

含非线性修正项的双光子 Jaynes-Cummings 模型中光子反聚束效应的研究^{*}

田永红¹⁾²⁾ 彭金生¹⁾ 徐大海²⁾ 陶少华²⁾

¹⁾ (华中师范大学物理系, 武汉 430079)

²⁾ (湖北荆州师范学院物理系, 荆州 434100)

(1998 年 11 月 20 日收到)

研究了一个二能级里德伯原子在计及原子散射的二级修正项时, 与单模热光场双光子相互作用系统中光子的反聚束效应, 着重讨论了非线性修正项, 双光子失谐量以及热噪声对光子反聚束效应的影响.

PACC: 4250

1 引 言

自 1976 年 Kimble 等^[1]在原子的共振荧光实验中发现光子的反聚束效应后, 人们对各种辐射场与原子相互作用系统的反聚束效应进行了广泛而深入的研究^[2-6]. 光子的反聚束效应是从实验上最先观察到的光场的非经典效应之一, 它不仅揭示了光场的量子性质, 而且还在光通讯、微弱信号检测、人类视觉系统的研究方面有着潜在的应用前景^[7]. 近年来, 由于双光子微波激光器在高 Q 微波腔中已实现了运转^[8], 在实验上观察双光子 Jaynes-Cummings (J-C) 模型中光子的反聚束效应也成为可能. 因此, 探讨系统中哈密顿的非线性项(如: 里德伯原子散射的二级修正, 高 Q 微波腔中注入 Kerr 介质等)对光子反聚束效应的影响具有实际意义. 同时实际中的信号场总是伴随热噪声的影响, 由于这种影响不可避免和难于抑制, 因此, 研究热噪声对光子的反聚束效应的影响也非常必要, 本文首先给出了热光场作用下含非线性修正项的双光子 J-C 模型中系统的态矢, 计算出了光场的一阶、二阶矩, 然后着重讨论了非线性项的强度、双光子失谐量以及热噪声对光场反聚束效应的影响. 结果表明, 上述诸因素对光场的非经典特性有负面影响, 其中非线性项的强度对光场反聚束效应的影响比失谐量的影响显著, 且两者相互抑制, 而热噪声的存在一方面使光场的反聚束效应迅速减弱或消失, 另一方面使非线性项和失谐量的负面影响加深.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 19774024)资助的课题.

2 模型与态矢

我们考察一个计及散射的二级修正项的二能级原子与单模场通过双光子过程相互作用的系统,在旋波近似下,系统的哈密顿量可写为

$$H = H_0 + H_n, \quad (1)$$

式中

$$H_0 = \Omega a^\dagger a + \omega s_3 + g(a^{\dagger 2} s_- + a^2 s_+) \quad (2)$$

为标准双光子 J-C 模型在旋波近似下的哈密顿量, $a^\dagger, a$ 为频率为 Ω 的光场的产生和湮没算符; s_3, s_+ 和 s_- 分别为本征频率为 ω 的原子的赝自旋反转、上升和下降算符; g 为原子-光场的耦合常量.

$$H_n = \chi a^\dagger a a^\dagger a \quad (3)$$

表示非线性的哈密顿量,它可以看作里德伯原子散射的二级修正项.对于类克尔介质与单模辐射场作用的有效哈密顿量可写为

$$H_{\text{Kerr}} = \chi a^{\dagger 2} a^2 = \chi a^\dagger a a^\dagger a - \chi a^\dagger a, \quad (4)$$

式中等号右端第一项与(3)式形式相同,第二项可并入(2)式.因此,在高 Q 微波腔中充满 Kerr 介质时,二能级原子与单模场作用的系统也可用上述模型来描述.

若初始为热光场,其密度算符为

$$\rho = \sum_{n=0}^{\infty} P_n |n\rangle \langle n|, \quad (5)$$

式中 $P_n = \bar{n}^n / (\bar{n} + 1)^{n+1}$ 为光子数分布函数, $\bar{n}$ 为初态场的平均光子数.原子制备于基态 $|-\rangle$ 和激发态 $|+\rangle$ 的相干叠加态

$$|\Phi_a(0)\rangle = \cos \Theta |-\rangle + \sin \Theta e^{i\phi} |+\rangle \quad 0 \leq \Theta \leq \pi/2, -\pi \leq \phi \leq \pi, \quad (6)$$

式中 Θ 的余弦、正弦分别代表原子处于基态和激发态的概率幅, ϕ 为原子相干态的位相.则原子-光场系统初始时刻的态矢为

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_n P_n (\cos \Theta |-, n\rangle + \sin \Theta e^{i\phi} |+, n\rangle), \quad (7)$$

式中 $|f_n|^2 = P_n$. 由薛定谔方程,并考虑到初始条件(7)式,可以求得系统在任意 $t > 0$ 时刻的态矢演化为

$$\begin{aligned} |\Phi(t)\rangle = & \sum_{n=0} \sin \Theta f_n e^{-i[\chi(n^2 t + (n+1)\alpha t - \phi]} \left[\cos \left[\frac{R}{2} t \right] + i \frac{\beta}{R} \sin \left[\frac{R}{2} t \right] \right] |+, n\rangle \\ & - i \sum_{n=2} \cos \Theta f_n e^{-i[\chi(n-2)^2 t + (n-1)\alpha t]} \frac{R'_0}{R'} \sin \left[\frac{R'}{2} t \right] |+, n-2\rangle \\ & + \sum_{n=0} \cos \Theta f_n e^{-i[\chi(n-2)^2 t + (n-1)\alpha t]} \left[\cos \left[\frac{R'}{2} t \right] - i \frac{\beta'}{R'} \sin \left[\frac{R'}{2} t \right] \right] |-, n\rangle \\ & - i \sum_{n=0} \sin \Theta f_n e^{-i[\chi(n^2 t + (n+1)\alpha t - \phi]} \frac{R_0}{R} \sin \left[\frac{R}{2} t \right] |-, n+2\rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$\begin{aligned}
\Omega' &= \Omega + 2\lambda, \\
R &= \{4g^2(n+1)(n+2) + [4\lambda(n+1) - \Delta]^2\}^{1/2}, \\
R' &= \{4g^2n(n-1) + [4\lambda(n-1) - \Delta]^2\}^{1/2}, \\
R_0 &= 2g\sqrt{(n+1)(n+2)}, \quad R'_0 = 2g\sqrt{n(n-1)}, \\
\beta &= 4\lambda(n+1) - \Delta, \quad \beta' = 4\lambda(n-1) - \Delta.
\end{aligned} \quad (9)$$

R, R' 为量子光场的拉比振荡频率, $\Delta = \omega - 2\Omega$ 为光场频率与原子本征频率之间的双光子失谐量. 求出系统的态矢(8)式后, 就可以讨论原子和光场的量子性质.

3 光子的反聚束效应

为了讨论光子的统计性质, 引入函数

$$V(t) = \langle a^{\dagger 2} a^2 \rangle - \langle a^{\dagger} a \rangle^2, \quad (10)$$

式中 $\langle a^{\dagger} a \rangle$ 和 $\langle a^{\dagger 2} a^2 \rangle$ 分别表示量子场的一阶矩、二阶矩. 由(7)式, 不难得出

$$\langle a^{\dagger} a \rangle = \langle \Phi(t) | a^{\dagger} a | \Phi(t) \rangle = \bar{n} + 2(\sin^2 \Theta - q^2 \cos^2 \Theta) \sum_{n=0} P_n \frac{R_0^2}{R^2} \sin^2 \left[\frac{R}{2} t \right], \quad (11)$$

$$\langle a^{\dagger 2} a^2 \rangle = \langle \Phi(t) | a^{\dagger 2} a^2 | \Phi(t) \rangle = 2\bar{n}^2 + 2(\sin^2 \Theta - q^2 \cos^2 \Theta) \sum_{n=0} P_n (2n+1) \frac{R_0^2}{R^2} \sin^2 \left[\frac{R}{2} t \right], \quad (12)$$

式中 $q = P_{n+1}/P_n = \bar{n}/(\bar{n}+1)$. 若 $V(t) > 0$ 时, 光场呈现聚束效应和超泊松光子统计, 属经典光场; 而 $V(t) < 0$ 时, 光场呈现反聚束效应和亚泊松光子统计, 属量子光场. 下面我们就根据(10)式来讨论光场的光子统计性质.

4 讨 论

由(11)和(12)式可以看出, 光场的一阶矩、二阶矩与原子的初态有关, 图1描绘了不同初态下, $V(t)$ 的演化规律, 从图1中可以看出, 初始处于激发态的原子与光场作用的系统光子具有较强的反聚束效应. 产生上述现象的原因可以从(11)式看出, 在 $t \neq 0$ 时, 激发态($\Theta = \pi/2$)的平均光子数比 $\bar{n}$ 要大, 因而在观察点上得到两个光子同时到达的概率就小, 故光子的反聚束效应强; 相反, 在 $t \neq 0$ 时, 基态($\Theta = 0$)的平均光子数比 $\bar{n}$ 要小, 在观察点上得到两个光子同时到达的概率就大, 故光子的反聚束效应就弱.

由(11), (12)式知, $V(t)$ 还与参数 $\bar{n}, \lambda, \Delta$ 有关. 下面讨论初始处于激发态的原子在真空态($\bar{n} = 0$)和热混态($\bar{n} \neq 0$)两种情况下, $V(t)$ 的时间演化规律.

4.1 $\bar{n} = 0$ 的情形

将 $\bar{n} = 0, \Theta = \pi/2$ 代入(11)和(12)式, 得到

$$\langle a^{\dagger} a \rangle = \frac{4g^2}{g^2 + (2\lambda - \Delta/2)^2} \sin^2 \left[\left(g^2 + \left(2\lambda - \frac{1}{2}\Delta \right)^2 \right)^{1/2} t \right], \quad (13)$$

$$\langle a^{\dagger 2} a^2 \rangle = \frac{8g^2}{g^2 + (2\lambda - \Delta/2)^2} \sin^2 \left[\left(g^2 + \left(2\lambda - \frac{1}{2}\Delta \right)^2 \right)^{1/2} t \right]. \quad (14)$$

利用数值计算方法, 可以分别讨论非线性项的强度及双光子失谐量对光子的反聚束效应的影响. 图 2 和图 3 分别描述了 $\lambda=0$ 和 $\Delta=0$ 时 $V(t)$ 的时间演化规律.

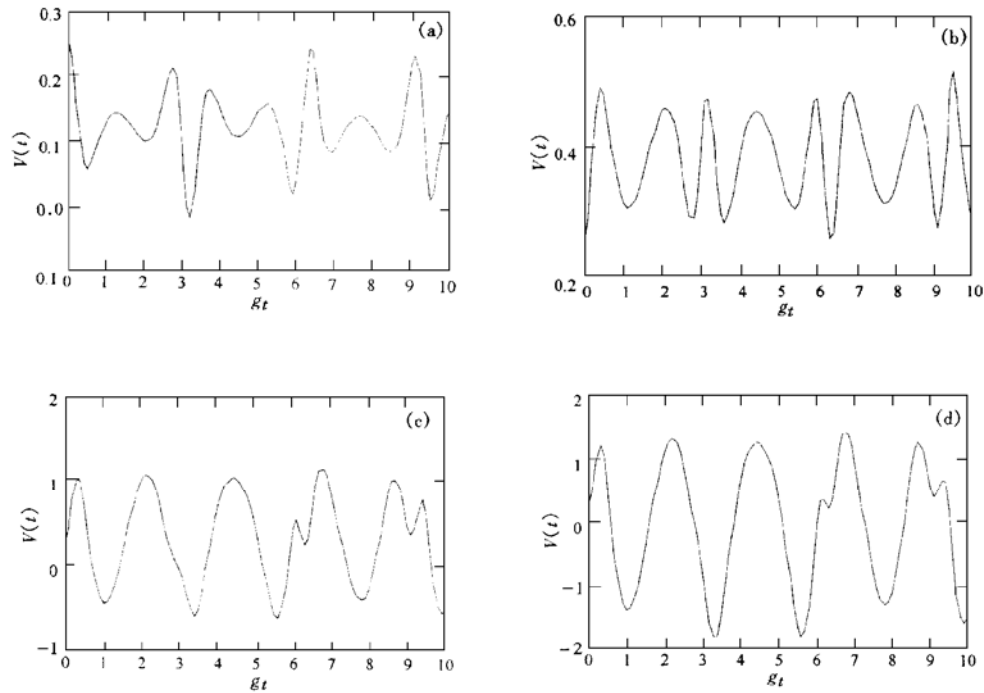


图 1 不同初态下 $V(t)$ 的演化规律 ($\bar{n}=0.5, \Delta=\lambda=0$) (a) $\Theta=0$; (b) $\Theta=\pi/6$; (c) $\Theta=\pi/3$; (d) $\Theta=\pi/2$

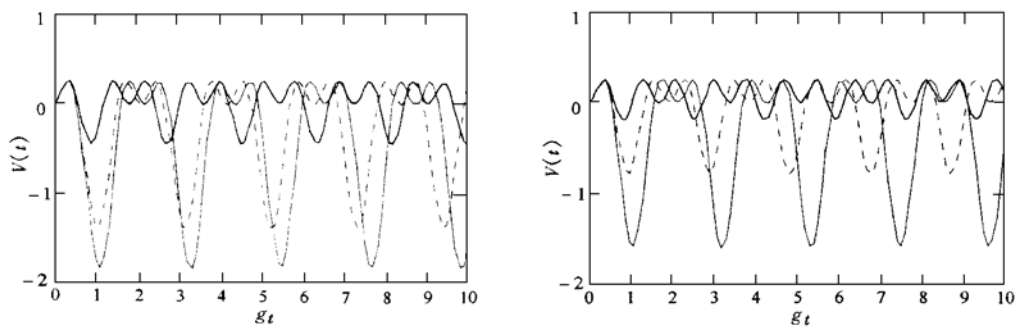


图 2 失谐量对 $V(t)$ 的时间演化的影响 ($\lambda=0, \bar{n}=0$) $\Delta=0.5g$ (细实线); $\Delta=1g$ (虚线); $\Delta=2g$ (粗实线)

图 3 非线性项的强度对 $V(t)$ 的时间演化的影响 ($\Delta=0, \bar{n}=0$) $\lambda=0.2g$ (细实线); $\lambda=0.4g$ (虚线); $\lambda=0.6g$ (粗实线)

由图 2(图 3)可以看出, 在真空初态场作用下, $V(t)$ 作较规则的周期振荡, 且随 $\Delta(\lambda)$ 的增加, 振荡频率变快, 最小值变大, 即光场的光子具有反聚束效应的次数增多, 但每次持

续时间变短, 强度迅速减弱, 直至消失. 比较图 2 与图 3 还可以看出, $V(t)$ 对 λ 的变化反应迅速, 即非线性强度对光子反聚束效应的影响较大, 而失谐量的影响相对较弱.

由(13)和(14)式还可以看出, 系统中失谐量和非线性项的强度对光子反聚束效应的影响互相抑制, 特别是当 $\Delta = 4\lambda$ 时, 两种影响互相抵消. 因此, 通过调整光场的频率可减小、甚至消除非线性修正项对光子反聚束效应的影响.

4.2 $\bar{n} \neq 0$ 的情形

在高 Q 微波腔中存在热噪声的情况下, 数值计算结果表明, 热混态场的存在能严重干扰和破坏反聚束效应的呈现, 即热混态场对光场的非经典特性有负面影响. 如图 4 和图 5

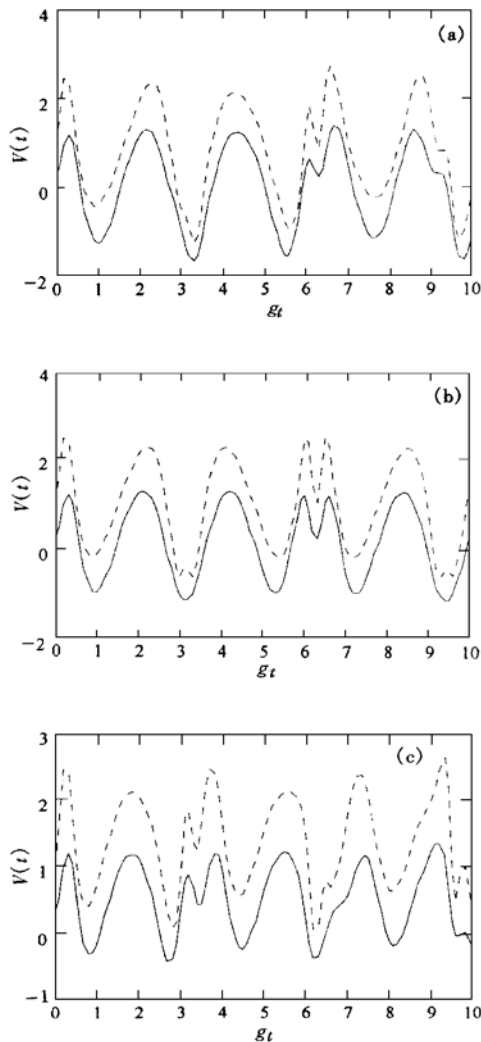


图 4 失谐量对 $V(t)$ 的时间演化的影响 ($\lambda = 0$) $\bar{n} = 0.5$ (实线); $\bar{n} = 1$ (虚线); (a) $\Delta = 0.5g$; (b) $\Delta = 1g$; (c) $\Delta = 2g$

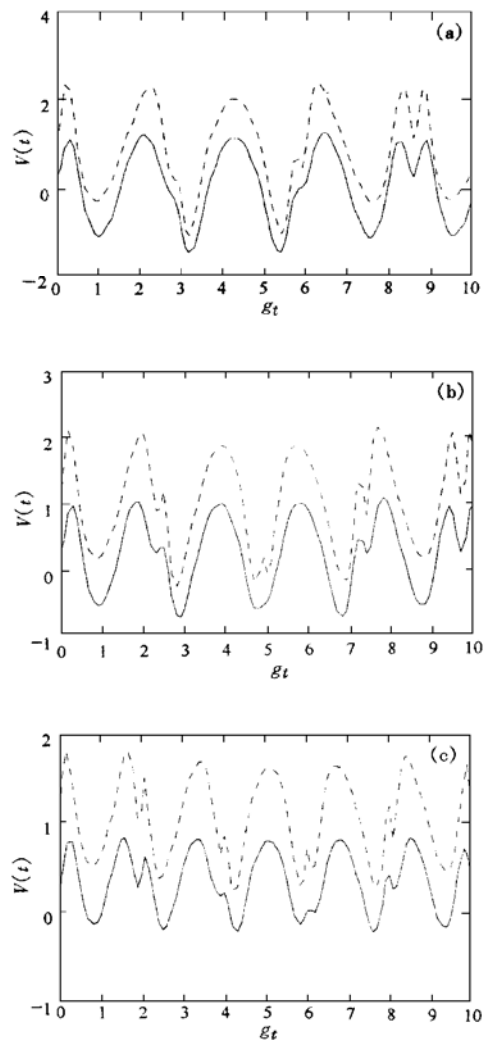


图 5 非线性项的强度对 $V(t)$ 的时间演化的影响 ($\Delta = 0$) $\bar{n} = 0.5$ (实线); $\bar{n} = 1$ (虚线); (a) $\lambda = 0.2g$; (b) $\lambda = 0.4g$; (c) $\lambda = 0.6g$

所示, 随着 $\bar{n}$ 的增加, 光子的反聚束效应迅速减弱, 甚至消失, 而且随着 $\bar{n}$ 的增加非线性项的强度 λ 和双光子失谐量 Δ 对光子反聚束效应的负面影响更加显著.

5 结 论

本文运用全量子理论研究了一个二能级原子与单模热光场通过双光子相互作用的非线性 J-C 模型系统中光子的反聚束效应特征. 结果表明, 非线性修正项、双光子失谐量以及热噪声均对光子反聚束效应产生负面影响. 其中 $V(t)$ 对非线性强度 λ 的改变反应灵敏, 而失谐量的影响相对较弱. 在二者同时存在的情况下, λ 与 Δ 对光子反聚束效应的影响互相抑制, 特别是, 在单模真空场作用下的非线性双光子 J-C 模型系统中, 当 $\Delta = 4\lambda$ 时, 光子的反聚束效应将不受 λ, Δ 的影响. 热噪声的存在不仅会削弱光子的反聚束效应, 而且还会导致失谐量和非线性作用强度的负面影响加强.

- [1] H. J. Kimble, M. Dagenais and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.*, **39**(1977), 691.
- [2] 刘正东, 物理学报, **36**(1987), 1645 [Liu Zheng-dong, *Acta Physica Sinica*, **36**(1987), 1645(in Chinese)].
- [3] 刘惠恩、方卯发、贾兆平, 光学学报, **14**(1994), 709 [Liu Hui-en, Fang Mao-fa, Jia Zhao-ping, *Acta Optica Sinica*, **14**(1994), 709(in Chinese)].
- [4] 谢瑞华、刘敦恒, 光学学报, **16**(1996), 933 [Xie Rui-hua, Liu Dun-huan, *Acta Optica Sinica*, **16**(1996), 933(in Chinese)].
- [5] 赖云忠、李卫东、梁九卿, 物理学报, **47**(1998), 1489 [Lai Yun-zhong, Li Wei-dong, Liang Jiu-qing, *Acta Physica Sinica*, **47**(1998), 1489(in Chinese)].
- [6] 王晓光、于荣金、于桦, 光子学报, **27**(1998), 304 [Wang Xiao-guang, Yu Rong-jin, Yu Yie, *Acta Photonica Sinica*, **27**(1998), 304(in Chinese)].
- [7] 何林生、郭光灿, 量子电子学, **2**(1985), 375 [He Lin-sheng, Guo Guang-can, *Chinese J. Quantum Electronics*, **2**(1985), 375(in Chinese)].
- [8] S. Haroche and D. Klepper, *Phys. Today*, **42**(1989), 24.

PHOTON ANTIBUNCHING IN THE TWO-PHOTON JAYNES-CUMMINGS MODEL WITH A NONLINEAR CORRECTION TERM^{*}

TIAN YONG-HONG^{a)b} PENG JIN-SHENG^{a)} XU DA-HAI^{b)} TAO SHAO-HUA^{b)}

^{a)}(*Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070*)

^{b)}(*Department of Physics, Jingzhong Normal College, Jingzhong 434100*)

(Received 20 November 1998)

ABSTRACT

The effects of photon antibunching in the interaction system of a two-level Rydberg atom with a single-mode thermal field via two-photon processes are studied, by considering the second-order correction of atomic scattering. The influences of the nonlinear correction term, the two photon frequency detuning and the thermal noise on the photon antibunching are discussed.

PACC: 4250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19774024).