

原子偶极矩变化行为对激光光场量子统计性质的决定性影响

黄文谨 黄 湖 李师群

(清华大学现代应用物理系, 北京 100084)

(1997 年 9 月 30 日收到)

采用有序化算符技术得到了封闭原子模型激光系统的 **Fokker-Planck** 方程, 通过积分消元方法将其化简为只含场变量的方程, 进而求出了激光光场的 **Q** 函数. 通过对 **Q** 函数的分析, 发现激光工作能级间的原子偶极矩在稳态值附近的变化行为对激光光场量子统计性质有决定性的影响, 并给出了某些条件下这种影响的具体图像. 所得结论适用于范围广泛的激光系统, 包括无反转激光系统.

PACC: 4250; 4255B

1 引 言

近年来, 由于应用技术方面对激光光源的噪声品质要求越来越高, 人们在激光光场统计性质研究领域的工作已进入了一个新的阶段. 在该领域大量的研究成果中, 最为突出的是半导体激光器的光场噪声抑制^[1], 但这种抑制主要是靠降低外加抽运中的起伏噪声来实现的. 在激光系统依靠自身机制实现对光场噪声影响和抑制方面, 人们也做了大量的研究工作, 其中既包括传统的粒子数反转激光系统^[2-5], 也包括近年发展起来的无反转激光系统^[6-9]. 从这些研究结果来看, 激光系统的具体结构对光场噪声影响是明显的, 抑制噪声和增加噪声的系统模型都存在. 从研究方法来看, **Fokker-Planck** 方程与 **Langevin** 方程是最重要的分析工具. 当然, 具体的研究方法依所研究的系统模型不同而有所差别. 例如, 可以绝热近似消去原子变量而直接得到场的 **Fokker-Planck** 方程, 进而计算描述光场量子统计性质的一些特征参数^[2,4]; 或者直接得到整个系统的 **Fokker-Planck** 方程, 然后获得输出光场的振幅压缩谱(amplitude squeezing spectrum)作为分析光场量子统计性质的依据^[7,9]; 从 **Langevin** 方程出发也可以得到输出光场的振幅压缩谱^[3,6], 这种方法本质上与前一种方法是等价的. 在研究中不采用 **Fokker-Planck** 方程或 **Langevin** 方程而直接从主方程出发, 得到光子数分布的方法对于光子数不多的情况也很有效^[8].

从目前的文献来看, 由于所研究系统日趋复杂, 激光光场量子统计性质的研究在方法上显得相当繁琐, 这无疑不利于对最终结果的分析. 对于一个复杂的激光系统, 影响激光光场量子统计性质的因素是多重的, 而且往往纠缠在一起. 尽管人们确信所有重要因素的影响均在最终结果中有所反映, 但繁琐的推导过程经常掩盖了这些因素是如何起作用的, 使人们可以预见光场的统计性质, 却很难了解其内在的产生机制. 基于上述考虑, 本文采

用了 Lax 和 Louisell 的方法^[10,11]得到封闭原子模型激光系统(以下简称封闭激光系统)的 Fokker-Planck 方程.与文献[7,9]计算输出光场振幅压缩谱的方法不同,本文引入了积分消元方法化简方程,无须繁琐的推导即可解出光场的 Q 函数.新的处理方法带来的另一个好处是,它允许从一个普遍的角度分析封闭激光系统模型中影响光场量子统计性质的内在机制,这对于传统激光以及无反转激光光场量子统计性质研究领域中进行的具体模型探索工作无疑是有意义的.

2 封闭激光系统模型与系统的 Fokker-Planck 方程

这里讨论封闭激光系统模型.一般而言,激光系统可以被看成是多能级原子体系与激光光场相互作用的系统,当然这个系统由于外界因素影响,还包括各种弛豫过程(如自发辐射过程、非相干抽运过程等),特别是在某些系统(如无反转激光系统)中,还会在辅助能级间引入外加相干光场.对于这样一个封闭激光系统,可以将其哈密顿量写成如下形式(取 $\hbar=1$):

$$H = H_0 + V + V', \quad (1a)$$

其中

$$H_0 = \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^f [\omega_i |i\rangle \langle i|_j] + g(a|2\rangle \langle 1|_j + a^\dagger |1\rangle \langle 2|_j) \right\} + \omega_{21} a^\dagger a, \quad (1b)$$

$$V = \sum_{j=1}^N \sum_l \Omega_l [\exp(-i\omega_l t) |i_l\rangle \langle j_l|_j + \exp(i\omega_l t) |j_l\rangle \langle i_l|_j], \quad (1c)$$

V' 为系统与环境热库的作用,它代表系统中各种弛豫过程(包括自发辐射和非相干抽运过程).系统中的原子数目为 N , 标号为 $j=1, 2, \dots, N$. 原子的能级为 $1, 2, \dots, f$, 其中 $1, 2$ 为激光工作能级. ω_i 为能级 i 的能量(设基态能量为零). g 为激光光场与单个原子耦合作用系数. $a, a^\dagger$ 分别为激光光场的湮没和产生算符. V 表示引入系统的外加相干场与系统的作用. Ω_l 为第 l 个外加相干场(在能级 i_l 与 j_l 之间)的拉比频率.与激光光场不同,本文经典地对待这些外加相干场.为了简单起见,所有的光场都是共振的.

通常系统与环境热库的相互作用过程可以认为是马尔可夫性的,所以这里在得到系统的主方程时采用了马尔可夫近似^[11].这样得到的系统主方程形式为

$$d\rho/dt = -i[H_0 + V, \rho] + L\rho, \quad (2a)$$

其中 $L\rho$ 的形式为

$$L\rho = k(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) + \sum_m \left[\gamma_{i_m j_m} \sum_{j=1}^N (2|j_m\rangle \langle i_m|_j \rho |i_m\rangle \langle j_m|_j - |i_m\rangle \langle i_m|_j \rho - \rho |i_m\rangle \langle i_m|_j) \right], \quad (2b)$$

其中 ρ 为描述整个系统的密度算符, k 为激光光场的损耗速率, $\gamma_{i_m j_m}$ 为系统中第 m 个弛豫过程(从能级 i_m 到 j_m 的自发辐射或非相干抽运过程)的弛豫速率.

下面采用有序化算符技术^[11]将系统的主方程(算符方程)化成系统缔合分布函数所满足的微分运动方程(C 数方程),即 Fokker-Planck 方程.首先定义原子的集合算符:

$$J_{ij} = \sum_{l=1}^N |i\rangle \langle j|_l = J_{ji}^+ \quad (i, j = 1, 2, \dots, f). \quad (3)$$

将系统的完备算符集编序为

$$\{J_{21}, \{J_{ij}\}, J_{12}, a, a^+\}, \quad (4)$$

考虑到系统的封闭性, 有 $J_{11} + J_{22} + \dots + J_{ff} = N$, 所以(4)式的算符序列中, 去掉了 $J_{11}, J_{22}, \dots, J_{ff}$ 中的某一个算符, 以保证算符间的独立性. 这样系统的完备算符集中就含有 $p = f^2 + 1$ 个独立算符. 算符序列(4)式对应的 C 数序列为

$$\{M_{21}, \{M_{ij}\}, M_{12}, \alpha, \alpha^*\}, \quad (5)$$

注意有 $M_{ij} = M_{ji}^*$. 为了下面表述方便, 有时将(5)式记成 $\underline{\alpha} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p\}$ (即 α_1 代表 M_{21} , α_{p-1} 代表 α 等等).

采用合适的转动坐标系及有序化算符技术的标准处理过程^[11], 将系统主方程(2)化为 Fokker-Planck 方程:

$$\frac{dQ(\underline{\alpha}, t)}{dt} = - \frac{\partial A_i(\underline{\alpha}) Q(\underline{\alpha}, t)}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial^2 D_{ij}(\underline{\alpha}) Q(\underline{\alpha}, t)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \quad (i, j = 1, 2, \dots, p), \quad (6a)$$

其中 $Q(\underline{\alpha}, t)$ 为描述系统的缔合分布函数, $\{A_i(\underline{\alpha})\}$ 称为漂移矢量, $\{D_{ij}(\underline{\alpha})\}$ 称为扩散系数矩阵, 其中对应光场部分的漂移矢量分量及扩散系数矩阵元为

$$\begin{aligned} A_{p-1} &= (igM_{12} + k\alpha), \\ A_p &= (igM_{21} + k\alpha^*), \\ D_{pp} &= D_{p-1, p-1} = 0, \\ D_{p-1, p} &= D_{p, p-1} = k, \end{aligned} \quad (6b)$$

其余的分量及矩阵元的具体形式依系统的具体结构而定.

在 $Q(\underline{\alpha}, t)$ 描述系统的情况下, 系统的工作点可由下面的平均值表示:

$$\langle \alpha_i \rangle = \int \alpha_i Q(\underline{\alpha}, t) d\underline{\alpha} \quad (i = 1, 2, \dots, p), \quad (7)$$

其中 $d\underline{\alpha}$ 表示 $d\alpha_1 d\alpha_2 \dots d\alpha_p$. 从(6)和(7)式可以得到这些平均值的运动方程:

$$\frac{d\langle \alpha_i \rangle}{dt} = \langle A_i \rangle \quad (i = 1, 2, \dots, p). \quad (8)$$

特别在稳态的情况下, 有

$$\langle A_i \rangle = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p). \quad (9)$$

从(9)式可求出系统的稳态工作点.

3 稳态 Fokker-Planck 方程的化简求解与光场的 Q 函数

下面只考虑稳态时的系统. 当系统稳态工作时, (6a)式变为

$$- \frac{\partial A_i(\underline{\alpha}) Q(\underline{\alpha}, t)}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial^2 D_{ij}(\underline{\alpha}) Q(\underline{\alpha}, t)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, p), \quad (10)$$

对于上面形式的稳态 Fokker-Planck 方程的解析求解, 前人已经有过许多研究, 并给出了

一些普遍的方法^[12],但如果方程含有较多的变量时,这些方法往往不再适用,这时解析求解方程将变得异常困难.对于我们所研究的多能级介质的激光系统,方程中的变量数 p 往往超过 10,这种情况下缺乏直接求解(10)式得到 $Q(\underline{\alpha}, t)$ 的有效方法.然而,如果考虑到本文所关心的只是系统光场部分的性质而不是整个系统,可以考虑用积分的方法去掉描述系统原子部分的变量来化简(10)式,从而避免直接去解析求解含较多变量的 Fokker-Planck 方程.

定义:

$$\overline{Q}(\alpha, \alpha^*, t) = \int Q(\underline{\alpha}, t) d\underline{\alpha}' \quad (11)$$

$$\overline{\alpha}_i(\alpha, \alpha^*, t) = \int \alpha_i Q(\underline{\alpha}, t) d\underline{\alpha}' / \int Q(\underline{\alpha}, t) d\underline{\alpha}' \quad (i = 1, 2, \dots, p-2), \quad (12)$$

其中 $d\underline{\alpha}'$ 即 $d\alpha_1 d\alpha_2 \cdots d\alpha_{p-2}$, 这里用撇号表示原子变量空间的积分,以示与全空间积分 $d\underline{\alpha}$ 区别. $\overline{\alpha}_i$ 表示变量 α_i 在原子变量空间的平均值(注意 $\langle \alpha_i \rangle$ 表示全空间的平均值). $\overline{Q}, \overline{\alpha}_i$ 只是 α, α^* 的函数. 设 $\alpha = re^{i\theta} = x + iy, \alpha^* = re^{-i\theta} = x - iy$, 则 $\overline{Q}, \overline{\alpha}_i$ 也可看成为 r, θ 或 x, y 的函数.

描述光场的 Q 函数的定义为

$$Q(\alpha, \alpha^*) = \frac{1}{\pi} \langle \alpha | \rho_f | \alpha \rangle, \quad (13)$$

其中 $\rho_f = \text{Tr}_{\text{atom}} \{ \rho \}$ 为光场的约化密度算符. 容易证明,在采用了(4)式所给出的算符排序后,(11)式所得的 $\overline{Q}(\alpha, \alpha^*, t)$ 即为描述光场的 Q 函数. 如果对(10)式做(11)式那样的积分,消去所有的原子变量,则可得 $\overline{Q}(\alpha, \alpha^*)$ 所应满足的运动方程:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (i g \overline{M}_{12} + k \alpha) \overline{Q} + \frac{\partial}{\partial \alpha^*} (-i g \overline{M}_{21} + k \alpha^*) \overline{Q} + \frac{\partial^2 2 k \overline{Q}}{\partial \alpha \partial \alpha^*} = 0. \quad (14)$$

这是一个只含光场变量 α 和 α^* 的稳态 Fokker-Planck 方程. 从式中可以看出,系统的原子对光场的全部影响集中体现于激光工作能级间的原子偶极矩 $\overline{M}_{21}$ (及 $\overline{M}_{12}$). 由(12)式定义知, $\overline{M}_{21}$ 表示在激光模处于某一给定工作点时,原子体系所对应状态下的集合算符 J_{21} 的期望值. 这可以理解为原子体系对光场变化有足够快的响应,对并非稳态工作点的光场原子体系也能够迅速形成一种“稳态”的分布. 由于(14)式形式已非常简单,故较易得到其解析解,下面分两种情况来求解.

情况 A 如果系统中联结激光工作能级的所有途径中,除激光跃迁这条途径外,还存在一条相干途径(即这条途径中每一步都是相干过程),这时激光场模的位相将受到其他相干过程的牵制. 将(14)式化为 x, y (α 平面中的直角坐标)的方程:

$$\frac{\partial}{\partial x} (g \text{Im} \overline{M}_{21} + kx) \overline{Q} + \frac{\partial}{\partial y} (g \text{Re} \overline{M}_{21} + ky) \overline{Q} + \frac{k}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \overline{Q} = 0. \quad (15)$$

在 x, y 平面内进行旋转变换:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (16a)$$

且变换矩阵 U 应满足条件:

$$U^{-1} = U^T,$$

$$U \begin{pmatrix} \partial \text{Im} \overline{M}_{21} / \partial x & \partial \text{Im} \overline{M}_{21} / \partial y \\ \partial \text{Re} \overline{M}_{21} / \partial x & \partial \text{Re} \overline{M}_{21} / \partial y \end{pmatrix} \bigg|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} U^{-1} = \begin{pmatrix} \epsilon_{x'} & 0 \\ 0 & \epsilon_{y'} \end{pmatrix}. \quad (16b)$$

在新的坐标系中, 很容易得到 $\overline{Q}$ 在 x'_0, y'_0 (稳态工作点) 附近的归一化形式:

$$\overline{Q} = \frac{1}{\pi} \sqrt{C_{x'} C_{y'}} \exp(-C_{x'} \Delta x'^2 - C_{y'} \Delta y'^2), \quad (17a)$$

其中

$$C_{x'} = 1 + \frac{g}{k} \epsilon_{x'}, \quad C_{y'} = 1 + \frac{g}{k} \epsilon_{y'}, \quad (17b)$$

$C_{x'}, C_{y'}$ 决定了 $\overline{Q}$ 在 x, y 两方向上分布的宽度. 可以从(16)和(17)式看出, 激光光场正交分量的压缩性质是由 $\overline{M}_{21}$ 对 x 和 y 变量的响应(对 x, y 的偏导)决定的.

情况 B 如果系统中联结激光工作能级的所有途径(除激光跃迁这条途径外)均为非相干联结(即这些途径中至少有一步是非相干过程), 则此时将不存在其他相干过程对激光位相的牵制作用, 激光位相将会随机分布. 在这种情况下, 可直接从(14)式得

$$\frac{\partial \ln \overline{Q}}{\partial \alpha} = \frac{1}{k} (A_{\alpha}^* + A_{\alpha}'^*), \quad \frac{\partial \ln \overline{Q}}{\partial \alpha^*} = \frac{1}{k} (A_{\alpha} + A_{\alpha}'), \quad (18a)$$

其中

$$\begin{aligned} -A_{\alpha} &= i g \overline{M}_{12} + k \alpha, \\ -A_{\alpha}^* &= -i g \overline{M}_{21} + k \alpha^*, \\ A_{\alpha}' &= i g \text{Re}[\overline{M}_{12}(r)] e^{i\theta}, \\ A_{\alpha}'^* &= i g \text{Re}[\overline{M}_{21}(r)] e^{-i\theta}. \end{aligned} \quad (18b)$$

需要说明的是在情况 B 时 $\overline{M}_{21}$ 的形式是 r, θ 分离的, $\overline{M}_{21}(r)$ 表示 $\overline{M}_{21}$ 中随 r 变化的部分, 而 $\overline{Q}$ 的最终形式只需将(18a)式简单积分即可得到. 与本文前面所预料的激光位相将随机分布一致, 数学上的分析也表明情况 B 时的 $\overline{Q}$ 对于光场位相 θ 是对称的, 即 $\overline{Q}$ 只是 r 的函数. 进一步的分析可知, 归一化的 $\overline{Q}$ 在 r_0 附近的函数形式可以写成高斯分布形式:

$$\overline{Q} = \sqrt{\frac{C}{\pi}} \exp[-C(r - r_0)^2]. \quad (19)$$

从(19)式可以看出, 参数 C 决定着 $\overline{Q}$ 的函数曲线在 r_0 附近的形状, 即决定着光场的振幅起伏噪声. 我们对于光场具有(19)式那样的分布并不感到奇怪, 因为许多光场的 Q 函数都具有如此形式. 例如: 数态光场 ($\rho = |n\rangle\langle n|$) 的 Q 函数在 r_0 (即 $\sqrt{n}$) 附近的形式为

$$Q(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp[-2(r - r_0)^2] \quad (\text{当 } r_0 \gg 1 \text{ 时}), \text{ 而位相无规的相干态场 } (\rho = |\alpha'\rangle\langle\alpha'| =$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi |\alpha'\rangle\langle\alpha'|) \text{ 的 } Q \text{ 函数在 } r_0 (= |\alpha'|) \text{ 附近的形式为 } Q(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \exp[-(r - r_0)^2]$$

(当 $r_0 \gg 1$ 时). (19)式中参数 C 的计算公式为

$$C = -\frac{1}{2} d^2 \ln \overline{Q} / d r^2 \big|_{r=r_0} = 1 + \frac{g}{k} \text{Im}[d \overline{M}_{21}(r) / d r]_{r=r_0}. \quad (20)$$

这是一个相当简单的式子, 但它指出了直接影响这个复杂系统的光场起伏的一个重要因

素—— $\text{Im}[\text{d}\overline{M}_{21}(r)/\text{d}r]_{r=r_0}$], 即 $\overline{M}_{21}(r)$ 在稳态工作点 r_0 附近的变化行为。

4 原子偶极矩变化与激光光场的量子统计性质

从前面的结果可以看出, 激光光场的量子统计性质与 $\overline{M}_{21}$ 有着直接的联系, 情况 A 时因需作旋转变换而使这种联系显得较为复杂, 而在情况 B 时, 由于只考虑光场振幅的起伏, 这种联系变得一目了然, 使我们很容易建立起明确的物理图像, 因此下面将选择情况 B 作为分析的对象。

首先对情况 B 时 $\overline{M}_{21}(r)$ 的变化行为影响光场起伏噪声的机制稍作分析(分析中已经消去了位相 θ)。由 $\overline{M}_{21}(r)$ 的定义(12)式可以知道, $\overline{M}_{21}(r)$ 表示光场振幅为 r 时原子 1, 2 能级(激光工作能级)间的偶极矩的期望值。由(14)式中漂移矢量形式可以得到描述光场变化的运动方程:

$$\frac{\text{d}r}{\text{d}t} = ig\overline{M}_{21}(r) - kr. \quad (21)$$

当系统处于稳态时($r = r_0$, $\overline{M}_{21}(r) = \overline{M}_{21}(r_0)$), 有 $\text{d}r/\text{d}t = 0$, 即

$$ig\overline{M}_{21}(r_0) - kr_0 = 0. \quad (22)$$

当光场由于某种原因产生了一个小扰动, $r = r_0 + \Delta r$, 则原子的偶极矩会由稳态值 $\overline{M}_{21}(r_0)$ 运动到新的位置 $\overline{M}_{21}(r_0 + \Delta r) = \overline{M}_{21}(r_0) + x\Delta r$, 这里 $x = \text{d}\overline{M}_{21}(r)/\text{d}r|_{r=r_0}$ 。由(21)式可得

$$\frac{\text{d}r}{\text{d}t} = \left(\frac{ig}{k}x - 1\right)k\Delta r. \quad (23)$$

由(23)式可以看出(注意 $\text{Re}\left(\frac{ig}{k}x\right) = -\frac{g}{k}\text{Im}[\text{d}\overline{M}_{21}(r)/\text{d}r]_{r=r_0}$): 当 $\text{Re}\left(\frac{ig}{k}x\right) \geq 1$ 时, 稳定点 r_0 显然不存在, 当 $\text{Re}\left(\frac{ig}{k}x\right) < 1$ 时, 存在稳定点 r_0 , 且 $\text{Re}\left(\frac{ig}{k}x\right)$ 越小, 光场 r 偏离 r_0 后所受的“回复力”就越大, 即光场起伏噪声越强烈地被抑制。

从上面的分析可以看出, 激光工作能级间的原子偶极矩的变化行为对激光光场的量子统计性质有决定性的影响, 那么两者究竟有怎样具体的对应关系呢? 为了得到这种对应关系, 计算了描述激光光场量子统计性质的一个重要参数——Mandel's Q 参数。其定义为

$$Q = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1, \quad (24)$$

其中 n 为光场的光子数算符。Q 参数的大小反映了光场的光子数噪声(振幅噪声)。相干态的 $Q=0$, 其光子数分布为泊松分布。若 $Q>0$, 光场称为超泊松光场; 若 $-1 < Q < 0$, 光场称为亚泊松光场; 当 $Q = -1$ 时, 光子数噪声为零, 即数态光场。依据(24)式的定义, 计算了 Q 函数形如(19)式的光场的 Q 参数, 结果为(当 $r_0 \gg 1$ 时)

$$Q = \frac{2}{C} - 2. \quad (25)$$

由(19)和(25)式可以得到激光工作能级间的原子偶极矩变化与激光光场量子统计性质的

关系,如表 1 所示.

表 1 不同原子偶极矩变化行为下的激光光场

序号	$-\frac{g}{k}\text{Im}(\text{d}\overline{M}_{21}(r)/\text{d}r _{r=r_0})$	C	Mandel's Q 参数	光场类型
1	1	2	-1	数态
2	(0,1)	$1 < C < 2$	$-1 < Q < 0$	亚泊松态
3	0	1	0	相干态
4	(-1,0)	$0 < C < 1$	$Q > 0$	超泊松态

从表 1 可得如下结论:当光场涨落时,如果激光工作能级间的原子偶极矩变化与之正相同步,则光场为超泊松光;如果原子偶极矩不变,则光场为泊松光;如果原子偶极矩与之反相同步,则光场为亚泊松光;如果原子偶极矩与之反相同步,且振幅比趋于 k/ig ,则光场趋于数态(g 为激光光场与单个原子耦合作用系数, k 为激光光场的损耗速率).图 1 为这种对应关系的示意图.

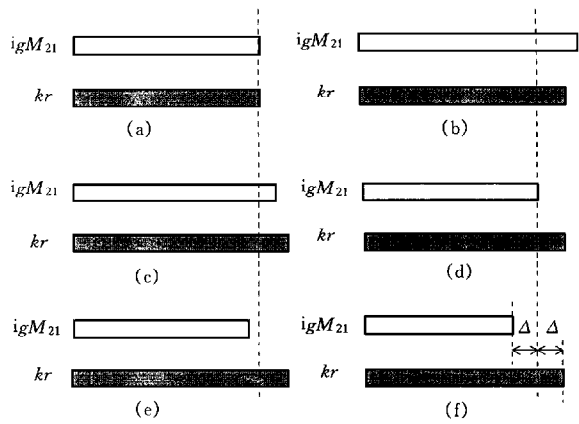


图 1 (a)系统处于稳态工作点, $igM_{21} = kr$, (b)一(f)为当光场(kr)产生起伏时,激光工作能级间原子偶极矩(igM_{21})变化的各种情形,其中(b)为不稳定系统, (c)为产生超泊松光, (d)为产生泊松光, (e)为产生亚泊松光, (f)为产生数态

5 结 论

本文应用有序化算符技术得到了封闭激光系统的 Fokker-Planck 方程,通过积分消元方法将其化简为只含场变量的方程,进而求出了激光光场的 Q 函数.用这个改进的处理方法可以从一个普遍的角度来认识封闭激光系统模型中影响光场量子统计性质的内在机制.我们可以将决定激光光场量子统计性质的机制分解为两个部分:一部分如本文所得到的那样,激光工作能级间原子偶极矩随激光光场起伏时的变化行为决定着激光光场的量子统计性质;另一部分则表现在系统具体结构如何影响原子偶极矩的变化行为,这些具体结构包括原子的能级结构、能级间的弛豫过程以及外加的相干过程与非相干抽运过程等.

通过对 Q 函数的分析,发现激光工作能级间的原子偶极矩的变化行为对激光光场量子统计性质有决定性的影响.特别是在情况 B 时,这种影响表现为:当激光光场涨落时,如果激光工作能级间的原子偶极矩变化与之正相同步,则光场为超泊松光;如果原子偶极矩不变,则光场为泊松光;如果原子偶极矩与之反相同步,则光场为亚泊松光;如果原子偶极矩与之反相同步,并且振幅比趋于 $k/i g$,则光场趋向数态(g 为激光光场与单个原子耦合作用系数, k 为激光光场的损耗速率).

本文的分析过程及结论的获得并不需要知道具体的激光系统结构,因而对相当大范围内的激光系统都成立.在系统的主方程(2)中除了 $[g(a J_{21} + a^\dagger J_{12}) + \omega_{21} a^\dagger a, \rho]$ 及 $k(2 a \rho a^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a^\dagger a)$ 项明确给出之外,其余部分均由系统的具体结构来决定.主方程中这些不变的项反映了一切激光系统所必须具有的特征过程——激光光场与原子体系的相互作用及激光光场自身的损耗.本文所指出的激光工作能级间原子偶极矩的变化行为影响激光光场统计性质的机制正是源于这些激光系统所共有的特征过程.

- [1] S. Machida, Y. Yamamoto, Y. Itacha, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987),1000; S. Machida, Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988),792; W. H. Richardson, R. M. Shelby, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990),400.
- [2] H. Ritch, P. Zoller, C. W. Gardiner, D. F. Walls, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 3361.
- [3] D. L. Hart, T. A. B. Kennedy, *Phys. Rev.*, **A44**(1991),4572.
- [4] H. Ritch, M. A. Marte, P. Zoller, *Europhys. Lett.*, **19**(1992),7.
- [5] A. M. Khazanov, G. A. Koganov, R. Shuker, *Phys. Lett.*, **A166**(1992),94.
- [6] K. M. Ghari, D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.*, **68**(1992),3428.
- [7] Yifu Zhu, Min Xiao, *Phys. Rev.*, **A48**(1993),3895.
- [8] Fam Le Kien, G. M. Meyer, M. O. Scully, H. Walther, *Phys. Rev.*, **A51**(1995),1644.
- [9] Yifu Zhu, Min Xiao, *Phys. Rev.*, **A53**(1996),1065.
- [10] M. Lax, *Phys. Rev.*, **157**(1967),213.
- [11] W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation* (John Wiley & Sons, New York, 1973).
- [12] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation——Methods of Solution and Applications* (Springer-Verlag, New York, 1984).

DECISIVE INFLUENCE OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF THE ATOMIC DIPOLE MOMENT ON THE QUANTUM STATISTICAL PROPERTIES OF LASER FIELD

HUANG WEN-JIN HUANG HU LI SHI-QUN

(*Department of Modern Applied Physics, Tsinghua University, Beijing 100084*)

(Received 30 September 1997)

ABSTRACT

In this paper we derive the Fokker-Planck equation of a closed lasing system by using ordering techniques of operators, reduce it to an equation including merely field variables, and then obtain the Q function of the laser field. Through analyzing the Q function, we discover that, at the operating point, the dynamic behavior of the dipole moment between the lasing levels decisively influences the quantum statistical properties of the laser field. Under certain conditions we obtain a clear picture about the influence. The conclusion can be applied to a variety of laser systems, including those without inversion.

PACC: 4250; 4255B