

s + id 波高温超导体的单根涡旋线结构*

牛金海 周世平 徐克西

(上海大学物理系, 上海 201800)

(1997 年 8 月 4 日收到; 1997 年 11 月 10 日收到修改稿)

用松弛叠代法数值求解了在 s + id 混合波对称性考虑下的 Ginzburg-Landau 方程, 得到 s + id 高温超导体单根涡旋线的结构, 并研究了其随温度磁场变化的特性. 同时, 也计算了在该考虑下的上临界场 H_{c2} 的曲线, 相应的数值结果与实验结果定性一致.

PACC: 7460E; 7490

1 引 言

超导体中的 s-d 混合波配对态对称性问题, 已引起人们的注意^[1]. 最近, 不少研究表明, 高温超导体的一些反常特性可以用 s-d 混合波配对态对称性来解释^[2,3]. 描述 s-d 混合波配对态对称性下的 Ginzburg-Landau (G-L) 自由能 f 的表达式可以从群论的观点出发写出^[3], 该式中各项的系数可以由 Gor'kov 理论给出^[4]. 对 G-L 自由能 f 求关于 ψ_s^* , ψ_d^* 以及 A_x , A_y 的变分, 可以得到 s + id 混合波配对态考虑下的 G-L 方程^[5]. 我们将对无量纲化后的 G-L 方程进行数值求解, 结果表明, 在 s + id 考虑下, 高温超导体的单根涡旋线结构与纯 d 波超导体的有所不同. 最后, 还给出在该考虑下的上临界场 H_{c2} 曲线. 该曲线基本上反映了实验结果中 H_{c2} 的特性.

2 数值求解

我们先写出 s-d 考虑下无量纲化的 G-L 方程^[6]

$$[2\Pi^2 - 2\ln(T_s/T)]\psi_s + (\Pi_y^2 - \Pi_x^2)\psi_d + \frac{3}{4}|\psi_s|\psi_s + \frac{8}{3}|\psi_d|\psi_s + \frac{2}{3}\psi_d^2\psi_s^* = 0,$$

$$[2\Pi^2 - \ln(T_d/T)]\psi_d + (\Pi_y^2 - \Pi_x^2)\psi_s + \frac{1}{2}|\psi_d|\psi_d + \frac{8}{3}|\psi_s|\psi_d + \frac{2}{3}\psi_s^2\psi_d^* = 0,$$

(G-L I) (1)

$$-[2\psi_s^*\Pi_x\psi_s + \psi_d^*\Pi_x\psi_d - (\psi_s^*\Pi_x\psi_d + \psi_d^*\Pi_x\psi_s) + \text{c.c.}] + 2k^2[\nabla \times \mathbf{B}]_x = 0,$$

$$-[2\psi_s^*\Pi_y\psi_s + \psi_d^*\Pi_y\psi_d + \psi_s^*\Pi_y\psi_d + \psi_d^*\Pi_y\psi_s + \text{c.c.}] + 2k^2[\nabla \times \mathbf{B}]_y = 0,$$

(G-L II) (2)

以及相应的临界电流密度

* 国家自然科学基金和上海市教育委员会曙光计划资助的课题.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{j}_c &= \frac{1}{2\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) \\
 &= [2\psi_s^* \Pi \psi_s + \psi_d^* \Pi \psi_d - (\psi_s^* \Pi_x \psi_d + \psi_d^* \Pi_x \psi_s) \mathbf{e}_x \\
 &\quad + (\psi_s^* \Pi_y \psi_d + \psi_d^* \Pi_y \psi_s) \mathbf{e}_y + \text{c. c.}] .
 \end{aligned} \quad (3)$$

从(1)式中可以看出, 当 $T < T_d$, $T < T_s$ 时(这里我们取 $T_d > T_s$ 且设 $T_d = 95 \text{ K}$, $T_s = 94 \text{ K}$), 在 $s+id$ 考虑下 ψ_s , ψ_d 的系数 $-2 \ln(T_s/T)$ 和 $-\ln(T_d/T)$ 都是负值, 表明在混合波配对态下 s 轨道电子和 d 轨道电子均存在吸引势. 这与文献[6]中的纯 d 波超导体是不同的. 同时, 如果考虑 $s+id$ 态对称性, 则超导体中序参量的 s 分量与 d 分量之间有 $\pi/2$ 的相位差, 还需将(1), (2), (3)式中的 ψ_d 用 $e^{i\pi/2} \psi_d$ 来代替.

利用如下的周期性边界条件^[7]及松弛迭代形式^[8]:

$$\begin{aligned}
 \psi_s(L_x, y) &= \psi_s(0, y) \exp(iy\Phi/L_y), & \psi_s(x, L_y) &= \psi_s(x, 0), \\
 \psi_d(L_x, y) &= \psi_d(0, y) \exp(iy\Phi/L_y), & \psi_d(x, L_y) &= \psi_d(x, 0), \\
 A_x(L_x, y) &= A_x(0, y), & A_x(x, L_y) &= A_x(x, 0), \\
 A_y(L_x, y) &= A_y(0, y) + \Phi/L_y, & A_y(x, L_y) &= A_y(x, 0).
 \end{aligned} \quad (4)$$

这里 $L_x = L_y = L$ 表征涡旋的线度大小, 且与涡旋格子内的平均场有关.

$$\begin{aligned}
 \psi_s^{(n+1)} &= \psi_s^{(n)} - \epsilon_1 \left. \frac{\delta f}{\delta \psi_s^*} \right|^{(n)}, \\
 \psi_d^{(n+1)} &= \psi_d^{(n)} - \epsilon_2 \left. \frac{\delta f}{\delta \psi_d^*} \right|^{(n)}, \\
 A_x^{(n+1)} &= A_x^{(n)} - \epsilon_3 \left. \frac{\delta f}{\delta A_x} \right|^{(n)}, \\
 A_y^{(n+1)} &= A_y^{(n)} - \epsilon_4 \left. \frac{\delta f}{\delta A_y} \right|^{(n)},
 \end{aligned} \quad (5)$$

并选择合适的初态和松弛因子 ϵ_i , $i=1, 2, 3, 4$ ^[9], 我们就可以得到 G-L 方程的数值解.

3 数值结果与分析

在高温 ($T=90 \text{ K}$), 小场 ($L=40$, $H \approx 0.5 \text{ T}$) 的条件下, 通过计算得到 $s+id$ 超导体单根涡旋线的磁通结构(如图 1), 其中 s 成分的分布呈近似四叶瓣分布, 这与纯 d 波超导体中的 s 成分非常相似, 尽管没有保持 d 波超导体中非常对称的四叶瓣分布. 这一结果表明, 高温超导体在高温区可能有从 d 波态到 $s+id$ 态的转变. 这与文献[4]的分析一致. 在 $s+id$ 考虑下, d 波成分的分布可近似看作四方形涡旋线, 如图 2. 这与纯 d 波超导体中的 d 分量的分布有所不同. $s+id$ 的分布为矩形涡旋线, 如图 3. 计算结果表明 d 和 $s+id$ 的各向异性分布并不是完全依赖于 s 波的四叶瓣分布. 在温度不太高的情况下, 虽然 s 波成分没有明显的四叶瓣分布, d 和 $s+id$ 仍然具有明显的各向异性. 我们也计算了在与上述相同条件下, $s+id$ 超导体中的微观感应磁场 H 和临界电流密度 j_c 的分布如图 4 和图 5. 从图 4 和图 5 中, 我们可以看出, 磁场 H 的各向异性分布受 s 波分量的影响很大. 而 j_c 的分

布则反映了它对 s, d, H 三者的依赖;在涡旋芯处, s, d 为零, 即所谓“正常芯”, 这里磁场完全穿透, 并达到最大值, 没有超导电子, 因此也没有超导电流;在涡旋芯附近 d 分量很小, 但是 s 分量却在这个区域存在最大值, 所以在这个区域 j_e 的分布主要受 s 分量的影响. 我们知道临界电流是环绕磁通线的电流, 它在远离涡旋芯处的分布必然受到磁通线, 也就是超导体内磁场 H 分布的影响.

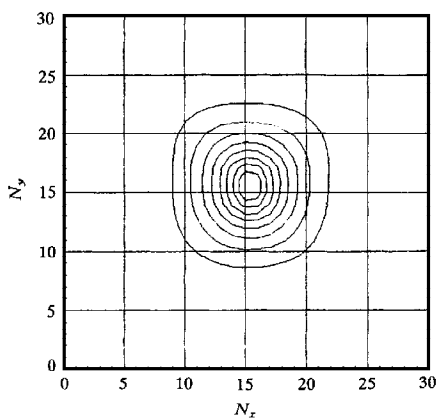
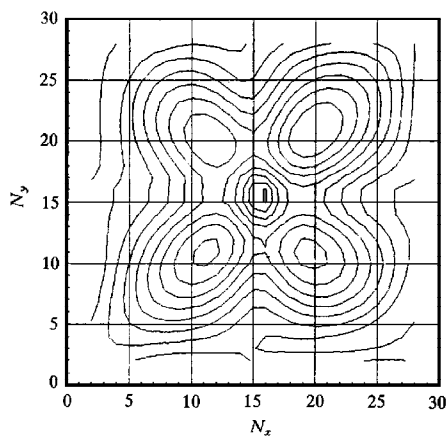


图1 $T=90\text{ K}$, $L=40$, $s+id$ 超导体中 $|\psi_s|$ 的等值线 N_x 和 N_y 表示涡旋线网格点的坐标, 最大值 N 为格点的维数, 对应的实际坐标位置为 L_x, L_y , 即 $L_x = dx \times N, L_y = dy \times N$. 它们与实际位置 x, y 的关系为 $x = N_x \times dx, y = N_y \times dx$, 其中 dx 和 dy 为步长. 其它插图同

图2 $T=90\text{ K}$, $s+id$ 超导体中 $|\psi_d|$ 的等值线

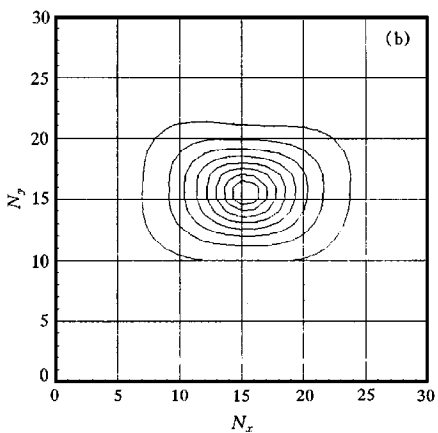
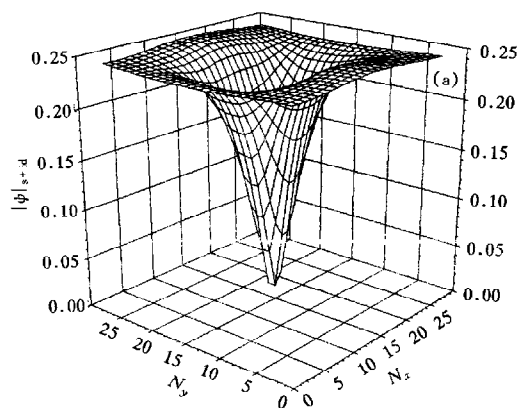


图3 $T=90\text{ K}$, $s+id$ 超导体中 $|\psi_s + i\psi_d|$ 的分布 (a)为三维图;(b)为等值线

我们接下来讨论混合波配对态考虑下 $s+id$ 超导体涡旋线结构随温度和磁场的变化所表现出的特性. 这里通过改变 L_x, L_y 的大小来达到改变磁场的目的(如果涡旋区域

$\Omega = [0, L_x; 0, L_y]$ 内的磁通量固定, 其间的平均磁场必然与 Ω 的大小成反比). 固定温度 T 而改变 L , 可以得到 s 分量和 d 分量随磁场变化的特性. 结果表明, d 分量和 s 分量在小场区均随磁场增大而减小, 但是磁场再大, s 分量将趋于零, 而 d 分量却相对缓慢地减

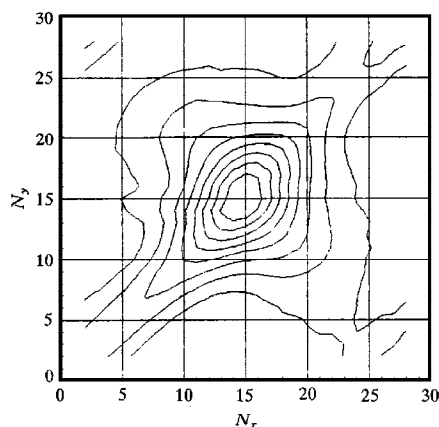


图 4 $T = 90$ K, $s+id$ 超导体中 $\bar{h}$ 的等值线

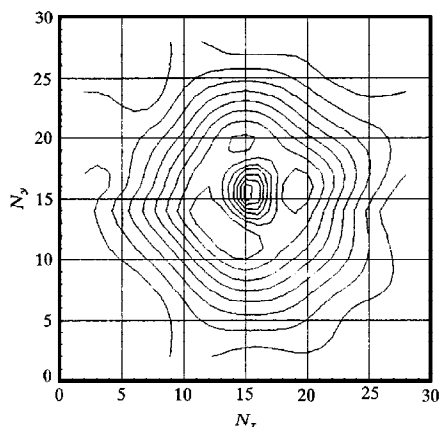


图 5 $T = 90$ K, $s+id$ 超导体中 $|j_c|$ 的等值线

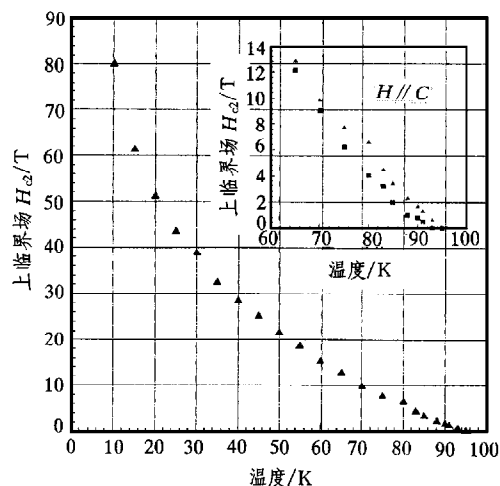


图 6 上临界场 H_{c2} 依赖于温度 T 的关系 ▲ 为数值计算结果, ■ 为实验结果 (引自文献 [10] 的结果) 以资比较, 图中部分实验点由拟合实验数据得到, 见文献 [10]

$|\psi_d|^2$ 及 $|\psi_s|^2$ 的值刚好小于 10^{-3} , 因为这时 H 已经开始完全穿透整个超导层面) 的 L 对应的场为临界磁场. 计算结果如图 6 所示. 这个结果与 Joynt 和我们的解析结果基本一致^[2,5]; 与由交流磁化率测量的上临界场的结果^[10] 也符合得很好, 尤其在高温区基本反映了 H_{c2} 上翘的特性. 我们认为上临界场的上翘行为与高温超导体的电阻率 $\rho(T, H)$ 展

小^[5]. 这一结果可能与高温超导体在强磁场下仍可载很高的临界电流有关^[5]. 因为在多分量混合 $s+id$ 配对态考虑下, s 波分量与 d 波分量间的耦合将引起超导基态本征值的变化, 可望通过调节两分量的分布形态促成高场下这个体系仍然能处于能量较低的基态和可观的超导载流子的存在. 它们与磁场的交换作用而形成涡旋流, 以屏蔽部分磁场; 进而形成动态“钉扎中心”. 同时, 计算发现在固定温度下, 当磁场从小到大变化时, $|\psi|_{s+id}$ 的分布有从三角形变化为矩形分布的趋势. 而固定磁场改变温度时, $|\psi|_{s+id}$ 的分布没有形状上的变化, 却在平面内转了一个角度^[5].

我们也数值模拟了上临界场 H_{c2} 的曲线, 计算中先固定温度 T , 而只改变 L 的值, 当 ϕ_s, ϕ_d 均充分小时 (这里统一要求

宽现象密不可分,而我们也已经试图用 $s + id$ 理论对高温超导体在磁场中的电阻率展宽现象作出解释^[5].

4 结 论

本文给出了在 $s + id$ 混合波考虑下高温超导体的单根涡旋线结构,研究了它随温度、磁场的变化特性.并给出上临界场的数值解曲线.我们认为高温超导体的诸如上临界场 H_{c2} 上翘的特性等反常行为,可能与高温超导体内的非常规的电子配对机制有关.我们的分析表明, $s + id$ 混合波配对态极有可能是高温超导体的可取配对态.

- [1] P. Kumar and P. Wolfle, *Phys. Lett.*, **59**(1987), 1954.
- [2] R. Joynt, *Phys. Rev.*, **B41**(1990), 4271.
- [3] Q. P. Li, B. E. C. Koltenbah and Robert Joynt, *Phys. Rev.*, **B48**(1993), 437.
- [4] Yong Ren, Ji-Hai Xu and C. S. Ting, *Phys. Rev.*, **B53**(1996), 2249.
- [5] Jin-hai Niu, M. S. Thesis (Shanghai University, 1997).
- [6] Yong Ren, Ji-Hai Xu and C. S. Ting, *Phys. Rev.*, **B74**(1995), 3680.
- [7] Hans G. Kaper and Man Kam Kwong, *J. Computational Physics*, **119**(1995), 120.
- [8] Ji-Hai Xu, Yong Ren and Chin-Sen Ting, *Phys. Rev.*, **B53**(1996), 2991.
- [9] Z. D. Wang, C.-R. Hu, *Phys. Rev.*, **B44**(1991), 11918.
- [10] Qi-rui Zhang *et al.*, High Temperature Superconductivity (Zhejiang University Publishing House, 1992), p. 123 (in Chinese).

STRUCTURE OF SINGLE VORTEX IN A $s + id$ WAVE SUPERCONDUCTOR *

NIU JIN-HAI ZHOU SHI-PING XU KE-XI

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 201800)

(Received 4 August 1997; revised manuscript received 10 November 1997)

ABSTRACT

The structure of a single vortex in a superconductor with $s + id$ symmetry is given employing a recently developed Ginzburg-Landau theory by the method of relaxation iteration. We also studied the variation of respective components s and d with the temperature and magnetic field. Finally, we give the curve of the upper critical field along with transition temperature in mixed wave consideration. Our result is in qualitative agreement with the experiment data.

PACC: 7460E; 7490

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China.