

直流等离子体弧温度测量与模拟 计算结果的比较

邵其鋈 何 煜 郭文康 须 平 臧德鸿

(复旦大学现代物理研究所, 上海 200433)

(1999 年 1 月 2 日收到)

介绍在等离子体弧符合局部热力学平衡条件下, 计算自由燃烧弧的温度、速度和电势场分布的方法. 把计算结果与用电荷耦合器件技术的光谱法等离子体温度测量数据进行了比较, 理论计算和实验结果符合得较好.

PACC: 5225; 5265; 5270

1 引 言

大气压下自由燃烧弧已广泛应用于焊接、电弧加热炉、高压灭弧开关等工业领域. 为了定量分析电弧特性以及与被加热体之间的热交换过程, 借助于计算机模拟分析自由电弧温度、速度、电势场分布显得十分重要. 至今已有不少工作电流在 100—300 A 条件下, 自由氩弧的数值分析文章^[1-3]. 由于等离子体弧中存在着电、磁、热和流体动力学等相互作用, 在数学上还必须同时求解由质量、动量、能量和电流守恒方程所组成的相互耦合的非线性偏微分方程组, 使处理上述问题具有相当难度.

本文基于等离子体弧满足局部热力学平衡(LTE)条件, 介绍二维质量、动量和能量守恒方程, 用有限差分法和压力耦合方程的半隐方法(SIMPLE)算法求解上述方程组. 本文与前面提及的文献主要不同之处是: (1) 考虑到阳极表面过大的温度梯度给计算带来的困难, 本计算采用非均匀网格划分; (2) 同时考虑阳极表面边界层电子温度和重粒子温度(处于双温状态), 在计算电导率时采用了简化的双温模型; (3) 本计算发现阴极表面温度边界条件对绝大部分计算区域的解是不灵敏的, 因此计算中该边界条件可以允许有较大的任意性, 不像有些文章^[1]所指出的那样, 必须采用实验值边界条件.

在测量方面, 本文描述用电荷耦合器件(CCD)成像法, 获取一个大气压氩等离子体弧 696.5 nm 谱线的辐射强度分布, 然后通过 Abel 变换及计算机数据处理获得等离子体的温度场分布. 由于我们用 CCD 器件一次成像法替代常用的光电倍增管逐点扫描法^[3, 4]测量等离子体弧温度分布, 使本测量方法具有稳定可靠, 时间、空间分辨率高和较好的光强分辨率等优点, 克服了电弧放电中各种不稳定因素给测量带来的误差.

在相同工作条件(主要指工作电流 $I = 150$ A、阴极几何尺寸、阴极与阳极间的距离等)下, 我们用以上介绍的方法测量并模拟计算了工作区域内的温度场分布, 结果表明两

者比较一致.

2 模拟计算

2.1 物理模型

1) 基本假设

本计算基于如下假设: (1) 假定等离子体弧处于局部热力学平衡状态; (2) 假定等离子体弧为稳定的、轴对称的, 并处于层流状态, 不考虑湍流过程; (3) 忽略由于黏滞效应引起的耗散及重力.

阳极表面双温度模拟计算结果^[5]表明, 靠近阳极表面重离子温度急剧下降, 而电子温度按一定的斜率缓慢减少(见文献[5]的图2). 如果在阳极近区简单的使用单温度流体模型, 则势必导致在阳极表面层电导率急剧减少, 使计算结果失真. 为此, 我们参照文献[5]对该区域电导率 $\sigma(T)$ 计算中的温度作线性化处理,

$$T(z) = T(z_0) - k(z_a - z) \quad (z \geq z_0),$$

其中 z 是轴向坐标, z_0 是重离子与电子温度开始有差异时的坐标, z_a 是阳极坐标. 本计算中我们取 $z_0 = 13.16$ mm, $z_a = 13.49$ mm.

2) 主要方程

根据以上假设, 从质量、径向动量、轴向动量及能量守恒出发, 采用柱坐标 (r, z, θ) 可得以下基本方程^[1]:

质量守恒方程为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0; \quad (1)$$

径向动量守恒方程为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r^2) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z v_r) \\ &= - \frac{\partial P}{\partial r} - j_z B_0 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[2r \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right] - 2 \eta \frac{v_r}{r^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

轴向动量守恒方程为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r v_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z^2) \\ &= - \frac{\partial P}{\partial z} + j_z B_0 + \frac{\partial}{\partial z} \left[2 \eta \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \eta \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right] + \rho g; \end{aligned} \quad (3)$$

能量守恒方程为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho h v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho h v_z) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{rk}{C_p} \frac{\partial h}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k}{C_p} \frac{\partial h}{\partial z} \right] + \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} - U. \end{aligned} \quad (4)$$

(1)–(4) 式定义了 4 个需求解的物理量, 它们分别是压力 $P(r, z)$ 、径向速度 $v_r(r, z)$ 、

轴向速度 $v_z(r, z)$ 及焓 $h(r, z)$ (或温度 $T(r, z)$). 其输入参数分别是: 密度 $\rho(T)$ 、黏度 $\eta(T)$ 、比热 $C_p(T)$ 、辐射系数 $U(T)$ 、热导率 $k(T)$ 、电导率 $\sigma(T)$, 它们都与温度 T 有关.

电流密度分量 $j_r(r, z)$ 及 $j_z(r, z)$ 由以下两个方程确定:

电流连续性方程

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \sigma \frac{\partial V}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right] = 0. \quad (5)$$

欧姆定律

$$j_r = -\sigma \frac{\partial V}{\partial r}, \quad j_z = -\sigma \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (6)$$

(2), (3) 式中的自感磁场强度 B_0 由 Maxwell 方程得到,

$$B_0 = \frac{\mu_0}{r} \int_0^r \xi j_z(\xi) d\xi, \quad (7)$$

其中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ 为真空中磁导率.

从上述偏微分方程组 (1) — (7) 可以得到等离子体压力、径向和轴向速度、温度和电势, 它们与电极形状、间距、输入电流以及与温度有关的工作气体氩的输入参数等因素有关.

3) 通用方程

守恒和平衡方程可以写成统一形式, 即

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \text{div}(\rho v \phi) = \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad} \phi) + S_\phi. \quad (8)$$

上式由 4 种类型的项构成, 它们是不稳定项、对流项、扩散项及源项, 其中 v 是速度向量、 ϕ 是通用变量、 Γ_ϕ 和 S_ϕ 是与 ϕ 相对应的广义扩散系数及广义源项. 考虑到我们研究对象是稳态的, 并且采用柱坐标, (8) 式可改写成

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r \phi) = \frac{\partial}{\partial z} \left[\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] + S_\phi. \quad (9)$$

这样, 为了求解方程组 (1) — (5), 只需按表 1 所列出不同的 ϕ , Γ_ϕ , S_ϕ 及 ρ , 编写 (9) 式一个通用程序即可.

表 1 方程 (1) — (5) 的 Γ_ϕ , S_ϕ

守恒种类	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ	ρ
质量	1	0	0	ρ
径向动量	v_r	η	$\frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \right] - \frac{\partial P}{\partial r} - 2\eta \frac{v_r}{r^2} - j_z B_0$	ρ
轴向动量	v_z	η	$\frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \eta \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] - \frac{\partial P}{\partial r} + j_r B_0$	ρ
能量	h	$\frac{k}{C_p}$	$\frac{i_z^2 + i_r^2}{\sigma} - U$	ρ
电势	V	σ	0	0

2.2 计算方法

1) 计算过程

由于等离子体弧产生涉及到流体、热流及电磁现象的相互作用,这就决定了上述基本方程不能用解析法求解,只能用数值法求解.为此必须对计算区域(图1)及上述基本方程离散化,然后用三对角线矩阵(TDMA)和SIMPLE等方法求解离散化后的代数方程组,为加速叠代解法的收敛速度,又引入块修正技术^[6].

微分方程(1)–(7)经离散化的最终方程为

$$a_A \phi_A = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b, \tag{10}$$

其中 ϕ_A 为因变量 ϕ (可取为 v_r, v_z, h, P 或 V) 在网格点 A 的值, a_A 等为从基本方程得到的差分方程系数, b 为各基本方程的源项. 因此 ϕ_A 值可由该变量在它邻近各网格点上的值 ϕ_i 以及相应系数 a_i 及源项 b 得到.

数值叠代过程如下:

- (i) 给定 P, v_r, v_z, h 及 V 的初始条件;
- (ii) 给定计算区域的边界条件;
- (iii) 用线性插值法估算每节点处密度 ρ 输入参数在当前温度时的数值;
- (iv) 用(5)式得到电势分布 $V(r, z)$, 用(6), (7)式得到 j_r, j_z 及 B_θ 值;
- (v) 按(1)–(3)式用SIMPLE方法求解 v_r, v_z 及 P 值;
- (vi) 由(4)式求解 h 值(或 T 值);
- (vii) 若上述解收敛或已达到指定叠代次数, 则停止计算; 否则重复从(ii)开始的叠代.

为避免数值计算的不稳定性, 引入松弛因子是

十分必要的.

2) 边界条件

计算区域如图1所示, 它主要由边界、弧柱区、阳极区和阴极区域等组成. 阴极呈以 af 为轴的圆锥状. 表2为计算中采用的边界条件.

表2 边界条件

	bc	cd	de	ef	fg	gb
v_z	$v_z = v_{z0}$	$v_z = 0$	$v_z = 0$	$\partial v_z / \partial r = 0$	$v_z = 0$	$v_z = 0$
v_r	$v_r = 0$	$\partial v_r / \partial r = 0$	$v_r = 0$	$v_r = 0$	$v_r = 0$	$v_r = 0$
$T(h)$	$T = T_0$	$T = T_0$	$T = T_0$	$\partial T / \partial r = 0$	$T = T_0$	$T = T_0$
V		$\partial V / \partial r = 0$	$V = 0$	$\partial V / \partial r = 0$	$j = j_0(r)$	

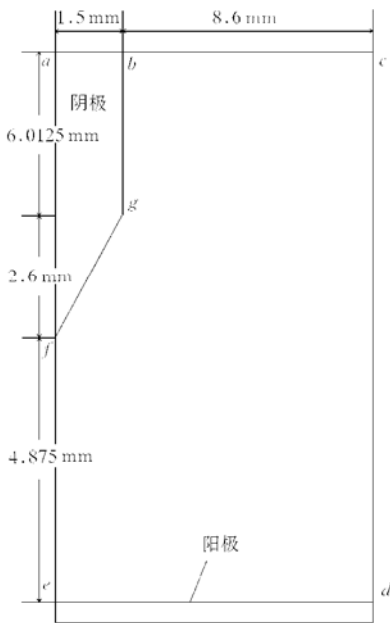


图1 计算区域

3 温度测量

3.1 实验装置

等离子体弧辐射场测量系统如图 2 所示. 实验中用钨材料制成阴极 C , 阳极 A 用紫铜加工而成. 两极间距可以连续调节. 工作气体为氩气. 为了获得较好的空间分辨率, 透镜与弧之间的距离 L 要大于 3 m. 干涉滤光片的中心波长 $\lambda_0 = 696.5 \text{ nm}$, 带宽 $\Delta\lambda = 1.1 \text{ nm}$, 在这一波长附近 CCD 有较高的灵敏度, 且可避免等离子体弧其他谱线的干扰.

图 2 中 L_1 为平凸透镜, L_2 为组合透镜以便获得较高质量的图像. CCD 的分辨率为 580×500 像素. CCD 驱动电路输出的视频信号通过接口卡送入计算机.

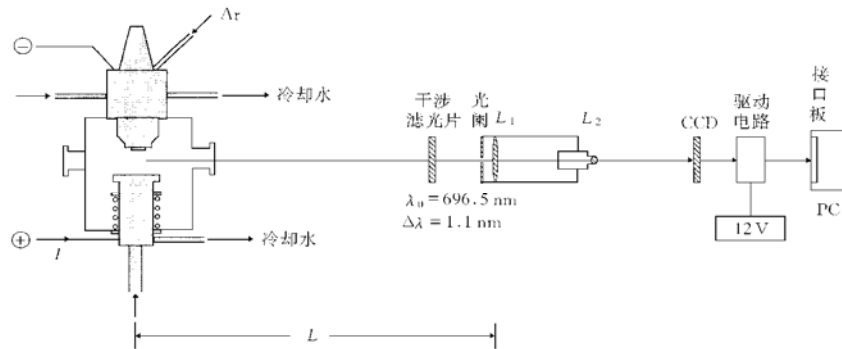


图 2 等离子体弧辐射场的测量系统

3.2 数据处理

图 3 为用 CCD 获得的面辐射强度图像. 图 4 为等离子体弧测量示意图. 光谱测量的光轴沿 y 轴, CCD 器件测得的辐射强度是 $x-z$ 平面分布. 其中每一点记录的强度 $S_{\lambda_0}(x, z)$ 实际上是弧中波长为 696.5 nm 的辐射在 y 方向的积分值

$$S_{\lambda_0}(x, z) = 2 \int_x^R \frac{S_{\lambda_0}(r, z) r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}}, \quad (11)$$

其中 $S_{\lambda_0}(r, z)$ 是沿径向的辐射强度, 这是一个 Abel 积分方程. 经 Abel 反变换可得辐射强度分布

$$S_{\lambda_0}(r, z) = - \frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{S'_{\lambda_0}(x, z)}{(x^2 + r^2)^{1/2}} dx, \quad (12)$$

式中 $S'_{\lambda_0}(x, z)$ 是 $S_{\lambda_0}(x, z)$ 对 x 的导数.

求解 Abel 反变换 (12) 式有多种方法^[7, 8], 遇到的主要问题是被积函数有导数项和奇异点. 前者我们用对原始数据进行适当光滑处理来解决, 后者我们引入代换 $x = \frac{r}{\cos \theta}$, 把 (12) 式转换成

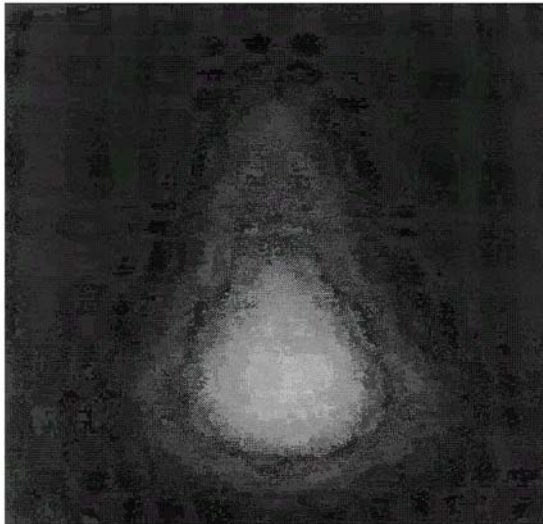


图 3 面辐射强度图像

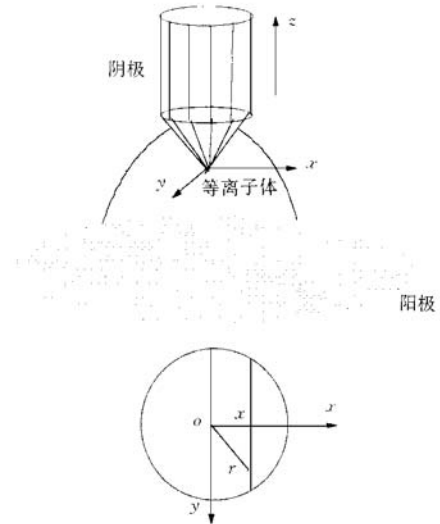


图 4 等离子体弧测量示意图

$$S_{\lambda_0}(r, z) = - \frac{1}{\pi} \int_0^{\arccos(\frac{r}{R})} \frac{S'_{\lambda_0}(x, z) d\theta}{\cos \theta} \quad (13)$$

这样就消除了奇异点. 计算表明, 这一方法的结果与文献[8]是一致的. 此外也有不用Abel变换测得等离子体温度的^[9], 但它只能获得轴上温度分布.

图 5 为根据计算机截取下来的图像(图 3)经光滑处理后的等亮度线, 饱和亮度为 256.

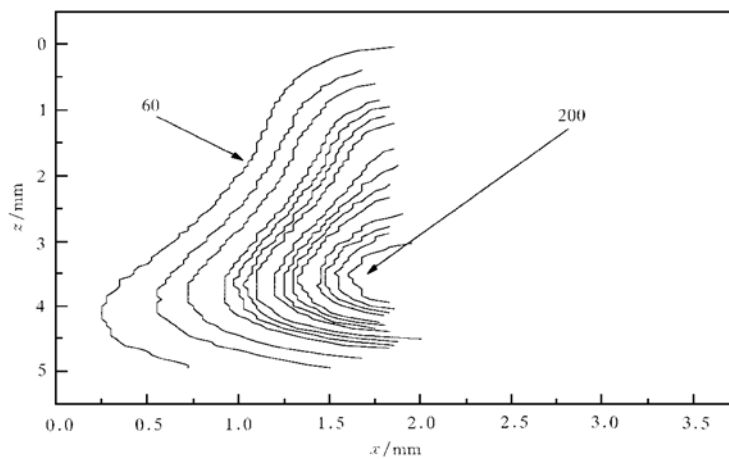


图 5 等亮度线 $S_{\lambda_0}(x, z)$

下面将讨论如何把强度分布 $S_{\lambda_0}(r, z)$ 转化为温度分布 $T(r, z)$. 按照等离子体理

论, 等离子体在某一谱线 λ_0 下的体辐射强度 $S_{\lambda_0}(r, z)$ 与温度 T 有如下关系^[4]:

$$S_{\lambda_0}(r, z) = S_{\lambda_0}(T) = K \frac{n(T)}{u(T)} \exp\left[-\frac{E}{k_B T}\right], \quad (14)$$

其中 K 是与原子特性有关的常数, $n(T)$ 是粒子密度, $u(T)$ 是内部电子分配函数, E 是形成该谱线的两能级的能量差, k_B 是玻耳兹曼常数. 图 6 是文献[4]给出的氩等离子体在 696.5 nm 波长的归一化辐射强度 $S_{\lambda_0}(T)$ 与温度 T 的关系曲线. 由图中可以看出温度为 16000 K 左右氩 696.5 nm 谱线辐射强度达到最大值.

从弧柱轴线上的点 z_0 出发, 沿径向找到辐射强度 $S_{\lambda_0}(r, z)$ 最大的点, 以这一点的辐射强度为 1, 对沿 r 的各点辐射强度作归一化处理, 然后与图 6 的曲线比对即可得到每个径向点 r 的温度值 T , 对每个 z 值作类似处理, 从而获得整个区域的温度场分布^[4].

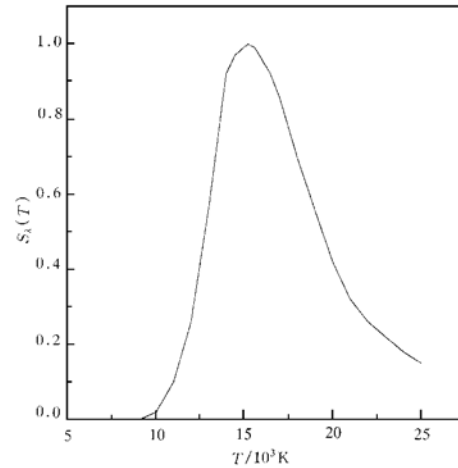


图 6 $S_{\lambda_0}(T)$ 与温度 T 的关系

4 结果及讨论

下面的模拟计算结果都是在轴向与径向网格数 62×52 和叠代次数 2000 的条件下得到的.

4.1 阴极表面温度边界条件对计算结果的影响

图 7 是在阴极柱表面都为 4500 K、阴极圆锥表面为 11000 K 和 12100 K 边界条件下计算得到的温度分布曲线. 由图 7 可以看出, 在温度边界条件变化 10% 范围内, 两组曲线除阴极表面处有差异外, 其余区域基本相同. 由此可得初步结论: 阴极表面温度边界条件对计算结果的影响是不灵敏的. 这可能是由于阴极表面所占区域较小, 计算结果主要由给定工作电流、所描述的偏微分方程组以及计算区域四周的边界条件决定的缘故. 鉴于阴极表面边界温度对整个弧区计算结果影响不大, 在对整个自由电弧(包括热阴极、阴极鞘层区)计算时, 可以不必将弧区与阴极及鞘层区分开计算, 这方面工作我们将另文阐述.

4.2 典型的温度、电势和速度分布曲线

图 8 为工作电流 $I = 200$ A, 所有边界(除阴极边界外)温度为 1000 K 时, 模拟计算得到的等温度线、等电势线和速度分布. 从温度间隔 1000 K 的温度分布曲线可以看出, 该曲线族在阳极表面附近梯度很大, 往往会给计算带来困难, 因此我们在该区域采用更密的网格分布. 电势分布主要在 -1 ~ -11 V(阴极表面处)范围内, 这些结果都与文献[3]基本相符.

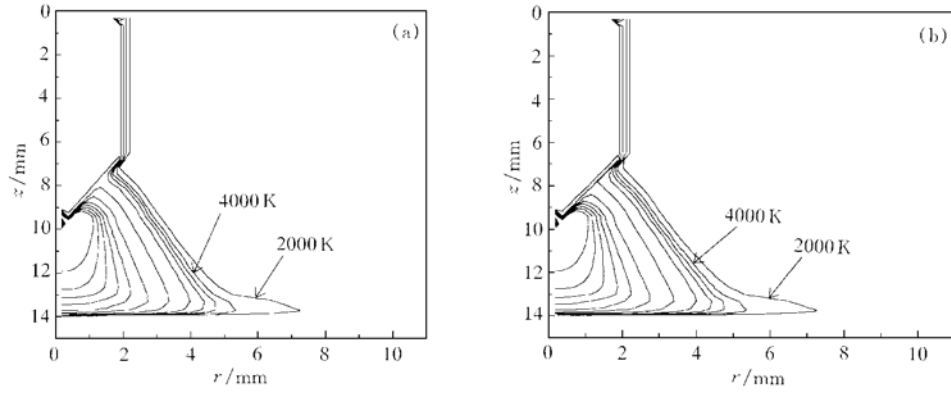


图 7 阴极表面温度边界条件对计算结果的影响 阴极圆锥表面温度分别为 11000 K(a) 和 12100 K(b)

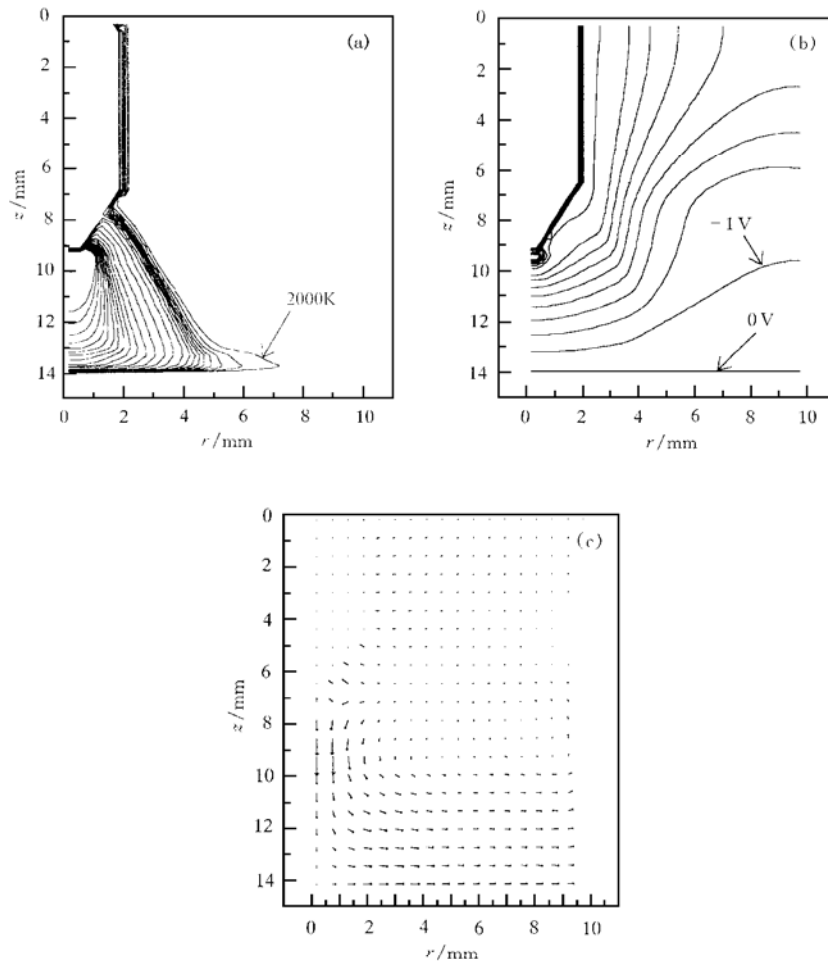


图 8 温度、电势和速度分布 (a) 为等温线; (b) 为等势线; (c) 为速度分布

4.3 实验与理论计算温度曲线的比较

为证明实验过程及数据处理的正确性,我们从上述介绍的模拟计算结果(图 9(a))出发,经(11)式及(12)式正反 Abel 变换后得到的结果(图 9(b))进行验证.从图 9 中可以看出,两者差异不大,说明我们介绍的方法是合理的.

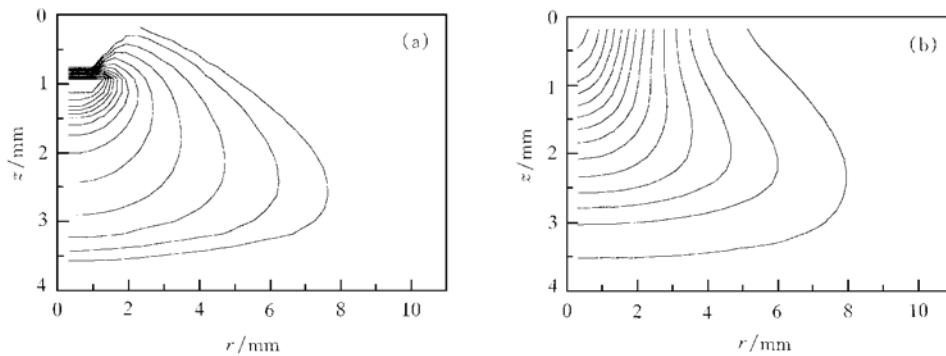


图 9 Abel 变换的验证 (a) 为模拟计算结果; (b) 为经 Abel 变换后的结果

按图 1 的几何尺寸、工作电流 $I = 150 \text{ A}$ 情况下,对模拟计算(图 10(a))与实验结果(图 10(b))进行了比较.由图 10 可以看到: (1) 弧柱低温区域两者符合得较好; (2) 在阳极区域附近,由于阳极表面对光辐射强度分布的干扰,使测量得到的等温线在阳极区域发生畸变; (3) 在阴极高温区域两者差异较大,这可能的原因是: 其一,在弧柱与阴极交界处,等离子体处于非平衡状态, LTE 条件不能满足; 其二,阴极表面高温加热后产生的附加光,使探测元件获得的辐射强度增大,经处理后(图 6)导致该区域温度下降; 其三,在我们计算中等离子体辐射损失模型可能过于简单,在高温区估计低了.因此计算的温度偏高.

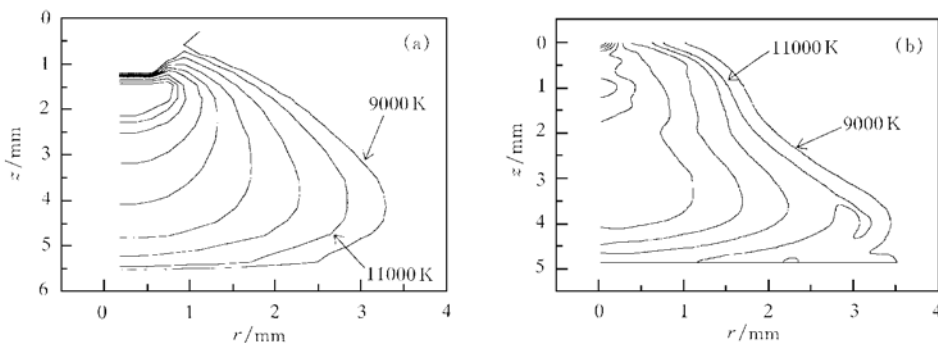


图 10 模拟计算(a)与实验结果(b)的比较

[1] J. J. Lowke *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **25**(1992), 1600.

[2] P. Kovitya, J. J. Lowke, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **18**(1985), 53.

- [3] K. C. Hsu *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **54**(1983), 1293.
- [4] G. N. Haddad, A. J. D. Farmer, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **17**(1984), 1189.
- [5] J. Jenista *et al.*, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **25**(1997), 883.
- [6] 陶文铨, 数值传热学(西安交通大学出版社, 西安, 1988), 第155页 [Tao Wen-quan, Numerical Heat Transfer (Xi'an Jiaotong University Press, Xi'an, 1988), p. 155(in Chinese)].
- [7] M. Deutsch, I. Beniaminy, *J. Appl. Phys.*, **54**(1983), 137.
- [8] R. Illingworth, R. K. Thareja, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, **14**(1981), 147.
- [9] A. Marotta, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **27**(1994), 268.

COMPARISON OF RESULTS OBTAINED FROM TEMPERATURE MEASUREMENT AND NUMERICAL SIMULATION OF DC PLASMA ARC

SHAO QI-YUN HE YU GUO WEN-KANG XU PING ZANG DE-HONG

(*Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433*)

(Received 2 January 1999)

ABSTRACT

The computational method of temperature distribution of free-burning arc is investigated by using a numerical simulation model, which is based on the local thermodynamic equilibrium. A spectrum temperature diagnostic system of plasma torch based on charge coupled device technology is also presented. Potential, velocities and temperature distribution profile are obtained. These theoretical predictions are in fair agreement with the experimental results.

PACC: 5225; 5265; 5270