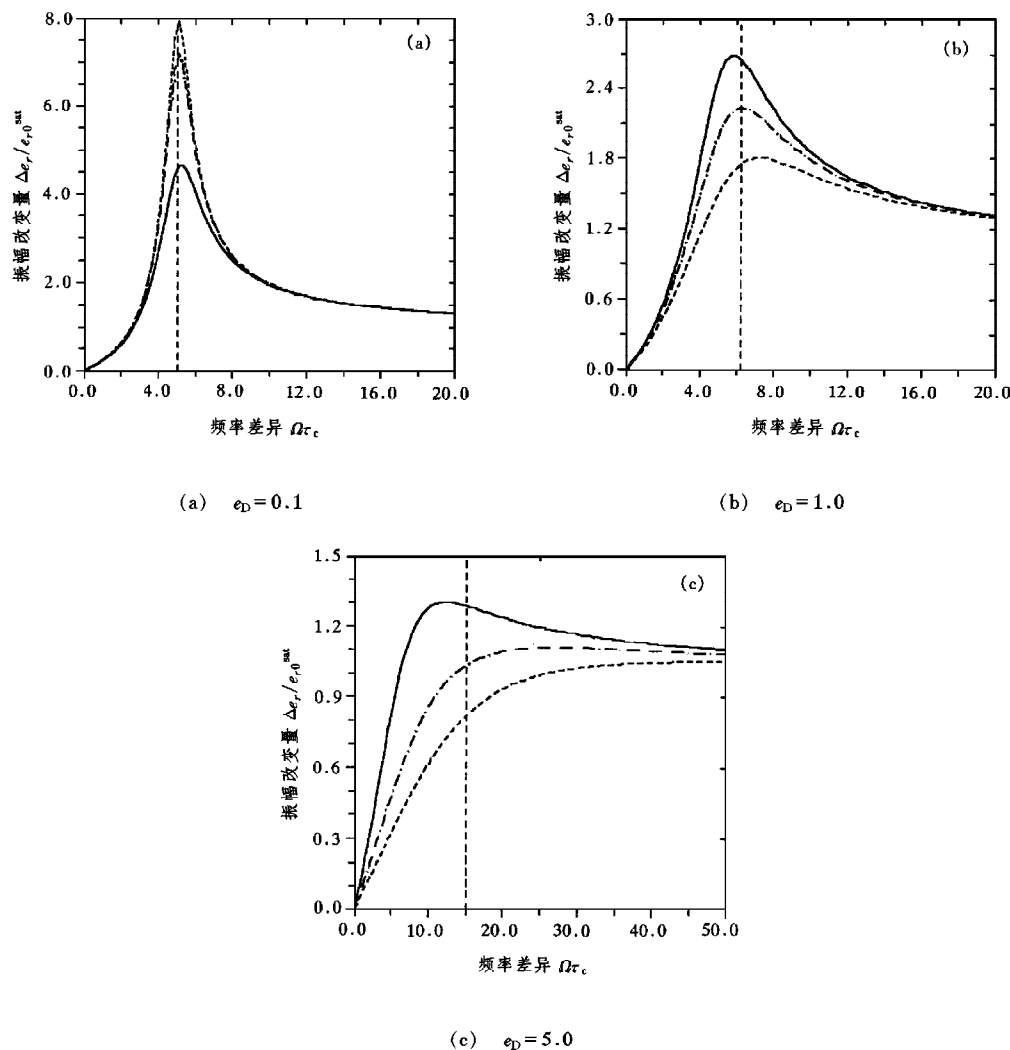


图3 外加电场为 $e_0 = 5$ 时,空间电荷场高阶分量的振幅改变量与条纹频率差异之间的关系曲线 图注同图2

4 结 论

利用“跳跃模型”讨论了大调制下光折变材料对运动干涉条纹的非静态记录过程,给出了描述运动干涉条纹非静态记录时电荷密度波前三阶分量振幅的微分方程及前三阶空间电荷场的解析表达式.

1. 讨论扩散场等于零时前三阶空间电荷场振幅改变量对运动干涉条纹速度的依赖关系,发现当外加电场较小时,可以通过改变运动条纹速度实现对空间电荷场高阶分量的选择性增强;而外加电场较大(大于稳态场)时,不能对高阶分量选择性增强.

2. 若扩散场不为零但较小时,施加较小外电场能够实现对空间电荷场高阶分量选择性

增强.若扩散场较大(大于外加电场),则不能实现对空间电荷场高阶分量选择性增强.

3. 当外加电场大于稳态场,而扩散场较小时,不能实现对空间电荷场高阶分量选择性增强.但当扩散场较大可以与外加电场比拟时,则可以实现对空间电荷场高阶分量选择性增强.

- [1] 刘思敏,郭 儒,凌振芳.光折变非线性光学(中国标准出版社,北京,1992).
- [2] M. Aguilar, E. Serrano, V. Lopez, M. Carrascosa, F. Agullo-Lopez, *Opt. Commun.*, 1995, **116**(1995), 398.
- [3] Ph. Delaye, L. A. de Montmorillon, G. Roosen, *Opt. Commun.*, 1995, **118**(1995), 154.
- [4] P. N. Il'ykh, O. P. Nestiorkin and B. Ya. Zel'dovich, *J. Opt. Soc. Am.*, **B8**(1991), 1042.
- [5] A. V. Dooghin, P. N. Il'ykh, O. P. Nestiorkin, B. Ya. Zel'dovich and Ye. P. Shershakov, *J. Opt. Soc. Am.*, **B10**(1993), 1060.
- [6] Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach and J. P. Huignard, *J. Appl. Phys.*, **58**(1985), 45.
- [7] F. Vachss and L. Hesselink, *J. Opt. Soc. Am.*, **B5**(1988), 1814.
- [8] B. Au and L. Solymar, *J. Opt. Soc. Am.*, **A7**(1990), 1554.
- [9] Saxena and T. Y. Chang, *J. Opt. Soc. Am.*, **B9**(1992), 1467.
- [10] N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin and V. L. Vinetskii, *Ferroelectrics*, **22**(1979), 949.
- [11] J. Feinberg, D. Heiman, A. R. Tanguay, Jr. and R. W. Hellwarth, *J. Appl. Phys.*, **51**(1980), 1297.
- [12] Zhongxiang Zhou, Xiudong Sun, Yan Li, Yongyuan Jiang, Hua Zhao and Kebin Xu, *J. Opt. Soc. Am.*, **B13**(1996), 2580.
- [13] Zhou Zhong-xiang, Jiang Yong-yuan, Sun Xiu-dong, Li Yan, Xu Ke-bin, *Acta Optica Sinica*, **17**(1997), 710 (in Chinese).

PERTURBATIVE ANALYSIS OF PHOTOREFRACTIVE MOVING GRATING AT LARGE MODULATION DEPTHS*

FENG YU-WEN ZHOU ZHONG-XIANG JIANG YONG-YUAN SUN XIU-DONG XU KE-BIN

(Department of Applied Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

(Received 21 August 1997)

ABSTRACT

We have discussed the recording of moving grating in photorefractive materials at large modulation depths using hopping model. The analytical expressions of the first three-order spatial charge field are presented which describe the nonstatic recording of the moving fringes. And the dependence of the space charge field on the velocity of the moving fringes is discussed for non diffusive field. We found that the higher-order harmonics of the space charge field for low diffusive field can be selectively enhanced with applied small dc field. Otherwise, they cannot be selectively enhanced if the diffusive field is large than the applied electric field.

PACC: 4240; 4270G

* Project supported by the Provincial Natural Science Foundation of Heilongjiang, China.