

非线性时间序列的高阶奇异谱分析

袁 坚 肖先赐

(电子科技大学电子工程系, 成都 610054)

(1997 年 8 月 28 日收到)

基于反映线性相关结构的协方差矩阵的奇异谱分析, 本质上是一种线性的方法. 奇异谱分析用于吸引子重构的可靠性问题引发了一些争议. 本文基于具有盲高斯噪声及体现非线性相关等性质的高阶累积量, 提出了一种高阶的奇异谱分析方法. 通过对 Hénon 映射、Logistic 映射和 Lorenz 模型的分析说明了该方法的有效性, 并在不同的延时、嵌入维数、抽样时间及有噪声的情况下表现出较好的鲁棒性.

PACC: 0545

1 引 言

对于不同系统产生的不规则动态行为解释为确定性的混沌过程, 这一认识在几乎所有学科中得到广泛的应用. 而用动力系统方法分析非线性时间序列, 状态空间的重构是必不可少的一个步骤. 从标量时间序列重构多维状态矢量的延迟坐标法, 是在无法观测系统各个变量情况下的一种折衷方法. 延迟坐标间不可避免地存在着线性依赖及人为的对称性. Takens 的嵌入定理^[1]隐含着无噪声影响, 且假设数据长度为无限长. 这样对任意的延时都不会导致重构的退化. 而实际得到的时间序列是有限长度的, 并且不可避免地受到噪声的影响. 延时选择过大或过小, 都会导致噪声增强^[2]. 另外, 当对分析的系统无任何先验认识, 无从得知其拓扑维数时, 对嵌入维数的选择也成问题.

基于多通道时间序列主元分析的奇异谱分析(singular-spectrum analysis, SSA), 最先得由 Broomhead 和 King^[1]引入非线性动力学领域. 该方法一方面将延迟矢量变换到一正交空间里, 以消除坐标间的线性依赖及人为的对称性; 另一方面在奇异谱上区分出信号成分及噪声平台, 在确定出最小嵌入维数的基础上, 一个维数等于最小嵌入维数的子空间内的轨迹代表了信噪比增强的重构.

但是, SSA 作为一种线性方法, 其所用的协方差矩阵反映出的是线性相关的结构, 而无法反映内在的非线性关系. 另外, 一些实际的分析结果更加深了对这一方法的质疑^[3-5]. 文献[2, 6, 7]对奇异谱方法作了详尽的分析和确认工作. 并且针对 Paluš 等^[5]用 SSA 研究 Hénon 和 Lorenz 模型所提出的质疑, 文献[8, 9]中分别指出了这是由于重构窗口(包括延时和嵌入维数)选择不当而导致的错误理解. 我们在工作中也发现, 在选择合适的重构窗口前提下, Lorenz 模型的奇异谱分析是成功的^[10]. 然而对 Hénon 模型无论选择怎样的重构窗口, 分析出的奇异谱都无法得到满意的结果^[3, 5].

奇异谱分析所用的属于二阶统计的协方差矩阵, 体现的是线性相关. 高阶统计作为一

种非线性的信号处理工具,可以反映高阶相关的非线性关系^[11,12].从高阶统计的角度认识混沌,不仅可以开发出更多的信息,而且也有助于从一个新的角度认识该现象.高阶统计具有盲高斯噪声及体现非线性结构等性质,但与研究比较完善的二阶统计相比,尚缺少物理性质的解释.而将其引入动力系统理论,更存在着用动力学语言难以描述的问题.高阶统计用于混沌动力学研究的文献很少,见到的一篇是用高阶累积量估计重构延时^[13],另一篇是利用三阶谱鉴别观测信号是否达到混沌状态^[14].而作为一种数字信号处理的新手段,高阶统计在信号处理的各个领域得到了广泛的应用^[11].其中,阵列测向中用四阶累积量进行奇异值分解(SVD),得到四阶子空间进行方向估计,比二阶的方法有着一些明显特点^[15].由此也引发我们用高阶累积量分析混沌序列的高阶奇异谱分析的思路.

本文提出了一种基于高阶累积的高阶奇异谱分析(H-SSA)方法.对 Hénnon, Lorenz 和 Logistic 等模型的分析说明, H-SSA 是比 SSA 更加有效的方法,同时在不同延时、嵌入维数、抽样时间及有噪声的情况下表现出一定的鲁棒性.

2 吸引子的重构方法

若维数相差很大的动力系统的渐近动态行为限制在相同维数的吸引子流形上,则它们有可能属于同一等价类型.这构成了将定性的动力学特点引入实验领域的技术基础.对一个动力系统 $\frac{dz}{dt} = F(z)$, 我们将 Takens 的嵌入定理^[1]叙述如下.

定理(Takens) 设 M 是 n 维的紧流形. F 表示一个光滑的 (C^2) 矢量场, v 为 M 上的一个光滑函数. 则 $\Phi_{F,v}: M \rightarrow \mathbf{R}^{2n+1}$, 表示 $\Phi_{F,v}(z) \equiv (v(z), v(\varphi_1(z)), \dots, v(\varphi_{2n}(z)))^T$ 是一个嵌入. 这 φ_i 是 F 的流.

$v(z)$ 对应着系统状态为 $z(\in M)$ 时的观测值. 包含着像 $\Phi_{F,v}(M)$ 的空间称作嵌入空间, 嵌入空间的维数称作嵌入维数, 应用 Takens 定理重构状态空间的方法称作延迟坐标法.

延迟坐标是由时间序列构造出的多维状态空间矢量. 对一个 N 点的时间序列 $\{x(1), x(2), \dots, x(N)\}$, 离散时刻 i 上的重构状态矢量为

$$\mathbf{X}_i \equiv [x(i) \quad x(i+J) \quad \cdots \quad x(i+(m-1)J)]^T, \quad (1)$$

其中 J 为重构延时, m 为嵌入维数. 相应的重构轨迹为

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{X}_K], \quad (2)$$

其中 $K = N - (m-1)J$.

Takens 定理对重构延时的选择没有任何指导性的建议. 这一定理隐含着无噪声影响, 且假设数据长度为无限长, 这样对任意的 J 都不会导致重构的退化. 而实际得到的时间序列既不可避免地受到噪声的影响, 又是有限长度的. 延时 J 过小, 由测量误差(包括量化误差)引起的冗余误差相应地增大; 适当地增加延时, 测量误差的影响减小, 而依赖于系统初值敏感性的动态误差的影响相应地增大^[2]. 另外, 当对分析的系统没有任何先验的认识, 无从得知其拓扑维数 n 时, 嵌入维数 m 的选择也成问题. 数值分析的结果表明^[7,10], J 和 m 的选择一定程度上可归结为重构延时窗口 $(m-1)J$ 的选择问题. 但这一

问题目前在理论上尚未得到根本的解决。

延迟坐标并不是正交的,而奇异谱分析将嵌入空间变换到一个等价的正交坐标系中。一方面可以消除延迟坐标间的线性依赖及人为的对称性^[1];另一方面在奇异谱上区分出信号成分及噪声平台,一个维数等于最小嵌入维数的子空间内的轨迹代表了信噪比增强的重构。若 $\mathbf{A}_x$ 表示 $\mathbf{X}$ 的协方差矩阵,则

$$\mathbf{A}_x = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T, \quad (3)$$

其中 $\mathbf{A}_x \in \mathbf{R}^{m \times m}$, 其元素为相关函数,即

$$(\mathbf{A}_x)_{ij} = R_x[(i-j)J], \quad (4)$$

$$R_x(kJ) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t + kJ) dt, \quad (5)$$

其中 $k=0, 1, \dots, m-1$. 将 $\mathbf{A}_x$ 变换为一个对角阵 Σ^2 , 即

$$\Sigma^2 = \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{A}_x \cdot \mathbf{V}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{V}$ 为 $m \times m$ 的正交阵,其每列为相应的特征矢量,构成了一个自然的正交坐标系。而 $\Sigma^2 = \{\delta_{i,j} s_i; i, j=1, 2, \dots, m\}$. m 个由大至小的特征值 $\{s_i, i=1, 2, \dots, m\}$ 就构成了奇异谱。

奇异谱中几个较大的特征值代表了信号的成分,而其余的特征值构成了一个所谓的噪声平台。将几个较大特征值对应的子空间分割出来,就能达到改善重构的目的。但是改变 m 或 J , 会引起 $\mathbf{X}$ 的改变,相应地会改变奇异谱。这一点导致了文献[5]中对 Lorenz 模型分析的误解。同时也说明了奇异谱分析对 m 和 J 的变化不够稳健。另外,作为一种线性的方法对 Hénon 等模型分析失败^[3,5]等原因,都促使我们寻求更好的分析方法。

由(4),(5)式可以看出,奇异谱分析是在二阶平稳假设的前提下进行的。分析各种动力学不变量,如维数、Kolmogorov 熵以及 Lyapunov 特征指数等,也需要在微分动力系统的各态历经理论上作出假设^[16]。其实状态空间重构本身就有微分等价的假设条件。我们在讨论高阶奇异谱分析中,也需要引入高阶平稳的假设。

3 高阶统计及高阶奇异谱分析

高阶统计作为一种非线性信号处理的手段已经得到了广泛的应用^[11]。高阶统计包括高阶矩、高阶矩谱、高阶累积量及高阶谱。高阶指的是大于二阶的情况。高阶统计在信号处理中的应用背景主要出于各种技术上的需要。如压制信号中附加的高斯色噪声、识别和重构非最小相位信号、提取偏离高斯的信息、检测和特征化信号的非线性以及对非线性系统的识别问题等^[12]。

首先,高阶累积量及其相应的高阶谱对高斯白噪声和高斯色噪声都为零,即具有盲高斯的性质。这样对非高斯信号中存在加性高斯噪声的情况,高阶累积量和高阶谱仅反映出信号的特征。这对信号的检测和特征提取是非常有用的。其次,高阶累积量和高阶矩的谱同时保存着信号的幅度和相位的信息。而二阶统计中却往往无法做到,只有当信号是最小相位时才能够得到相位信息。因而从信息获取的角度来看,高阶统计中保存了更多的信息。另外,从信号角度来看,实际观测的信号基本上都是非高斯的。结合以上的特点,这对

信号的分析是很重要的. 还有, 在对系统非线性的分析上, 高阶统计也表现出自身的天然特性, 如三阶的情况体现出二阶相关, 四阶体现三阶相关, 而二阶反映的是一阶(线性)相关^[14]. 由此, 我们已不难看出高阶统计用于混沌动力学所具有的巨大潜力.

对 $\{x(k)\}$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, 为一个实的平稳时间序列, 若阶数至 n 的矩都存在, 则

$$m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) \triangleq E\{x(k)x(k+\tau_1)\cdots x(k+\tau_{n-1})\} \quad (7)$$

表示该平稳信号的 n 阶矩函数. 显然二阶矩函数就是信号的自相关函数. 而非高斯平稳信号的 n 阶累积量函数(在此仅限 $n=3$ 或 4)为

$$C_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) - m_n^G(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}), \quad (8)$$

其中 $m_n^G(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1})$ 是与 $x(k)$ 具有相同均值和自相关序列的一个等价高斯信号的 n 阶矩函数. 可以看出, 若 $x(k)$ 为一高斯信号, 则 $m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = m_n^G(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1})$, 而使 $C_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = 0$. 虽然在(8)式中规定 $n=3$ 或 4 , 但对所有的 n 而言, 若 $x(k)$ 为高斯信号, 都有 $C_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = 0$ 的性质. 累积量还具有一些别的性质, 有兴趣可参阅文献[12]中的表 2.

一阶累积量表示的是信号的均值 m_1^x , 二阶累积量函数为协方差函数, 三阶累积量函数为^[12]

$$C_3^x(\tau_1, \tau_2) = m_3^x(\tau_1, \tau_2) - m_1^x[m_2^x(\tau_1) + m_2^x(\tau_2) + m_2^x(\tau_1 - \tau_2)] + 2(m_1^x)^3, \quad (9)$$

而四阶累积量函数为

$$\begin{aligned} C_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = & m_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - m_2^x(\tau_1) \cdot m_2^x(\tau_3 - \tau_2) \\ & - m_2^x(\tau_2) \cdot m_2^x(\tau_3 - \tau_1) - m_2^x(\tau_3) \cdot m_2^x(\tau_2 - \tau_1) \\ & - m_1^x[m_3^x(\tau_2 - \tau_1, \tau_3 - \tau_1) + m_3^x(\tau_2, \tau_3) \\ & + m_3^x(\tau_1, \tau_3) + m_3^x(\tau_1, \tau_2)] \\ & + (m_1^x)^2 \cdot [m_2^x(\tau_1) + m_2^x(\tau_2) + m_2^x(\tau_3) + m_2^x(\tau_3 - \tau_1) \\ & + m_2^x(\tau_3 - \tau_2) + m_2^x(\tau_2 - \tau_1)] - 6(m_1^x)^4. \end{aligned} \quad (10)$$

另外, 在均值 $m_1^x=0$ 的情况下, 则 $C_3^x(0,0)$ 称作偏态, 反映偏离对称的性质; $C_4^x(0,0,0)$ 称作峰态, 反映偏离高斯的性质; 而 $C_2^x(0)$ 体现的是方差.

累积量具有盲高斯的性质, 而又以四阶累积量用得最多. 这是因为三阶累积量在信号是对称分布的情况下为零, 而使三阶累积量的应用相对要少一些. 三阶累积量函数有两个变量, 可以反映在一个平面上; 四阶累积量函数有三个变量, 只能体现在一个三维的空间里. 高于四阶的累积量就更加复杂了. 高阶谱为高阶累积量的多维傅里叶变换. 一个在频域, 一个在时域, 有着一定的对等关系. 我们在此选择四阶累积量作为将奇异谱分析扩展到高阶的工具.

由(4)和(5)式可以看出, 构成矩阵 $\mathbf{A}_x$ 的元素是二阶矩函数, 反映的是线性依赖的关系. 我们可以将 $\mathbf{A}_x$ 的元素推广为由高阶矩函数构成, 以反映高阶相关的非线性关系. 而累积量函数比同样阶数的矩函数所具备的优势, 使我们很自然地选择用累积量函数来构造矩阵 $\mathbf{A}_x$ 的元素. 若是我们选择四阶累积量函数, 考虑到它是一个具有三个变量的函

数, 要作 SVD 就需要将其变为一个二元的函数. 最常规的作法是作一个切片, 这样的切片有许多形式, 如在(10)式中设 $\tau_2 = \tau_3$, 则

$$\begin{aligned} C_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = & m_4^x(\tau_1, \tau_2, \tau_2) - m_2^x(\tau_1) \cdot m_2^x(0) \\ & - m_2^x(\tau_2) \cdot m_2^x(\tau_2 - \tau_1) - m_2^x(\tau_2) \cdot m_2^x(\tau_2 - \tau_1) \\ & - m_1^x[m_3^x(\tau_2 - \tau_1, \tau_2 - \tau_1) + m_3^x(\tau_2, \tau_2) + 2m_3^x(\tau_1, \tau_2)] \\ & + (m_1^x)^2 \cdot [m_2^x(\tau_1) + 2m_2^x(\tau_2) \\ & + 2m_2^x(\tau_2 - \tau_1) + m_2^x(0)] - 6(m_1^x)^4. \end{aligned} \quad (11)$$

以(11)式就可以构造出 A_x , 其元素为

$$(A_x)_{i,j} = C_4^x(i, j, j), \quad (12)$$

其中 $i, j=1, 2, \dots, m$. m 为嵌入维数.

对 A_x 进行 SVD, 得到的奇异谱我们称作高阶奇异谱, 相应分析方法就是 H-SSA. 我们将在下节用多种混沌模型说明该方法在分析信号成分和噪声平台上的有效性, 并通过加入噪声和改变延时、嵌入维数和抽样时间来说明其鲁棒性.

4 模拟实验

我们在此选取三种混沌模型, 其拓扑维数分别为 1—3, 以便有一个比较. 另外, 分析中数据长度 N 均为 1000, (14), (15)式中均取 x 变量.

Logistic 映射定义为

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n), \quad (13)$$

其中 $\mu=4.0$.

Hénon 映射定义为

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= y_n + 1 - ax_n^2, \\ y_{n+1} &= bx_n, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $a=1.4$, $b=0.3$.

Lorenz 模型定义为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= x(R - z) - y, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\sigma=16.0$, $R=45.92$, $b=4.0$. 采用四阶龙格-库塔法解方程. 抽样时间 $\Delta t=0.01$ s.

图 1 中(a), (c), (e)和(g)分别为嵌入维数 $m=20$, 延时 J 取 2, 4, 8 和 12 时, Hénon 映射的 SSA 所得到的奇异谱(用最大的特征值进行过归一化处理, 以下同). 图 1 中(b), (d), (f)和(h)分别为 $m=20$, J 取 2, 4, 8 和 12 时 H-SSA 得到的高阶奇异谱. 比较这两种分析方法的结果可以看出, 在保持嵌入维数不变同时改变延时的情况下, SSA 得到的奇异谱不能反映出 Hénon 映射的二维特征, 而高阶奇异谱在不同的延时下均能反映出来.

图 2 中(a)和(c)分别为 $m=10$ 和 30, $J=2$ 时 Hénon 映射的奇异谱. 图 2 中(b)和(d)

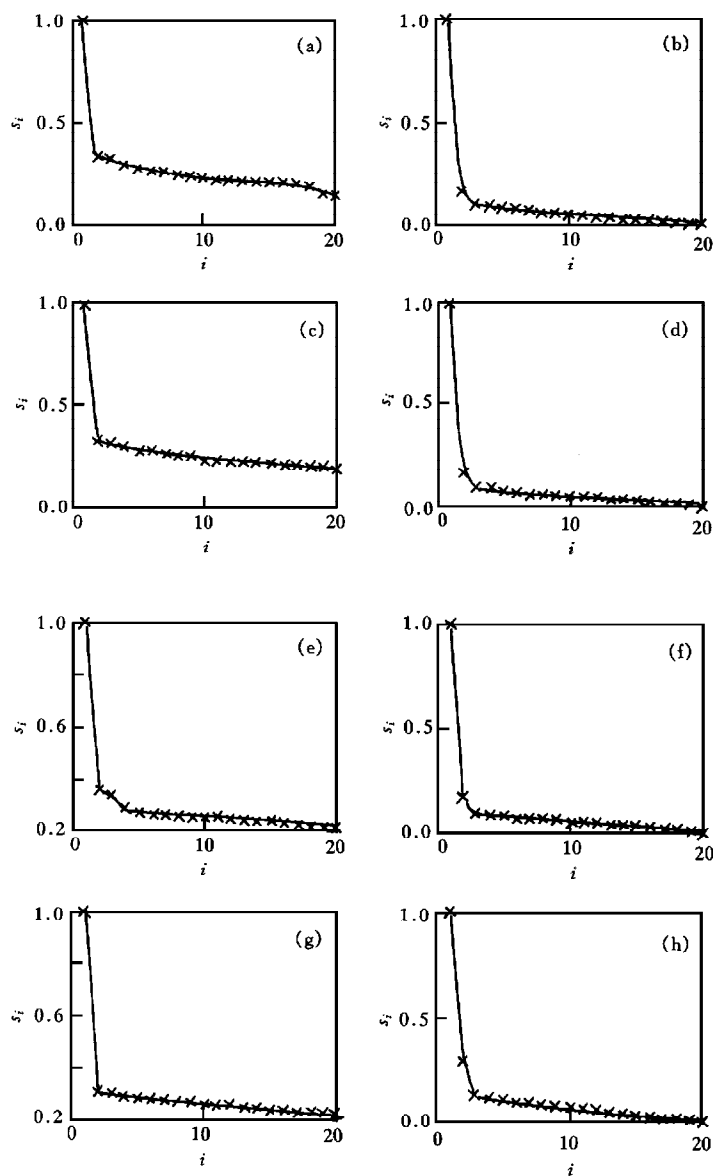


图1 Hénon 映射在 $m=20$, $J=2, 4, 8, 12$ 时的奇异谱(a), (c), (e), (g) 和高阶奇异谱(b), (d), (f), (h)

分别为 $m=10$ 和 30 , $J=2$ 时的高阶奇异谱. 可以看出, 在不同的嵌入维数下高阶奇异谱更好地反映出 Hénon 映射的维数特征.

在奇异谱分析中相对比较成功的 Logistic 映射和 Lorenz 模型的奇异谱如图 3 中(a)和(c)所示. 这里对 Logistic 映射取 $m=20$, $J=1$, 而 Lorenz 模型取 $m=50$, $J=1$. 在同样的嵌入维数和延时情况下, Logistic 和 Lorenz 模型的高阶奇异谱如图 3 中(b)和(d)所示. 可以看出, 这两种模型在得到满意的奇异谱参数情况下, 它们的高阶奇异谱同样得到了有

效结果,能够分析反映出一维和三维的特征.

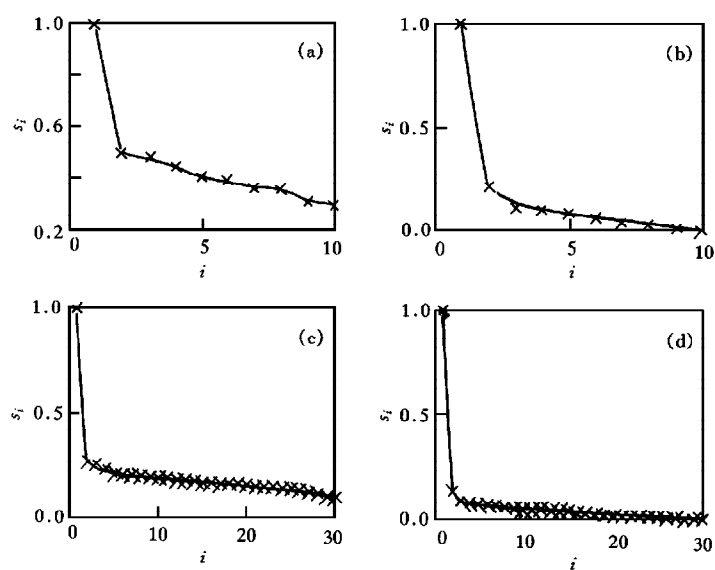


图2 Hénon映射在 $m=10$ 和 30 , $J=2$ 时的奇异谱(a),(c)和高阶奇异谱(b),(d)

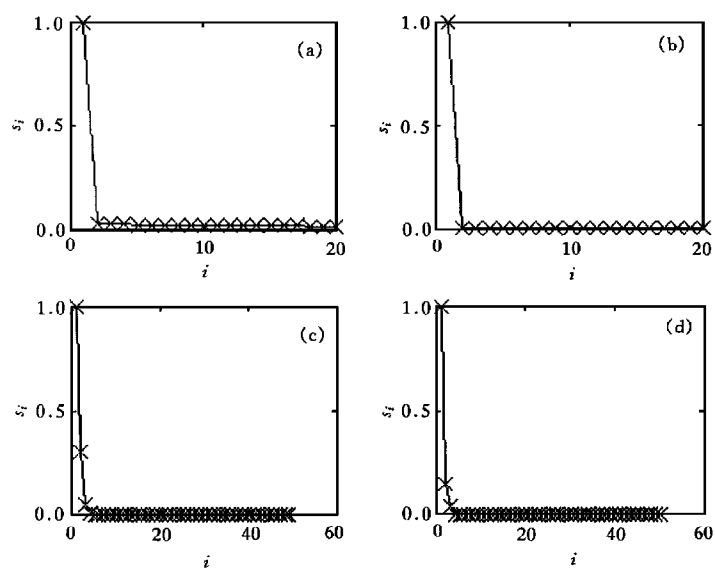


图3 Logistic映射在 $m=20$, $J=1$ 时的奇异谱(a)和高阶奇异谱(b);
Lorenz模型在 $m=50$, $J=1$ 时的奇异谱(c)和高阶奇异谱(d)

为了说明有噪声情况下的分析结果,图4(a),(b)和(c)为叠加高斯白噪声使信噪比为 0 dB 时,Hénon($m=20$, $J=2$),Lorenz($m=50$, $J=1$)和 Logistic($m=20$, $J=1$)的高阶

奇异谱. 可以看出 **H-SSA** 所具有的压制高斯噪声的优点, 而高斯噪声却又是最普通的一类噪声, 这对实际分析是非常有用的.

为了说明改变抽样时间的情况, 对 **Lorenz** 模型取抽样时间 $\Delta t = 0.0025$ s (在文献[5]中曾用该抽样时间说明奇异谱分析的失败), 并仍取 $m = 50$, $J = 1$, 其高阶奇异谱如图 4 (d) 所示. 可以看出, 在改变抽样时间的情况下, **Lorenz** 的高阶奇异谱没有什么变化.

由以上对 **Hénon**, **Logistic** 和 **Lorenz** 模型的分析可以看出, 高阶奇异谱分析是一种有效的方法. 并且在改变延时、嵌入维数和抽样时间及有噪声影响的情况下, 表现出了一定的鲁棒性. 由高阶奇异谱, 我们可以有效地确定出最小嵌入维数, 从而用维数等于最小嵌入维数的子空间里的轨迹体现有效的重构.

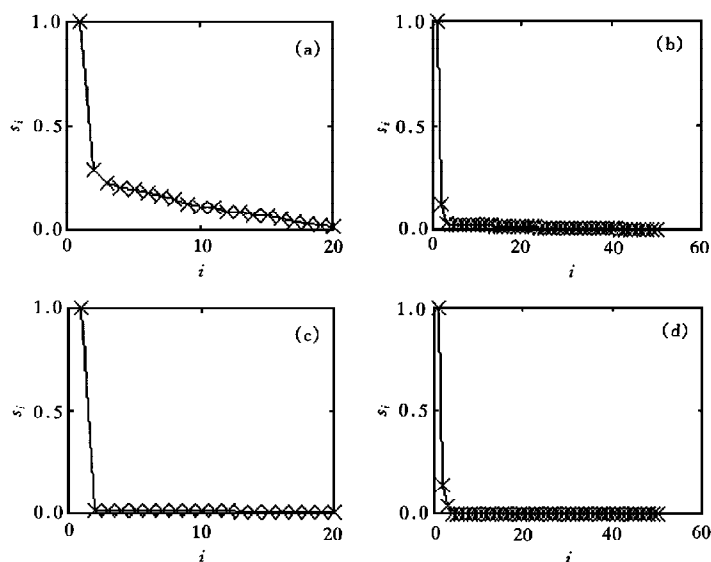


图 4 叠加高斯白噪声使信噪比为 0 dB 时的高阶奇异谱 (a) 为 **Hénon** ($m = 20$, $J = 2$), (b) 为 **Lorenz** ($m = 50$, $J = 1$), (c) 为 **Logistic** ($m = 20$, $J = 1$), (d) 为 **Lorenz** 模型在抽样时间为 0.0025 s 时 ($m = 50$, $J = 1$)

5 结论与讨论

本文提出了一种高阶奇异谱分析方法, 这种方法比线性的奇异谱分析表现出更好的有效性和鲁棒性. 这种方法是用了阵列测向中四阶累积量的四阶子空间方法的思路, 与之不同之处在于阵列测向中用的是多元序列, 而这里所用的是标量时间序列. 由此不难看出, 正如 **SSA** 可用到多元时间序列分析而形成 **M-SSA** 方法^[9], **H-SSA** 也可推广到对多元时间序列的分析. 我们在(11)式中体现的仅是四阶累积量的一个切片, 尚有大量的切片未曾用上. 而利用这些冗余的信息, 可能为有噪声和短数据的时间序列的分析提供一个有效的方法. 还有本文中并未用上高阶谱, 从频域的角度进行分析可能也会找到新的认识. 高阶统计尚缺少二阶统计中合理的物理解释. 然而用高阶统计这一非线性手段分析非线性

动力系统,相信会使我们对非线性现象的认识更加深入.

- [1] D. S. Broomhead, G. P. King, *Physica*, **D20**(1986), 217.
- [2] M. Casdagli, S. Eubank, J. D. Farmer *et al.*, *Physica*, **D51**(1991), 52.
- [3] A. I. Mees, P. E. Rapp, L. S. Jennings, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 340.
- [4] A. M. Fraser, *Physica*, **D34**(1989), 391.
- [5] M. Paluš, I. Dvořák, *Physica*, **D55**(1992), 221.
- [6] R. Vautard, P. Yiou, M. Ghil, *Physica*, **D58**(1992), 95.
- [7] J. F. Gibson, J. D. Farmer, M. Casdagli *et al.*, *Physica*, **D57**(1992), 1.
- [8] K. Fraedrich, R. Wang, *Physica*, **D65**(1993), 373.
- [9] P. L. Read, *Physica*, **D69**(1993), 353.
- [10] Yuan Jian, Xiao Xian-ci, *Acta Physica Sinica*, **46**(1997), 1290(in Chinese).
- [11] J. M. Mendel, *Proceedings of the IEEE*, **79**(3)(1991), 277.
- [12] C. L. Nikias, J. M. Mendel, *IEEE Signal Processing Magazing*, **10**(7)(1993), 10.
- [13] A. M. Albano, A. Passamante, M. E. Farrell, *Physica*, **D54**(1991), 85.
- [14] T. S. Rao. Analysis of Nonlinear Time Series (and Chaos) by Bispectral Methods, in: Nonlinear Modeling and Forecasting, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Proc. Vol. XII, eds. M. Casdagli, S. Eubank (Addison-Wesley, 1992), pp. 199—225.
- [15] B. Porat, B. Fridlander, *IEEE Trans. on Signal Processing*, **39**(9)(1991), 2016.
- [16] J. P. Eckman, D. Ruelle, *Rev. Mod. Phys.*, **57**(3)(1985), 617.

HIGHER-ORDER SINGULAR-SPECTRUM ANALYSIS OF NONLINEAR TIME SERIES

YUAN JIAN XIAO XIAN-CI

(Department of Electronic Engineering, University of Electronic Science
and Technology of China, Chengdu 610054)

(Received 28 August 1997)

ABSTRACT

Singular-spectrum analysis(SSA) is essentially a linear method based on the covariance matrix which reflects the structure of the linear dependence. Numerical experience, however, led several authors to express some doubts about reliability of SSA in the attractor reconstruction. In this paper, based on higher-order cumulants which are blind to any kind of Gaussian process and can be used for analyzing the nonlinear correlation, a new notion of higher-order singular-spectrum analysis(H-SSA) is proposed. We illustrate our technique with numerical data from Hénon map, Logistic map and Lorenz model, and show that H-SSA is robust to reconstruction delay, embedding dimension and sampling time, and to the effect of the additive noise.

PACC: 0545