

在源作用下的 n 体不可逆聚集过程集团尺寸分布

薛 郁 陈光旨

(广西大学物理系, 南宁 530004)
(1998 年 9 月 28 日收到)

把在源作用下两体作用的 Smoluchovski 方程推广到 n 体相互作用的广义 Smoluchovski 方程, 讨论了系统在源作用下, 核为 $K(i_1, i_2, \dots, i_n) \equiv (i_1 \cdot i_2 \cdots i_n)^\omega (0 \leq \omega \leq 1)$, 源项为 $I(t) = I\delta_{m,1}$ 的非凝胶系统广义 Smoluchovski 方程的定态解, 得到了不可逆聚集过程的集团尺寸分布. 同时, 讨论了凝胶系统的广义 Smoluchovski 方程发生胶凝相变在相变点附近集团尺寸分布的渐进行为.

PACC: 0550

1 引 言

Smoluchovski 方程在描述不可逆聚集过程中起着重要的作用, 该方程为^[1]

$$\frac{dC_k}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} K(i, j) C_i C_j - C_k \sum_j K(j, k) C_j. \quad (1)$$

其中 C_k 表示 t 时刻聚合体尺寸为 k 的分布, $K(i, j)$ 表示尺寸为 i 和 j 的两体作用的反应速率(凝结核). 利用 Smoluchovski 方程可以研究聚合体的结构和聚合体的尺寸分布随时间的演化. 近年来, 人们将两体作用的 Smoluchovski 聚合方程推广到三体相互作用及多体相互作用, 建立了广义 Smoluchovski 方程, 方程为^[2-5]

$$\begin{aligned} \frac{dC_m}{dt} &= \frac{1}{n!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_n=m} K(i_1, i_2, \dots, i_n) C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_n} \\ &= \frac{C_m}{(n-1)!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}} K(i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, m) C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_{n-1}}, \end{aligned} \quad (2)$$

这就是描述单一 n 体的不可逆聚集过程的动力学方程, 其中 $C_m(t)$ 表示 t 时刻聚合体尺寸为 m 的分布, $K(i_1, i_2, \dots, i_n)$ 表示 n 体相互作用反应速率. 实际的不可逆聚集过程是 2 体、3 体和 n 体的联合作用过程, 对于这样的过程可以用联合不可逆聚集过程的动力学方程来描述^[3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_m}{\partial t} &= \sum_{l=2}^n \beta_l \left[\frac{1}{l!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_l=m} K_l(i_1, i_2, \dots, i_l) C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_l} \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_m}{(l-1)!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{l-1}} K_l(i_1, i_2, \dots, i_{l-1}, m) C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_{l-1}} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

式中 β_l 是 l 体碰撞聚集反应的概率, $K(i_1, i_2, \dots, i_l)$ 是 l 体碰撞聚集反应的凝结核, $C_m(t)$ 是 t 时刻聚集体尺寸为 m 的分布. 人们应用广义 Smoluchovski 方程和联合不可逆聚集过程的动力学方程研究了许多不可逆聚集过程中所出现的临界现象, 得到了不同于 2 体作用的有意义的结果^[2-5, 11, 12]. 本文将讨论系统在源和沉积作用时, 不可逆聚集过程的动力学行为, 在源和沉积作用下, 聚集过程将如何改变, 对系统的性质将产生什么样的影响, 临界现象是否发生等. Klett^[6], White^[8] 和 Hayakawa^[10] 分别研究了在系统存在有源和沉积作用时, 系统将出现定态 (Steady State), 得出相应的定态解, 并且证明临界现象的产生. Crump 和 Seinfeld^[7] 证明核和沉积项满足什么条件时, 系统将出现定态, 并给出相应解的形式, 解具有幂指数的形式. Friedlander 从集团半径的尺寸对系统出现定态的问题进行实验研究, 得到如下结论^[13]: 当集团半径 $0.1 \mu\text{m} < r < 0.5 \mu\text{m}$ 时, 凝结核是常数, 集团尺寸分布为 $n_r(r, t) \equiv A_1 \left(\frac{\epsilon_m}{C} \right)^{\frac{1}{2}} r^{-\frac{5}{2}}$, 其中 C, A_1 是常数, $\epsilon_m = I(0) m$. 当集团半径 $r > 2$

μm 时, 凝结核是积型核, 集团尺寸分布为 $n_r(r, t) \equiv A_2 \left(\frac{\epsilon_m}{S} \right)^{\frac{3}{4}} r^{-\frac{19}{4}}$, 其中 S, A_2 是常数.

本文将有源系统 2 体的 Smoluchovski 方程推广到 n 体的广义 Smoluchovski 方程, 并且将结果推广到联合聚集过程, 有源项广义 Smoluchovski 方程为

$$\begin{aligned} \frac{dC_m}{dt} &= \frac{1}{n!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_n=m} K(i_1, i_2, \dots, i_n) C_{i_1} C_{i_2} \dots C_{i_n} \\ &- \frac{C_m}{(n-1)!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}} K(i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, m) C_{i_1} C_{i_2} \dots C_{i_{n-1}} + I_m(t) - R_m C_m(t), \quad (4) \end{aligned}$$

给出核为 $K(i_1, i_2, \dots, i_n) = (i_1 \cdot i_2 \dots i_n)^\omega$, 当源项为 $I_m(t) = I\delta_{m,1}$, 沉积项 $R_m = RC_m(t)$ (R 是常数), 非凝胶系统处于定态时, 不可逆聚集过程的集团尺寸分布和凝胶系统发生临界相变在相变点附近集团尺寸分布渐进行为, 同时还验证了 Friedlander 的结论.

2 不可逆聚集过程中的定态

在不可逆聚集过程中集团尺寸分布随着时间 t 而演化, 在源和沉积项的长时间作用下, 集团尺寸分布演化可能停止, 系统就趋于定态, 则广义 Smoluchovski 方程(4)变为

$$\begin{aligned} \frac{1}{n!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_n=m} K(i_1, i_2, \dots, i_n) C_{i_1} C_{i_2} \dots C_{i_n} \\ - \frac{C_m}{(n-1)!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}} K(i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, m) C_{i_1} C_{i_2} \dots C_{i_{n-1}} + I_m(t) - R_m C_m(t) = 0. \quad (5) \end{aligned}$$

其中 $K(i_1, i_2, \dots, i_n) = (i_1 \cdot i_2 \dots i_n)^\omega$, $I_m(t) = I\delta_{m,1}$, $R_m = Rm^\gamma$, R 是常数.

初始条件

$$C_m(t) \equiv \delta_{m,1},$$

引进生成函数

$$f_\omega(x, t) = \sum_m m^\omega C_m(t) e^{mx},$$

$$M_{\omega}(t) = f_{\omega}(0, t) = \sum_m m^{\omega} C_m(t),$$

而 M_{ω} 为 ω 次矩. 利用生成函数可以得到下面的关系

$$Ie^x + \frac{1}{n!} f_{\omega}^n(x, t) - \frac{1}{(n-1)!} f_{\omega}(x, t) f_{\omega}^{n-1}(0, t) - R f_{\omega}(x, t) = 0. \quad (6)$$

由上式可以得到

$$f_{\omega}(0, t) = M_{\omega} = \sum_m m^{\omega} C_m, \\ f'_{\omega}(0, t) = M_{\omega+1} = \sum_m m^{1+\omega} C_m = \frac{I}{R}. \quad (7)$$

当方程(7)中 $R > 0$ 时, ω 次矩 M_{ω} 和 $\omega+1$ 次矩 $M_{\omega+1}$ 都是收敛的, 当 $R=0$ 时, 此时系统不存在沉积作用, 只有源作用, ω 次矩 M_{ω} 是收敛的, 而 $\omega+1$ 次矩 $M_{\omega+1}$ 和更高阶的矩都是发散的; 同时, 当指数 $\omega \geq \frac{n-1}{n}$ 时, 这时意味着系统发生了临界相变, 系统是凝胶系统^[2], 否则当指数 $0 \leq \omega \leq \frac{n-1}{n}$ 时, 则系统是非凝胶系统, 且处于定态, 例如当 $\omega=0$ 时, 系统是非凝胶系统^[11]. 为得到系统处于定态时的集团尺寸分布, 我们得到

$$I(e^x - 1) + \frac{1}{n!} (f_{\omega}^n - M_{\omega}^n) - \frac{M_{\omega}^{n-1}}{(n-1)!} (f_{\omega} - M_{\omega}) = 0, \quad (8)$$

对于很小的 $x \ll 1$, $f_{\omega}(x, t)$ 可以表示为

$$f_{\omega}(x, t) \approx M_{\omega} + \beta(\gamma) x^{\alpha(\gamma)} + O(x^{\alpha(\gamma)}), \quad (9)$$

当 $\alpha \neq 1$, 有如下关系^[9]

$$m^{\omega} C_m \cong (-1) \frac{\beta m^{-(n+1)}}{\Gamma(-\alpha)}, \quad (10)$$

其中 $\Gamma(-\alpha)$ 是 Γ 函数.

将(9)式 $f_{\omega}(x, t)$ 代入(8)式可求得

$$\alpha = \frac{1}{n}, \\ \beta = (I \cdot n!)^{\frac{1}{n}}. \quad (11)$$

利用方程(10), 可得

$$C_m(t) \approx (-1) \left[\frac{(I \cdot n!)^{\frac{1}{n}}}{\Gamma(-\frac{1}{n})} \right] m^{-\frac{n+1}{n}-\omega}. \quad (12)$$

这是在不可逆聚集过程中出现定态时, 集团尺寸分布在临界点附近的渐进行为. 当 $n=2$ 时,

$$C_m(t) \approx \left[\frac{I}{2\pi} \right]^{\frac{1}{2}} m^{-\frac{3}{2}-\omega}. \quad (13)$$

结果与 White 和 Hayakawa 的一致^[8,10].

3 联合不可逆聚集过程中的定态

联合不可逆聚集过程的动力学方程可以用方程(3)来描述, 当 $R=0$ 时, 此时系统不

存在沉积作用, 只有源作用, 同时 $\omega \leq \frac{n-1}{n}$, 非凝胶系统将处于定态时, 其动力学方程为

$$\sum_{l=2}^n \beta_l \left[\frac{1}{l!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_l=m} (i_1 \cdot i_2 \cdots i_l)^\omega C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_l} - \frac{m^\omega C_m}{(l-1)!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{l-1}} (i_1 \cdot i_2 \cdots i_{l-1})^\omega C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_{l-1}} \right] + I_m(t) = 0. \quad (14)$$

利用上述方法可以得到

(1) 当 $\beta_i \gg \beta_j$ 时, 即第 i 体的碰撞聚集反应的概率远远大于第 j 体碰撞聚集反应的概率. 集团尺寸分布为

$$C_m(t) \approx (-1) \left[\frac{(I \cdot i!)^{\frac{1}{i}}}{\Gamma\left(-\frac{1}{i}\right)} \right] m^{-\frac{i+1}{i}-\omega}. \quad (15)$$

(2) 当 $\beta_j \gg \beta_i$ 时, 即第 j 体的碰撞聚集反应的概率远远大于第 i 体碰撞聚集反应的概率. 集团尺寸分布为

$$C_m(t) \approx (-1) \left[\frac{(I \cdot j!)^{\frac{1}{j}}}{\Gamma\left(-\frac{1}{j}\right)} \right] m^{-\frac{j+1}{j}-\omega}. \quad (16)$$

(3) 当 $\beta_j \approx \beta_i$ 时, 当集团半径 $0.1 \mu\text{m} < r < 0.5 \mu\text{m}$ 时, 凝结核是常数, 集团尺寸分布 $n_r(r, t) = 4\pi r^2 C_m(t)$ 为

$$n_r(r, t) = 4\pi \left(\frac{I}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} r^{-\frac{5}{2}}. \quad (17)$$

此时, 2 体碰撞聚集反应起主要作用.

当集团半径 $r > 2 \mu\text{m}$ 时, 凝结核是积型核, 集团尺寸分布为

$$n_r(r, t) = 2 \sqrt{3\pi} \left(\frac{4}{3e} \sqrt[3]{6I} \right)^{\frac{3}{4}} r^{-\frac{19}{4}}. \quad (17')$$

此时, 4 体碰撞聚集反应起主要作用. 由此可见, 所得结果与 Friedlander 的实验结果一致.

4 凝胶相变的集团尺寸分布

Jiang 等人已经证明对于核 $K(i_1, i_2, \dots, i_n) = (i_1 \cdot i_2 \cdots i_n)^\omega$, 当 $\omega \geq \frac{n-1}{n}$ 时, 系统将发生凝胶相变, 在相变点附近具有如下的标度性质^[2]

$$C_m(t) = m^{-\tau_n} \Phi(m | t - t_c |^{1/\sigma_n}) \quad (t < t_c), \quad (18)$$

临界指数 $\tau_n = \omega + \frac{n+1}{n}$, $\sigma_n = \omega + \frac{1}{n} - 1$, 并且具有如下形式的凝后解

$$C_m(t) = C_m(t_c) / [1 + b(t - t_c)]^{\frac{n-1}{n}} \quad (b \text{ 是常数}). \quad (19)$$

本文将讨论当 $m \rightarrow \infty$ 时, 集团尺寸分布的渐进行为. 由上述讨论当 $R=0$, $\omega \geq \frac{n-1}{n}$ 时, 系统可能发生临界相变, 因此动力学方程为

$$\begin{aligned} \frac{dC_m}{dt} = & \frac{1}{n!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_n=m} (i_1 \cdot i_2 \cdots i_n)^\omega C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_n} \\ & - \frac{m^\omega C_m}{(n-1)!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}} (i_1 \cdot i_2 \cdots i_{n-1})^\omega C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_{n-1}} + I_m(t), \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $K(i_1, i_2, \dots, i_n) = (i_1 \cdot i_2 \cdots i_n)^\omega$, $I_m(t) = I\delta_{m,1}$, I 是常数.

初始条件

$$C_m(t) = \delta_{m,1},$$

引进生成函数

$$\begin{aligned} f_\omega(x, t) &= \sum_m m^\omega C_m(t) e^{mx}, \\ g(x, t) &= \sum_m C_m(t) e^{mx}, \\ M_\omega(t) &= f_\omega(0, t) = \sum_m m^\omega C_m(t), \end{aligned}$$

而 M_ω 为 ω 次矩. 利用生成函数可以得到下面的关系

$$\frac{d g}{d t} - \frac{d M_0}{d t} = I x + \frac{1}{n!} [f_\omega^n - M_\omega^n] - \frac{M_\omega^{n-1}}{(n-1)!} [f_\omega - M_\omega]. \quad (21)$$

对于很小的 $x \ll 1$, 将 $f_\omega(x, t)$ 和 $g(x, t)$ 表示为

$$f_\omega(x, t) \approx M_\omega + \beta(\gamma) x^{\alpha(\gamma)} + O(x^{\alpha(\gamma)}), \quad (22)$$

$$g(x, t) \approx M_0 + Mx + O(x). \quad (23)$$

将 $f_\omega(x, t)$ 和 $g(x, t)$ 代入(21)式, 可求得

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{n}, \\ \beta &= \left[\left(\frac{dM}{dt} - I \right) n! \right]^{\frac{1}{n}}. \end{aligned} \quad (24)$$

利用方程(10), 可得

$$C_m(t) \approx (-1) \left\{ \frac{\left[\left(\frac{dM}{dt} - I \right) n! \right]^{\frac{1}{n}}}{\Gamma\left(-\frac{1}{n}\right)} \right\} m^{-\frac{n+1}{n}-\omega}, \quad (25)$$

为系统发生临界相变时, 动力学方程(20)的凝后解. $\frac{dM}{dt} - I \neq 0$ 表示临界相变后溶胶相的

质量, 质量不守恒, 临界指数形式不变为 $-\frac{n+1}{n} - \omega$, 与 Jiang 等人的结果一致^[2]; 该指数表示集团尺寸分布在相变后随集团尺寸 m 呈幂指数变化, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, $C_m(t) \sim m^{-\frac{n+1}{n}-\omega}$, 与相变前随集团尺寸 m 呈幂指数变化是一致的. 当 $n=2$ 时, 集团尺寸分布为

$$C_m(t) \approx \left[\frac{\left(\frac{dM}{dt} - I \right)}{2\pi} \right]^{\frac{1}{2}} m^{-\frac{3}{2}-\omega}, \quad (26)$$

该结果恰好是 Hendriks, Hayakawa 的结果^[9,10].

5 联合聚集过程的凝后解

同样,可以将上述过程推广到联合聚集过程,当 $R=0$ 时,此时系统不存在沉积作用,只有源作用,同时 $\omega \gg \frac{n-1}{n}$ 时,系统将出现临界相变.动力学方程为

$$\begin{aligned} \frac{dC_m}{dt} = & \sum_{l=2}^n \beta_l \left[\frac{1}{l!} \sum_{i_1+i_2+\dots+i_l=m} (i_1 \cdot i_2 \cdots i_l)^\omega C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_l} \right. \\ & \left. - \frac{m^\omega C_m}{(l-1)!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{l-1}} (i_1 \cdot i_2 \cdots i_{l-1})^\omega C_{i_1} C_{i_2} \cdots C_{i_{l-1}} \right] + I_m(t). \end{aligned} \quad (27)$$

利用第 4 节同样的方法,可以得到

$$\frac{dM}{dt} x = \sum_{l=2}^n \beta_l \left[\frac{1}{l!} (f_\omega^l - M_\omega^l) - \frac{M_\omega^{l-1}}{(l-1)!} (f_\omega - M_\omega) \right] + Ix. \quad (28)$$

其中利用很小的 $x \ll 1$, 将 $f_\omega(x, t)$ 和 $g(x, t)$ 近似表示为

$$f_\omega(x, t) \approx M_\omega + \beta(\gamma) x^{\alpha(\gamma)} + O(x^{\alpha(\gamma)}), \quad (29)$$

$$g(x, t) \approx M_0 + Mx + O(x). \quad (30)$$

将(29)式代入得

$$\frac{dM}{dt} x \approx \sum_{l=2}^n \frac{\beta_l}{l!} [\beta x^\alpha M_\omega + \cdots + \beta^l x^{l\alpha}] + Ix. \quad (31)$$

(1) 当 $\beta_i \gg \beta_j$ 时, 即第 i 体的碰撞聚集反应的概率远远大于第 j 体碰撞聚集反应的概率.

因此有

$$\frac{dM}{dt} x \approx \frac{\beta_i}{i!} [\beta x^\alpha M_\omega + \cdots + \beta^i x^{i\alpha}] + Ix. \quad (32)$$

可求得

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{i}, \\ \beta &= \left[\left(\frac{dM}{dt} - I \right) i! / \beta_i \right]^{\frac{1}{i}}, \end{aligned} \quad (33)$$

当 $m \rightarrow \infty$ 时, 集团尺寸分布为

$$C_m(t) \approx (-1) \left\{ \frac{\left[\left(\frac{dM}{dt} - I \right) i! / \beta_i \right]^{\frac{1}{i}}}{\Gamma\left(-\frac{1}{i}\right)} \right\} m^{-\frac{i+1}{i}-\omega}. \quad (34)$$

(2) 同样当 $\beta_j \gg \beta_i$ 时, 即第 j 体的碰撞聚集反应的概率远远大于第 i 体碰撞聚集反应的概率. 当 $m \rightarrow \infty$ 时, 集团尺寸分布为

$$C_m(t) \approx (-1) \left\{ \frac{\left[\left(\frac{dM}{dt} - I \right) j! / \beta_j \right]^{\frac{1}{j}}}{\Gamma\left(-\frac{1}{j}\right)} \right\} m^{-\frac{j+1}{j}-\omega}. \quad (35)$$

(3) 当 $\beta_j \approx \beta_i$ 时, 在(31)式中, 由于 $x \ll 1$, 因此两体碰撞聚集反应的速率 β_2 起主要作用, 此时聚集过程主要由两体作用的聚集过程来决定, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, 集团尺寸分布为

$$C_m(t) \approx \left[\frac{\left(\frac{dM}{dt} - I \right)}{2\pi\beta_2} \right]^{\frac{1}{2}} m^{-\frac{3}{2}-\omega}. \quad (36)$$

6 讨 论

在有源作用下将 2 体作用的 Smoluchovski 方程推广到 n 体相互作用的广义 Smoluchovski 方程, 讨论了在源作用下, 系统处于定态时, 核为 $K(i_1, i_2, \dots, i_n) \equiv (i_1 \cdot i_2 \cdots i_n)^\omega$ ($0 \leq \omega \leq 1$), 源项为 $I(t) \equiv I\delta_{m,1}$ 的广义 Smoluchovski 方程的定态解, 得到了不可逆聚集

过程的集团尺寸分布 $C_m(t) \approx (-1) \left[\frac{(I \cdot n!)^{\frac{1}{n}}}{\Gamma(-\frac{1}{n})} \right] m^{-\frac{n+1}{n}-\omega}$, 并且还讨论了联合聚集过程

的定态问题, 发现实际的聚集过程中, 在集团尺寸很小时, 2 体碰撞聚集反应起主要作用, 当集团尺寸 $r > 2 \mu\text{m}$ 时, 4 体碰撞聚集反应起主要作用, 两体集团尺寸分布 $n_r(r, t) \sim r^{-\frac{5}{2}}$ 随半径 r 的衰减较 4 体集团尺寸分布 $n_r(r, t) \sim r^{-\frac{19}{4}}$ 快. 同时, 讨论了广义 Smoluchovski 方程发生胶凝相变的集团尺寸分布的渐进行为, 得到了相应的集团尺寸分布为

$$C_m(t) \approx (-1) \left\{ \frac{\left[\left(\frac{dM}{dt} - I \right) n! \right]^{\frac{1}{n}}}{\Gamma(-\frac{1}{n})} \right\} m^{-\frac{n+1}{n}-\omega};$$

它具有定态解的形式, 即幂指数的形式, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, 集团尺寸分布以 $C_m \sim m^{-\frac{n+1}{n}-\omega}$ 的幂指数衰减; $\frac{dM}{dt} - I \neq 0$ 表示临界相变时溶

胶相的质量不守恒, 而临界指数形式不变为 $-\frac{n+1}{n}-\omega$. 将上述结果推广到联合聚集过程, 在 n 体的不可逆联合聚集过程中, 当 k 体的碰撞反应概率最大时, k 体的临界行为决定体系的临界行为, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, 集团尺寸分布以 $C_m \sim m^{-\frac{k+1}{k}-\omega}$ 的幂指数的形式演化.

当两体与 n 体的碰撞反应概率相等时, 2 体的临界行为决定体系的临界行为, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, 集团尺寸分布以 $C_m \sim m^{-\frac{3}{2}-\omega}$ 的幂指数的形式演化.

- [1] M. V. Smoluchovski, *Z. Phys.*, **17**(1916), 577—585.
- [2] Yu Jiang, Hu Gang, Ma Ben-kun, *Phys. Rev.*, **B40**(1989), 661.
- [3] Yu Jiang, Hu Gang, *Phys. Rev.*, **B39**(1989), 4659.
- [4] Yu Jiang, Hu Gang, Ma Ben-kun, *Commun. Theor. Phys.*, **12**(1989), 395.
- [5] Yu Jiang, Hu Gang, *Commun. Theor. Phys.*, **11**(1989), 255.
- [6] J. D. Klett, *J. Atom. Sci.*, **12**(1975), 380.
- [7] J. G. Crump, J. H. Seinfeld, *J. Coll. Inter. Sci.*, **2**(1980), 90.
- [8] W. H. White, *J. Coll. Inter. Sci.*, **2**(1980), 90.
- [9] R. M. Ziff, M. H. Ernst, E. M. Hendriks, *J. Phys.*, **A: Math. Gen.**, **16**(1983), 2293.

- [10] Hisao Hayakawa, *J. Phys.*, A: *Math. Gen.*, **20**(1987), L801—L805.
- [11] 薛郁、孔令江、陈光旨, 物理学报, **40**(1991), 1222 [Xue Yu, Kong Ling-jang, Chen Guang-zhi, *Acta Physica Sinica*, **40**(1991), 1222(in Chinese)].
- [12] 薛郁、孔令江、翁家强, 物理学报, **41**(1992), 1406 [Xue Yu, Kong Ling-jang, Weng Jia-qiang, *Acta Physica Sinica*, **41**(1992), 1406(in Chinese)].
- [13] S. K. Friedlander, *J. Meteor.*, **17**(1960), 479—483.

n -POLYMER IREEVERSIBLE KINETIC AGGREGATION WITH SOURCE-REINFORCED

XUE YU CHEN GUANG-ZHI

(*Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530004*)

(Received 28 September 1998)

ABSTRACT

We discussed the kinetics of n -polymer aggregation processes with source-reinforced, The asymptotic expression of $C_m(t)$ is obtained by the steady-state solution of generalized Smoluchovski's equation with source. Universal power law distributions of cluster size are obtained in gelling systems.

PACC: 0550