

叠加激发相干态的非经典性质*

路 洪¹⁾²⁾ 郭光灿²⁾

1) (佛山科学技术学院应用物理与通信工程系, 佛山 528000)

2) (中国科学技术大学物理系和非线性科学中心, 合肥 230026)

(1998 年 12 月 4 日收到)

两个强度相同相位不同的激发相干态的叠加态呈现出多种非经典的特征. 在一定的条件下, 随着相位差的变化, 叠加态的平均光子数出现类似于 Rabi 振荡的崩塌和复原现象, 光场的正交分量压缩和亚泊松分布都比单个激发相干态得到增强.

PACC: 4250; 3280

1 引 言

寻找新的具有非经典特征的光量子态一直是量子光学中令人关注的问题. 近年来, 已有不少作者提出了产生各种非经典态的方案, 并研究了这些态的性质^[1,2]. 构造新的量子态有多种方法, 其中的一种方法是利用量子力学中的态叠加原理. 已经有作者研究了福克态^[3]、相干态^[4-7]、压缩态^[8,9]、位移数态^[10,11]等量子态的叠加态的产生方法以及态的非经典性质. 最近, Dodonov^[12]等又引入了一种新的量子态即激发奇偶相干态. 这种态可视为由两个强度相同, 相位差为 π 的激发相干态^[13]叠加而成, 它展现出光子亚泊松分布等非经典特性. 现已知道, 叠加态光场的非经典效应与相位空间的干涉效应有密切关系^[4]. 为了更清楚地看到被叠加的两个态之间的相位之差对光场特性的影响, 在本文中我们考虑两个强度相同、相位互为共轭的激发相干态 $|\alpha, m\rangle$ 和 $|\alpha^*, m\rangle$ 的叠加, 激发奇偶相干态可看作我们引入态的特殊情形. 结果显示, 当两个态间的相位差发生变化时, 叠加态的平均光子数也随之发生变化, 当激发相干态的强度较大时, 随着相位差的改变, 叠加态的平均光子数表现出类似于 Rabi 振荡的周期性崩塌与复原现象. 这种叠加态还能展现出比激发相干态更强的正交分量压缩和光子的亚泊松分布.

2 叠加的激发相干态

激发相干态又被称为附加光子数相干态, 它被定义为^[13]

$$|\alpha, m\rangle = \frac{a^{+m}|\alpha\rangle}{\langle\alpha|a^m a^{+m}|\alpha\rangle^{1/2}} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 19874056)资助的课题.

式中的归一化因子

$$\langle \alpha | a^m a^{+m} | \alpha \rangle = L_m(-|\alpha|^2) m!, \quad (2)$$

其中 $L_m(x)$ 是拉盖尔多项式,

$$L_m(x) = \sum_{n=0}^m \frac{(-x)^n m!}{(n!)^2 (m-n)!}. \quad (3)$$

于是(1)式可以写为

$$| \alpha, m \rangle = \frac{a^{+m} | \alpha \rangle}{(L_m(-|\alpha|^2) m!)^{1/2}} = \frac{\exp(-|\alpha|^2)}{(L_m(-|\alpha|^2) m!)^{1/2}} \sum_{n=0}^m \frac{\alpha^n \sqrt{(m+n)!}}{n!} | n + m \rangle. \quad (4)$$

文献[13]证实了激发相干态是非经典态, 它表现出正交分量的压缩和光子的亚泊松分布.

在本文中我们研究如下的叠加态

$$| \phi \rangle = c(| \alpha, m \rangle + \exp(i\phi) | \alpha^*, m \rangle) \quad (5)$$

的光子统计性质. 设 $\alpha = r \exp(i\theta)$, (5)式可以写为

$$| \phi \rangle = c(| r e^{i\theta}, m \rangle + e^{i\phi} | r e^{-i\theta}, m \rangle), \quad (6)$$

式中 c 是归一化常数. 当 θ 从 0 变到 π 时, 被叠加的两个态之间的相位差从 0 变到 2π , 当 $\theta = 0$, (6)式表示单个激发相干态; 当 $\theta = \pi/2$, $\phi = 0$ 或 π 时, (6)式分别代表偶的或奇的激发相干态. 为了计算算符 a 和 a^+ 在上式中的各阶矩, 将 $a^n a^{+m}$ 置于正规排列

$$a^n a^{+m} = \sum_{k=0}^m \frac{m! n! a^{+k} a^{k+n-m}}{(m-k)! (n-m+k)! k!} \quad (n > m). \quad (7)$$

结合(4), (6), (7)式, 不难得到

$$\langle \phi | \phi \rangle = |c|^2 \left| 2 + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{L_m(-\alpha^2) \exp(-r^2 + \alpha^2)}{L_m(-r^2)} \right] \right| = 1, \quad (8)$$

$$|c|^2 = \left| 2 + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{L_m(-\alpha^2) \exp(-r^2 + \alpha^2)}{L_m(-r^2)} \right] \right|^{-1}, \quad (9)$$

$$\langle a \rangle = \frac{2|c|^2}{L_m(-r^2)} \operatorname{Re} [\alpha L_m^{(1)}(-r^2) + \exp(i\phi - r^2 + \alpha^2) \alpha L_m^{(1)}(-\alpha^2)], \quad (10)$$

$$\langle a^2 \rangle = \frac{2|c|^2}{L_m(-r^2)} \operatorname{Re} [\alpha^2 L_m^{(2)}(-r^2) + \exp(i\phi - r^2 + \alpha^2) \alpha^2 L_m^{(2)}(-\alpha^2)], \quad (11)$$

$$\langle aa^+ \rangle = \frac{2|c|^2 (m+1)}{L_m(-r^2)} [L_{m+1}(-r^2) + \operatorname{Re}(\exp(i\phi - r^2 + \alpha^2) L_{m+1}(-\alpha^2))], \quad (12)$$

$$\langle a^2 a^{+2} \rangle = \frac{2|c|^2 (m+2)(m+1)}{L_m(-r^2)} [L_{m+2}(-r^2) + \operatorname{Re}(\exp(i\phi - r^2 + \alpha^2) L_{m+2}(-\alpha^2))], \quad (13)$$

其中 $L_m^{(k)}$ 是缩合拉盖尔多项式

$$L_m^{(k)}(x) = \sum_{n=0}^m \frac{(m+k)!}{(m-n)! n! (k+n)!} (-x)^n \quad (k > -1). \quad (14)$$

3 非经典性质

下面我们计算(6)式所表示的叠加态中的光子平均数 n_0 , Mandel 参量 Q 及光场的相位正交分量的方差. 由于参量 ϕ 对我们后面的结论没有原则性的影响, 下面只给出 $\phi=0$ 的结果.

光子平均数为

$$n_0 = \langle aa^+ \rangle - 1 = \frac{(m+1)[L_{m+1}(-r^2) + \operatorname{Re}(\exp(-r^2 + a^2)L_{m+1}(-a^2))]}{L_m(-r^2) + \operatorname{Re}[\exp(-r^2 + a^2)L_m(-a^2)]}. \quad (15)$$

对于单个激发相干态, 它的光子统计分布显然是与相位因子无关的(见(4)式), 但是(15)式表明, 对于叠加态而言, 光子平均数 n_0 与相位因子 θ 有十分密切而复杂的关系($a = r \exp(i\theta)$). 图 1 给出了当参数 $r=1$, $m=0, 1, 3$ 时, n_0 随 θ 变化的曲线, $m=0$ 对应于相干态. 图 2 表明, 当 r 较大时, 随着 θ 的变化, 平均光子数 n_0 表现出类似于 J-C 模型中 Rabi 振荡的周期性崩塌与复原现象. 在 $\theta=0, \pi, 2\pi$ 附近, n_0 剧烈振荡, 而在 θ 取其它值时, n_0 几乎保持不变. 这一特点与将两个相干态叠加起来后得到的结果类似, 文献[5]将它归因于相位空间的量子干涉效应.

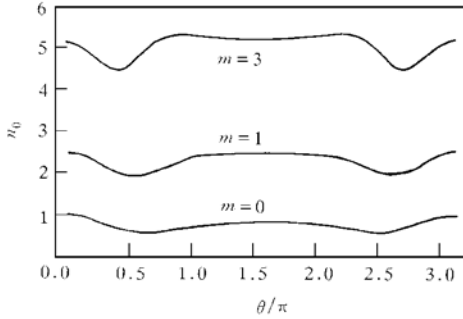


图 1 叠加态的平均光子数 n_0 与 θ 的关系 $r=1$, $m=0, 1, 3$

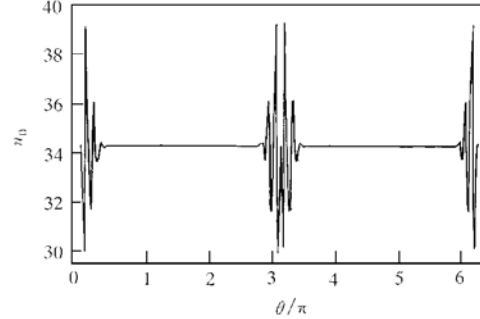


图 2 当 r 较大时, n_0 - θ 曲线呈周期性崩塌与复原 $r=5$, $m=5$

Mandel Q 参量反映了光子数分布对泊松分布的偏离, 是一个重要的统计参量. 它定义为^[14]

$$Q = \frac{\langle (a^+ a)^2 \rangle - \langle a^+ a \rangle^2}{\langle a^+ a \rangle}. \quad (16)$$

将(16)式中的算符 a 和 a^+ 置于反正规排列

$$Q = \frac{\langle a^2 a^{+2} \rangle - \langle aa^+ \rangle^2 - \langle aa^+ \rangle}{\langle aa^+ \rangle - 1}, \quad (17)$$

式中 $\langle aa^+ \rangle$ 和 $\langle a^2 a^{+2} \rangle$ 由(12)和(13)式给出.

图 3 是(17)式的数值结果. 图中显示, 对于 $r=1$, $m=1, 5$ 时, Q 总是小于 1 的, 即光场是亚泊松分布的. 对于同样的 r , m 越大, 光场偏离泊松分布越远, 而且 θ 取某些值时,

叠加态的 Q 值比单个态(对应于 $\theta=0$)的 Q 值要小, 即偏离泊松分布更远.

最后, 我们计算光场的压缩. 定义光场的正交分量

$$a_1 = \frac{1}{2}(a + a^*), \quad a_2 = \frac{1}{2i}(a - a^*). \quad (18)$$

对于(6)式表示的态,

$$\Delta a_1^2 = \frac{1}{4}(2\langle aa^+ \rangle - 1 + 2\langle a^2 \rangle - 4\langle a \rangle^2), \quad (19)$$

$$\Delta a_2^2 = \frac{1}{4}(2\langle aa^+ \rangle - 1 - 2\langle a^2 \rangle). \quad (20)$$

当 Δa_1^2 或 Δa_2^2 小于 $1/4$, 称相应的正交分量被“压缩”了.

图 4 表明 $r=2, m=0, 1, 3$ 时, Δa_1^2 随 θ 的变化规律. 从图中可以看到, 叠加的激发相干态比单个激发相干态可以有程度更深的压缩, 且 m 越大, 压缩越深. 而文献[12]指出, 激发的奇偶相干态并不表现出正交分量压缩. 这一结果在我们的图中也可以看出(对应于 $\theta=\pi/2$). 光场的另一个正交分量 a_2 则无论怎样选取参数 r 和 m 都不会出现压缩(未画出).

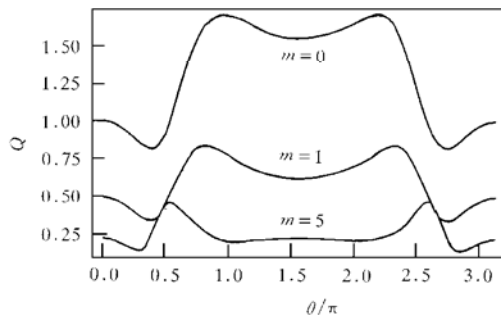


图 3 叠加态的 Q 参量与 θ 的关系 $r=1, m=0, 1, 5$

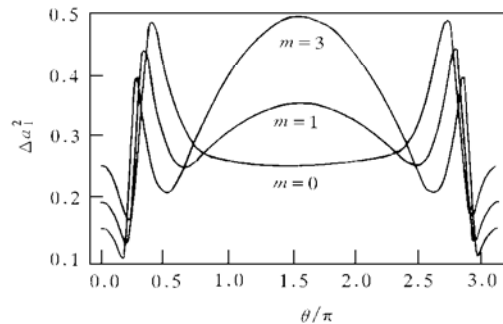


图 4 叠加态的相位正交分量的方差 Δa_1^2 与 θ 的关系 $r=2, m=0, 1, 3$

4 叠加激发相干态的制备

Agarwal 等^[13]曾提出可用激发态的原子与相干态光的相互作用来制备激发相干态. 这一方法稍作改变同样适用于制备叠加的激发相干态. 下面我们简述这一方法.

先将光腔内的光场制备成两个相干态的叠加态^[5, 15]

$$|\phi_F(0)\rangle = c(|\alpha\rangle + \exp(i\phi)|\alpha^*\rangle). \quad (21)$$

然后向腔内注入一个处于激发态的二能级原子. 设原子与腔场的相互作用哈密顿量为

$$H_I = gS^+ a^m + g^* S^- a^{+m}. \quad (22)$$

若相互作用时间很短, $gt \ll 1$, 则 t 时刻体系的态矢为

$$\begin{aligned} |\phi(t)\rangle &= \exp(-iHt)|\phi_F(0)\rangle|e\rangle \\ &\approx |\phi_F(0)\rangle|e\rangle - i(gS^+ a^m + g^* S^- a^{+m})t|\phi_F(0)\rangle|e\rangle \end{aligned}$$

$$= |\Phi_F(0)\rangle |e\rangle - itg^* a^{\dagger m} |\Phi_F(0)\rangle |g\rangle. \quad (23)$$

此时对原子所处的状态进行选择测量, 假定测得原子处于基态, 则光场塌缩至

$$\begin{aligned} |\Phi_F(t)\rangle &= -ig^* t a^{\dagger m} |\Phi_F(0)\rangle \\ &= c(|\alpha, m\rangle + \exp(i\phi) |\alpha^*, m\rangle), \end{aligned} \quad (24)$$

即为(5)式.

我们也可以将制备上述叠加态的步骤改变一下, 即先将腔场制备成激发相干态^[13], 然后再利用原子与场的非共振相互作用对腔场的相位进行调制^[15], 从而制备出所需的叠加激发相干态. 考虑到(22)式所示的多光子过程发生的概率很小, 还可以对上述方法作一点改进, 即考虑如下单光子相互作用过程

$$H_I = gS^+ a + g^* S a^{\dagger}, \quad (25)$$

让处于激发态的原子逐个飞越光腔, 然后对射出腔外的原子进行多次选择测量, 如果连续测得 m 个原子都处于基态, 则可以断定腔场已从(21)式演变成了(5)式.

5 结 论

我们引入了一种介于数态和叠加相干态之间的新的量子态, 即叠加的激发相干态. 激发奇偶相干态是这种态的特殊情况. 它不同于 Dantas 等最近引入的同样介于数态和叠加相干态之间的叠加的位移数态. 我们证明这种态能展现出比激发相干态更强的正交分量压缩和光子亚泊松分布. 被叠加的两个态之间的相位之差强烈地影响着场的光子统计, 当场强较大时, 平均光子数表现出类似于 Rabi 振荡的崩塌与复原现象.

- [1] R. Loudon, P. L. Knight, *J. Mod. Opt.*, **34**(1987), 709.
- [2] *J. Mod. Opt.*, **44**(1997), Special Issue on Quantum State Preparation and Measurement, 2021.
- [3] K. Wódkiewicz, P. L. Knight, S. J. Buckle, S. M. Barnett, *Phys. Rev.*, **A35**(1987), 2567.
- [4] W. Schleich, M. Pernigo, F. L. Kien, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 2172.
- [5] B. M. Garraway, B. Sherman, H. M. Cessa, P. L. Knight, G. Karizki, *Phys. Rev.*, **A49**(1994), 535.
- [6] C. Chai, *Phys. Rev.*, **A46**(1992), 7187.
- [7] G. C. Guo, S. B. Zheng, *Opt. Commun.*, **133**(1997), 142.
- [8] K. Zhu, Q. Wang, X. Li, *J. Opt. Soc. Am.*, **B10**(1993), 1287.
- [9] Z. Z. Xin, D. B. Wang, M. Hirayama, K. Matuoto, *Phys. Rev.*, **A50**(1994), 2865.
- [10] C. M. A. Dantas, J. R. Queiroz *et al.*, *J. Mod. Opt.*, **45**(1998), 1085.
- [11] H. M. Cessa, *J. Mod. Opt.*, **42**(1995), 1741.
- [12] V. V. Dodonov, *Quantum Semiclass. Opt.*, **8**(1996), 413.
- [13] G. S. Agarwal, K. Tara, *Phys. Rev.*, **A43**(1991), 492.
- [14] L. Mandel, *Opt. Lett.*, **4**(1979), 205.
- [15] G. C. Guo, S. B. Zheng, *Phys. Lett.*, **A223**(1996), 332.

NON-CLASSICAL PROPERTIES OF STATES GENERATED BY THE SUPERPOSITION OF EXCITED COHERENT STATES*

LU HONG¹⁾²⁾ GUO GUANG-CAN²⁾

1)(*Department of Applied Physics and Communication Engineering,
University of Science and Technology of Foshan, Foshan 528000*)

2)(*Department of Physics and Nonlinear Science Center,
University of Science and Technology of China, Hefei 230026*)

(Received 4 December 1998)

ABSTRACT

The superposition of two excited coherent states of identical intensity but different phases yields a state that can exhibit varied non-classical characteristics. Under suitable conditions, as the phase difference changes, the mean photon number of the superposition state exhibits oscillations in a manner similar to the phenomenon of collapses and revivals of Rabi oscillations; phase squeezing and sub-Poissonian character of the field in such states are stronger than those of single excited coherent state.

PACC: 4250; 3280

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19874056).