

$^{186}, ^{188}, ^{190}\text{Pb}$ 低位长椭球带的 理论研究^{*}

沈水法 陈学诗 王子兴 石双惠 顾嘉辉 刘静怡

(中国科学院上海原子核研究所, 上海 201800)

(1998 年 11 月 23 日收到)

将角动量投影壳模型应用到 ^{186}Pb , ^{188}Pb 和 ^{190}Pb 核, 对它们的低位长椭球带进行了理论计算并与实验结果进行了比较, 对这三个核从理论上预言了该带带头, 并把壳模型应用到 ^{186}Hg 核, 得到与实验较好地符合验证了这种理论预言的可靠性.

PACC: 2110F; 2110H; 2160C

1 引 言

缺中子 Pb 核在低位态的形状共存现象引起实验和理论工作者的很大兴趣, 借助于势阱的理论计算表明, 势阱“球形”极小值处对应于基态, “扁椭球”极小处对应于一对质子从 $s_{1/2}$ 轨道到高- Ω 侵入态 $h_{9/2}$ 的激发, “长椭球”极小处对应于 4 质子 4 空穴激发占主要成分的复杂混合^[1-3].

1993 年 Heese 等^[4]通过核反应 $^{156}, ^{164}\text{Gd}(^{36}\text{Ar}, 4n)$ 用在束 γ 谱学方法研究了偶-偶核 ^{188}Pb 和 ^{186}Pb 的集体带, 该工作采用 γ 射线与蒸发余核符合的方法用来降低 γ 本底. 该文基于 Van Duppen 等^[5]和 Brenner 等^[6]提出的公式对 ^{188}Pb 和 ^{186}Pb 的 0_2^+ 态进行了计算, 并用简单的转动模型^[7]外推出 ^{188}Pb 和 ^{186}Pb 的 0_2^+ 态能量作为“实验值”. $^{190-208}\text{Pb}$ 的低位 0_2^+ 为带头的带为一扁椭球带, 都能用 Van Duppen 等和 Brenner 等的公式给予很好的计算, 根据(1) ^{188}Pb 和 ^{186}Pb “实验值”与计算值的差异, (2) ^{188}Pb 和 ^{186}Pb 与 $^{190-208}\text{Pb}$ 的低位带在实验中布居强弱的不同, (3) $^{188}, ^{186}\text{Pb}$ 分别与 $^{186}, ^{184}\text{Hg}$ 该转动带的相似性, 而 $^{186}, ^{184}\text{Hg}$ 该带为长椭球带, 他们得出 $^{188}, ^{186}\text{Pb}$ 该带为长椭球带.

同年 Baxter 等^[8]在与 Heese 等相似(但不同)实验装置的基础上加了一个反冲质量谱仪开门, 通过同样的核反应研究 ^{186}Pb 的能谱, 建立了一个更为准确的 ^{186}Pb 激发态能级图, 并根据 ^{186}Pb 和 ^{194}Hg 动力学转动惯量以及顺排角动量的极其相似性, 确认 ^{186}Pb 的该带为长椭球带.

1996 年 Bijmens 等^[9]在研究 ^{192}Po α 衰变的精细结构时发现 ^{188}Pb 的能量为 571(31)

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 19635030)、上海市自然科学基金(批准号: 97ZF14048)和中国科学院“九五”基础性研究重点项目(批准号: KJ-952-S1-420)资助的课题.

keV 的 0_2^+ 态, 鉴于此能量值与 Heese 等用文献[5]和[6]的公式所得的计算值一致, 而偏离用简单的转动模型外推出的值, 他们得出能量为 571 keV 的 0_2^+ 态为 ^{188}Pb 的一扁椭球带的带头, 并认为低位长椭球带的带头在大约 720 keV 的地方.

至于 ^{190}Pb , May 等^[1]指出 Pb 核同位素随中子数的增加“扁(长)椭球”极小值之差在 ^{190}Pb 处改变符号, Bengtsson 等^[2]显示 ^{190}Pb 可能是缺中子核同位素中最重的一个“长椭球”极小值有意义的核, Dracoulis 等^[3]通过核反应 $^{166}\text{Er}(^{28}\text{Si}, 4n)^{190}\text{Pb}$ 研究 ^{190}Pb 的能谱, 发现了它的低位长椭球带, 综合的系统性分析显示 ^{190}Pb 处于缺中子核的分界点上.

综上所述, 缺中子 Pb 同位素的研究引起了广泛的关注, 我们注意到迄今为止实验未观测到 ^{188}Pb , ^{186}Pb 和 ^{190}Pb 的长椭球带带头, 从理论的角度来讨论长椭球带带头位置不失为一件很有意义的工作.

2 理论与计算

本文采用的角动量投影壳模型是建立在量子力学框架上的一种微观理论^[10-12], 首先采用考虑核形变的 Nilsson 方法得到单粒子的能量和波函数, 在此基础上用 BCS 方法计算准粒子态 $|\phi_K\rangle$. 这种准粒子态不具有确定的角动量. 采用投影算符 $\hat{P}_{MK}^I$ 在这种态上投影出具有角动量 I , Z 分量为 M , 在核对称轴上分量为 K 的态 $\hat{P}_{MK}^I|\phi_K\rangle$, 在这种投影准粒子态组成的组态空间, 把哈密顿量对角化得到具有确定角动量态的能量. 以我们所考虑的偶-偶核 ^{188}Pb , ^{186}Pb 和 ^{190}Pb 为例, 壳模型的基矢为

$$\{\hat{P}_{M0}^I|0\rangle, \hat{P}_{MK_n}^I a_{n_1}^+ a_{n_2}^+ |0\rangle, \hat{P}_{MK_p}^I a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ |0\rangle, \hat{P}_{MK_{np}}^I a_{n_1}^+ a_{n_2}^+ a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ |0\rangle\}, \quad (1)$$

其中 a_n^+ (a_p^+) 是在 Nilsson+BCS 表象中的中子(质子)准粒子产生算符, $|0\rangle$ 是准粒子真空态, $K_n = K_{n_1} + K_{n_2}$, $K_p = K_{p_1} + K_{p_2}$ 和 $K_{np} = K_n + K_p$ 是准粒子 K 量子数之和; 将 $N = 4, 5, 6$ ($N = 3, 4, 5$) 这三个壳的 Nilsson 能级作为中子(质子)的单粒子基, 如果三个主壳中的所有 Nilsson 态都包括进来, 则基(2)架构的空间中的大多数态都有很高的激发能, 这些态是不重要的, 所以只考虑靠近中子和质子费密面的态. 在具体计算中采用的系统哈密顿量是单粒子壳模型哈密顿量, 四极-四极力, 单极对力和四极对力之和

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{1}{2} \sum_{\mu} \hat{Q}_{\mu}^+ \hat{Q}_{\mu} - G_M \hat{P}^+ \hat{P} - G_Q \sum_{\mu} \hat{P}_{\mu}^+ \hat{P}_{\mu}, \quad (2)$$

其中 $\hat{H}_0$ 是球形单粒子哈密顿量, $\hat{Q}_{\mu}$ 为四极矩算符, $\hat{P}$ 和 $\hat{P}_{\mu}$ 分别是单极对力和四极对力算符, $\times$ 通过 Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 计算得到的核形变确定, 单极对力强度 G_M 由下式给出:

$$G_M = \left[20.12 \mp 13.13 \frac{N-Z}{A} \right] A^{-1}, \quad (3)$$

四极对力对偶-偶核和奇 A 核有较强影响, 在目前的模型中需要引入较大的四极对力常数 G_Q , 为简单起见假设 G_Q 正比于 G_M , 假定

$$\left[\frac{G_Q}{G_M} \right]_n = \left[\frac{G_Q}{G_M} \right]_p = \gamma, \quad (4)$$

稀土区核的比例常数 γ 一般取在 0.14—0.18 之间^[10], 本文取 $\gamma = 0.16$.

由此看来, 与唯象理论相比它有很大的适用范围, 但同时又避免了通常壳模型中角动量耦合的复杂的计算, 并根据物理上的考虑选取了少量基矢所张的小的空间就能得到很好的描述, 不仅大大减少了计算量, 而且也不难对结果作出物理解释. 投影壳模型已在稀土区的应用取得了极大的成功, 现在我们把它应用到¹⁸⁸Pb, ¹⁸⁶Pb 和¹⁹⁰Pb 这三个核上.

在我们用角动量投影壳模型对¹⁸⁸Pb 低位转动带进行计算的过程中, 用下列公式计算能隙参数 Δ_p 和 Δ_n ^[13]:

$$\Delta_p = \frac{1}{4} \{ B(N, Z-2) - 3B(N, Z-1) + 3B(N, Z) - B(N, Z+1) \}, \quad (5)$$

$$\Delta_n = \frac{1}{4} \{ B(N-2, Z) - 3B(N-1, Z) + 3B(N, Z) - B(N+1, Z) \}, \quad (6)$$

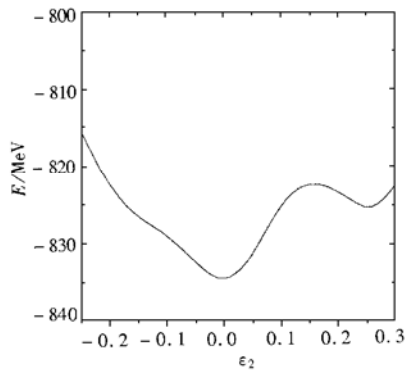


图 1 ¹⁸⁸Pb 的形变能 E_{HFB} 与四极形变参量 ϵ_2 的关系

式中 $B(N, Z-2)$, $B(N, Z-1)$... 值取自文献 [14], 其中均采用实验值, 计算结果为 $\Delta_p = 1.385$ MeV 和 $\Delta_n = 1.1125$ MeV. 用 Nilsson+BCS 方法计算了形变参量, 其中计算 Nilsson 势的参量 κ 和 μ 取自文献 [15], 在计算时取十六极形变参量 $\epsilon_4 = 0.07$ ^[14], 图 1 显示了¹⁸⁸Pb 形变能 E_{HFB} 随四极形变参量 ϵ_2 的变化情况, 我们发现图 1 中形变能有两个极小值, 分别对应于长椭球 ($\epsilon_2 = 0.25$) 和球 ($\epsilon_2 = 0$), 其中对应于其基态的形变为 $\epsilon_2 = 0$, 我们认为 $\epsilon_2 = 0.25$ 对应于我们所要计算的长椭球带, 此与从分析动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 得出¹⁸⁸Pb 对应于此带的形变为 $\beta_2 = 0.26$ 相同^[1, 16-19].

Joshi 等^[20] 指出¹⁸⁶Hg 长椭球带低自旋时 ($2^+ - 6^+$) 为一 $2-h_{9/2}$ 质子 4 空穴的带, 而我们所研究的¹⁸⁸Pb, ¹⁸⁶Pb 和¹⁹⁰Pb 此带是 4 质子 4 空穴激发占主要成分的复杂混合的带, Heese 等^[4] 指出该带中 ($10^+ - 16^+$) ΔE_v 的减小归因于 $\nu i_{13/2}$ 对的顺排. 在用角动量投影壳模型进行计算时, 在回弯前我们取 $N = 5$ 壳中 $h_{9/2}$ 子壳的 $K = 1/2, 3/2, 5/2$, $h_{11/2}$ 子壳的 $K = 9/2, 11/2$ 和 $f_{7/2}$ 子壳的 $K = 1/2, 3/2$ 的 Nilsson 能级作为质子的单粒子基, 因为在 $\epsilon_2 = 0.25$ 时, 这些轨道处于费密面的附近, 我们认为此带由质子激发到这些靠近费密面的态所产生. 回弯前不取中子的单粒子基, 于是 (1) 式变为

$$\{ \hat{P}_{M0}^+ | 0 \rangle, \hat{P}_{MK_p}^l a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ | 0 \rangle \} \quad (7)$$

回弯后取 $N = 6$ ($N = 5$) 壳中 $i_{13/2}$ (照旧) 子壳的 Nilsson 能级作为中子 (质子) 的单粒子基, 由于所取势的不同, 计算结果不能直接与实验数据进行比较, 我们以 2^+ 的实验值 724 keV 为基准进行对比, ¹⁸⁸Pb 的实验所得低位长椭球带各能级与用角动量投影壳模型计算结果的比较示于图 2 中, 其中实验值取自文献 [4], 可以看出 $2^+ - 6^+$ 能级理论计算值与实验值拟合得相当好, 回弯后 10^+ 和 12^+ 能级理论与实验值也拟合得较好, 再高就出现

差异,这主要是由于(1)式有项 $\hat{P}_{MK_n}^I a_{n_1}^+ a_{n_2}^+$ $|0\rangle$ 和项 $\hat{P}_{MK_p}^I a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ |0\rangle$ 的缘故.由此看来,现在的角动量投影壳模型还有待于改进的地方, 8^+ 为回弯前后的“转折点”, 2178.4 keV 为未考虑 $u_{13/2}$ 对顺排的计算值, 1488.7 keV 为考虑 $u_{13/2}$ 对顺排后的计算值,实际上该带顺排角动量的和缓上弯说明 $u_{13/2}$ 对是逐渐顺排的.由此计算,我们得出该带带头 0^+ 处于 611 keV 处,仅高出扁椭球带带头 40 keV,而不是如 Bijmens 等^[9]所说的高出 160 keV.

对于 ^{186}Pb , 用同样的步骤进行计算,首先由(5)和(6)式得出 $\Delta_p = 1.45$ MeV 和 $\Delta_n = 1.105$ MeV,公式中的 $B(N, Z-2)$, $B(N, Z-1) \dots$ 值也取自文献[14],并全部采用实

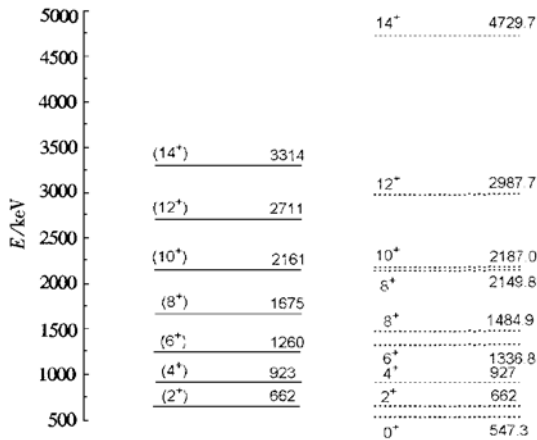


图3 实验所得 ^{186}Pb 低位长椭球带各能级与用角动量投影壳模型计算结果的比较 实线代表实验值;虚线代表拟合计算值

以 2^+ 的实验值 662 keV 为基准,符合情况与 ^{188}Pb 相同, 8^+ 为回弯前后的“转折点”, 2149.8 keV 为未考虑 $u_{13/2}$ 对顺排的计算值, 1484.9 keV 为考虑 $u_{13/2}$ 对顺排后的计算值.由此计算确认了该带的带头在 547.3 keV 处.

对于 ^{190}Pb , 在用角动量投影壳模型进行计算时,同样的道理,我们取 $N = 5$ 壳中 $h_{9/2}$ 子壳的 $K = 1/2, 3/2, 5/2$, $h_{11/2}$ 子壳的 $K = 9/2, 11/2$ 和 $f_{7/2}$ 子壳的 $K = 1/2, 3/2$ 的 Nilsson 能级作为质子的单粒子基.计算结果与实验值的比较示于图 4 中,其中实验值取自文献[3],同样,这里也以 2^+ 的实验值 1162 keV 为基准,从图 4 中可以看出该带的带

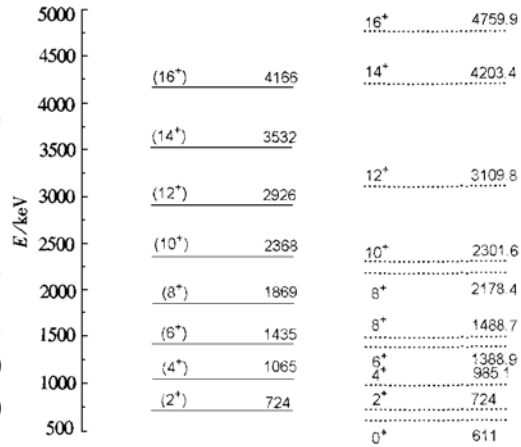


图2 实验所得 ^{188}Pb 低位长椭球带各能级与用角动量投影壳模型计算结果的比较 实线代表实验值;虚线代表拟合计算值

验值,用 Nilsson+ BCS 方法计算了形变参量,其中计算 Nilsson 势的参数 κ 和 μ 取自文献[15],在计算时取十六极形变参量 $\varepsilon_4 = 0.07$ ^[14], ^{186}Pb 形变能 E_{HFB} 随四极形变参量 ε_2 的变化情况与 ^{188}Pb 相似,对应于 ^{186}Pb 低位长椭球带的四极形变参量 $\varepsilon_2 = 0.25$,对应于其基态的形变为 $\varepsilon_2 = 0$. 同样的道理,在计算时,我们取 $N = 5$ 壳中 $h_{9/2}$ 子壳的 $K = 1/2, 3/2, 5/2$, $h_{11/2}$ 子壳的 $K = 9/2, 11/2$ 和 $f_{7/2}$ 子壳的 $K = 1/2, 3/2$ 的 Nilsson 能级作为质子的单粒子基,回弯前不取中子的单粒子基,回弯后取 $N = 6$ ($N = 5$)壳中 $i_{13/2}$ (照旧)子壳的 Nilsson 能级作为中子(质子)的单粒子基,计算结果示于图 3 中,实验值取自文献[8],其中

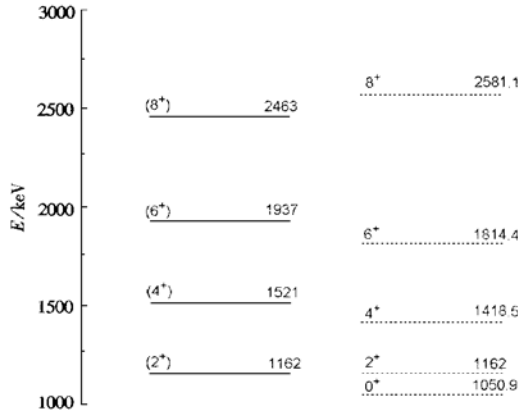


图4 实验所得 ^{190}Pb 低位长椭球带各能级与用角动量投影壳模型计算结果的比较 实线代表实验值; 虚线代表拟合计算值

所得各能级($0^+ \rightarrow 6^+$)与理论计算的比较示于图6中, 其中实验值取自文献[19], 这里以 2^+ 的实验值620.7 keV为基准, 可以看出 0^+ 的计算值与实验值仅相差14.2 keV, 由此看来我们所确认的 ^{188}Pb , ^{186}Pb 和 ^{190}Pb 带头位置是正确的.

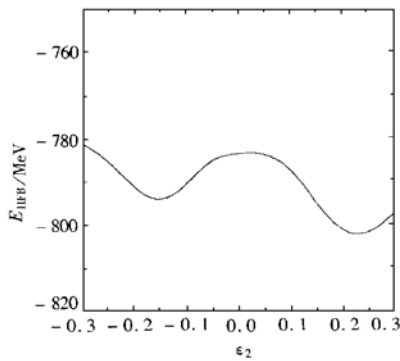


图5 ^{186}Hg 的形变能 E_{HFB} 与四极形变参量 ϵ_2 的关系

头在1050.9 keV处.

由角动量投影壳模型对 ^{188}Pb , ^{186}Pb 和 ^{190}Pb 低位长椭球带各能级所作的计算, 进而确认其带头的位置是否正确呢? 为了弄清楚该计算的有效性, 我们对与 ^{188}Pb 相应的 ^{186}Hg 低位长椭球带作了计算, 对 ^{186}Hg 作计算时 $\Delta_p = 1.245$ MeV, $\Delta_n = 1.0075$ MeV, $\epsilon_4 = 0.027$, 数据均取自文献[14]. ^{186}Hg 形变能 E_{HFB} 随四极形变参量 ϵ_2 的变化情况示于图5中, 从图5中可以看出 E_{HFB} 有两个极小值 $\epsilon_2 = -0.15$ 和 $\epsilon_2 = 0.25$, 与Delaroche等^[21]由势能面(potential energy surface)计算所得的值 $\beta_2 \approx -0.15$ 和 $\beta_2 \approx 0.29$, $\gamma = 12^\circ$ 基本相同, 分别对应于基态转动带和低位长椭球带. 实验

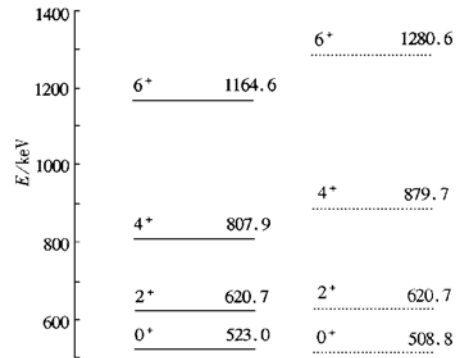


图6 实验所得 ^{186}Hg 低位长椭球带各能级与用角动量投影壳模型计算结果的比较 实线代表实验值; 虚线代表拟合计算值

3 结 语

本文用角动量投影壳模型对 ^{188}Pb , ^{186}Pb 和 ^{190}Pb 的低位长椭球带进行了研究, 首先用Nilsson+BCS方法计算了他们的形变能 E_{HFB} 随四极形变参数 ϵ_2 的变化情况, 得出形变能有两个极小值 $\epsilon_2 = 0$ 和 $\epsilon_2 = 0.25$, 分别对应于基态和我们所研究的带, 回弯前取 $N = 5$ 壳中费密面附近的Nilsson能级作为质子的单粒子基、回弯后取 $N = 6(N = 5)$ 壳中

$i_{13/2}$ (照旧)子壳的 Nilsson 能级作为中子(质子)的单粒子基进行计算, 确认了该带的带头位置, 这种带头位置的可靠性由该模型应用到 ^{186}Hg 中与实验能级的较好拟合得以证实.

- [1] F. R. May, V. V. Pashkevich, S. Frauendorf, *Phys. Lett.*, **B68**(1977), 113.
- [2] R. Bengtsson, W. Nazarewicz, *Z. Phys.*, **A334**(1989), 269.
- [3] G. D. Dracoulis, A. P. Byrne, A. M. Baxter, *Phys. Lett.*, **B432**(1998), 37.
- [4] J. Heese, K. H. Maier, H. Grawe *et al.*, *Phys. Lett.*, **B302**(1993), 390.
- [5] P. Van Duppen, E. Coenen, K. Deneffe *et al.*, *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 1861.
- [6] D. S. Brenner, R. F. Casten, W.-T. Chou *et al.*, *Phys. Lett.*, **B293**(1992), 282.
- [7] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. **2** (Benjamin, New York, 1975), p. 24.
- [8] A. M. Baxter, A. P. Byrne, G. D. Dracoulis *et al.*, *Phys. Rev.*, **C48**(1993), R2140.
- [9] N. Bijnens, I. Ahmad, A. N. Andreyev *et al.*, *Z. Phys.*, **A356**(1996), 3.
- [10] K. Hara, Y. Sun, *Nucl. Phys.*, **A529**(1991), 445.
- [11] K. Hara, Y. Sun, *Nucl. Phys.*, **A531**(1992), 221.
- [12] K. Hara, Y. Sun, *Nucl. Phys.*, **A537**(1992), 77.
- [13] Aage Bohr, Ben R. Mottelson. *Nuclear Structure*. Vol. **1** (Benjamin, New York, Amsterdam, 1969), p. 169.
- [14] P. Möller, J. R. Nix, W. D. Myers *et al.*, *At. Data Nucl. Data Tables*, **59**(1995), 185.
- [15] Jing-ye Zhang, N. Xu, D. B. Fossan *et al.*, *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 714.
- [16] W. C. Ma, A. V. Ramayya, J. H. Hamilton *et al.*, *Phys. Lett.*, **B167**(1986), 277.
- [17] R. V. F. Janssens, P. Chowdhury, H. Emling *et al.*, *Phys. Lett.*, **B131**(1983), 35.
- [18] M. G. Porquet, G. Bastin, C. Bourgeois *et al.*, *J. Phys.*, **G18**(1992), L29.
- [19] W. C. Ma, J. H. Hamilton, A. V. Ramayya *et al.*, *Phys. Rev.*, **C47**(1993), R5.
- [20] P. K. Joshi, E. F. Zganjar, D. Rupnik *et al.*, *Int. J. Mod. Phys.*, **E3**(1994), 757.
- [21] J. P. Delaroche, M. Girod, G. Bastin *et al.*, *Phys. Rev.*, **C50**(1994), 2332.

THEORETICAL STUDY OF THE LOW-LYING PROLATE BANDS IN THE NUCLEI $^{186, 188, 190}\text{Pb}^*$

SHEN SHUI-FA CHEN XUE-SHI WANG ZI-XING

SHI SHUANG-HUI GU JIA-HUI LIU JING-YI

(Shanghai Institute of Nuclear Research, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 23 November 1998)

ABSTRACT

The projected shell model is applied to the nuclei ^{186}Pb , ^{188}Pb and ^{190}Pb . The low-lying prolate bands of them are calculated and the results are compared with experimental data, the low-lying bandheads of these three nuclei are predicted, the reliability of this prediction is validated when we apply this model to the nucleus ^{186}Hg and it gives a satisfactory agreement with the experimental data.

PACC: 2110F; 2110H; 2160C

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19635030) and the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 97ZF14048) and the Foundation of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. KJ-952-S1-420).