

# 快波少数离子加热

朱学光 匡光力 赵燕平 李有宜 谢纪康

(中国科学院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

(1998 年 12 月 22 日收到; 1999 年 3 月 16 日收到修改稿)

对快波少数离子加热的机理进行了比较详细的讨论. 通过射线轨迹算法对两种离子的等离子体快波加热进行了数值模拟, 并给出了两种离子不同浓度比的计算结果.

PACC: 5250; 5265

## 1 引 言

波进入等离子体的必要条件是它必须满足等离子体的色散关系. 离子回旋频段的快波, 是指该波的参数对应于该频段中色散关系的相速度较快的一个根. 快波少数离子加热, 一般是指采用对两种离子的等离子体中浓度较低的那种离子的回旋基频波加热. 托卡马克中离子回旋频段波加热的实验结果<sup>[1]</sup>, 表明采用快波少数离子加热能够获得性能优越的加热效果. 快波少数离子加热之所以效果好, 是因为其加热的功率主要是被回旋基频共振离子所吸收<sup>[2]</sup>. 例如, 通过控制纵场的大小或选择适当的加热频率, 使共振吸收处在等离子体中心区域附近. 这样, 可以将快波能量有效地耦合到等离子体中心区域. 快波少数离子加热是由于离子-离子混合共振效应所引起的. 通过适当地控制少数离子的浓度, 可进一步改善加热效果. 另外, 快波少数离子加热具有现成的大功率发射设备, 易于满足加热功率的要求. 这是低混杂波加热及电子回旋共振加热所不及的. 尽管伯恩斯坦波具有能够被等离子体较好吸收的性能. 但是激发伯恩斯坦波的技术要求比快波加热高、工程实现难度大. 如果技术条件不过关, 伯恩斯坦波将在等离子体的表面发生阻尼, 导致等离子体边界温度提高、等离子体与器壁相互作用加剧、辐射损失加大. 所以, 目前伯恩斯坦波加热还不如快波加热应用得更为广泛.

## 2 等离子体对波能的吸收

讨论等离子体对波能的吸收, 必然要涉及等离子体的色散关系.

首先引入无量纲矢量  $\mathbf{N}$ ,

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{k}c}{\omega}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{k}$  为波矢量,  $c$  为光速,  $\omega$  为工作角频率. 等离子体中的色散关系<sup>[3]</sup>为

$$\epsilon_{\perp} N_{\perp}^4 - bN_{\perp}^2 + c = 0, \quad (2)$$

式中

$$b = (\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\parallel})(\varepsilon_{\perp} - N_{\parallel}^2) - \varepsilon_x^2, \quad (3)$$

$$c = \varepsilon_{\parallel} ((\varepsilon_{\perp} - N_{\parallel}^2)^2 - \varepsilon_x^2), \quad (4)$$

其中  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_{\perp}$  和  $\varepsilon_{\parallel}$  是等离子体介电张量<sup>[3]</sup>的相应分量, 这里  $\varepsilon_{\parallel}$  是平行于静磁场方向的相应分量,  $\varepsilon_{\perp}$  是垂直于静磁场方向的对角分量,  $\varepsilon_x$  是垂直于静磁场方向的交叉分量.

下面利用(2)式给出的色散关系, 对两种离子的等离子体快波加热情形进行讨论. 由(2)式可知, 当满足

$$\varepsilon_{\perp} = 0 \quad (5)$$

时将发生共振. 将冷等离子体介电张量的相应分量代入(5)式得

$$1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2 - \omega_{c1}^2} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2 - \omega_{c2}^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} = 0, \quad (6)$$

其中  $\omega_{pe}$ ,  $\omega_{p1}$  和  $\omega_{p2}$  分别表示电子、第一种离子和第二种离子的等离子体频率,  $\omega_{ce}$ ,  $\omega_{c1}$  和  $\omega_{c2}$  分别表示电子、第一种离子和第二种离子的回旋共振频率. (6)式中已经考虑了在托卡马克中离子回旋频段的工作频率  $\omega$  远小于电子回旋频率  $|\omega_{ce}|$ . 令

$$f(\omega) = 1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2 - \omega_{c1}^2} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2 - \omega_{c2}^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2}, \quad (7)$$

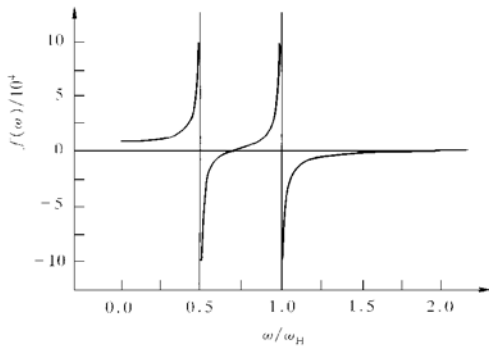


图1  $f(\omega)$  随  $\omega/\omega_H$  的变化曲线. 电子的密度为  $3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , 且氢离子和氦离子含量相等,  $\omega_H$  为氢离子的回旋共振基频

则在  $\omega_{c1}$  和  $\omega_{c2}$  之间有一个  $\omega_{ii}$ , 使得  $f(\omega_{ii}) = 0$ , 这里  $\omega_{ii}$  就是离子-离子混合共振频率. 对于由氢、氦和电子组成的等离子体, 当两种离子所占的比例相差不大, 特别是当氢和氦离子含量相等时, 求出  $f(\omega)$  随频率比的变化曲线如图 1 所示. 即离子-离子混合共振频率  $\omega_{ii}$  处在  $\omega_{c1}$  和  $\omega_{c2}$  之间, 并与它们的任何一个之差都比较大, 即共振频率  $\omega_{ii}$  不与任一种离子的回旋频率接近. 在这种情况下, 等离子体对波能的吸收主要靠两种离子的相互作用. 当选择发射机的工作频率, 使得  $\omega = \omega_{ii}$  (即采用离子-离子混合共振加热) 时的加热效果不好. 因为我们知道, 等离子体介质单位体积对

波的能量吸收可表示为

$$p = \omega \varepsilon_0 (\mathbf{E}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^A \cdot \mathbf{E}) / 2, \quad (8)$$

其中  $\boldsymbol{\varepsilon}^A$  表示介电张量的反哈密顿分量. 对(8)式中的  $\boldsymbol{\varepsilon}^A$  按有限拉莫尔半径展开, 化简后得离子和电子吸收的能量密度分别为<sup>[4]</sup>

$$p_i = \left[ \frac{\pi^{1/2} \varepsilon_0 \omega_{pi}^2}{4k_{\parallel} v_i} \right] \text{Re}(\lambda_i)^{n-1} |E_+|^2 \exp \left[ - \left[ \frac{\omega - n\omega_{ci}}{k_{\parallel} v_i} \right]^2 \right], \quad (9)$$

$$p_e = \left[ \frac{\pi^{1/2} \mu_0}{4k_{\parallel}} \right] \left[ \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \right]^2 v_e (\omega^2/c^2) |H_{\parallel}|^2 \exp \left[ - \left[ \frac{\omega}{k_{\parallel} v_e} \right]^2 \right], \quad (10)$$

其中  $n$  是谐波数,  $E_+$  表示左旋电场,  $\lambda_i = k_{\perp}^2 \rho_i^2 / 2$ ,  $\rho_i$  为离子拉莫尔半径. 比较离子和电子的吸收性能时, 单位体积的离子和电子对波的能量吸收主要取决于它们相应的指数, 即取决于  $-\left[\frac{\omega - n\omega_{ci}}{k_{\parallel} v_i}\right]^2$  和  $-\left[\frac{\omega}{k_{\parallel} v_e}\right]^2$ , 其中  $v_i$  和  $v_e$  分别表示离子和电子的热速度. 当氢、氘含量近似相等, 离子-离子混合共振频率  $\omega_{ii}$  就处在  $\omega_{c1}$  和  $\omega_{c2}$  之间, 并与  $\omega_{c1}$  和  $\omega_{c2}$  中的任一个之差都较大. 若  $\omega = \omega_{ii}$ , 则  $\left[\frac{\omega - n\omega_{ci}}{k_{\parallel} v_i}\right]^2$  中的分子仍然与工作频率属于同一量级. 另一方面, 离子的热速度一般要比电子的热速度小得多. 在这种情况下, 这两种离子对离子-离子混合共振频率波的能量吸收都不够理想, 充其量与电子对波能的吸收属于同一量级. 以上讨论的是两种离子含量相等时的情形, 然而, 当采用快波少数离子加热时情况就大不相同了.

当两种离子所占的比例显著不同时, 即有一种离子所占的比例较少, 即称之为少数离子. 由氢、氘离子和电子组成的等离子体, 当氢离子为少数离子时, 求出  $f(\omega)$  随频率比的变化曲线如图 2 所示. 即离子-离子混合共振频率  $\omega_{ii}$  与  $\omega_D$  (氘离子的回旋共振频率) 相差很大, 但共振频率  $\omega_{ii}$  与  $\omega_H$  (少数离子的回旋频率) 很接近, 即  $\omega_{ii} \approx \omega_H$ . 这是因为等离子体频率与其密度成正比. 不妨设氢离子为第一类离子, 当  $n_{i1} \ll n_{i2}$ , 则有

$$\omega_{p1}^2 \ll \omega_{p2}^2. \quad (11)$$

于是, 当  $\omega$  远离  $\omega_{c1}$  时, (7) 式等号右端第二项的贡献很小, 可以忽略; 当  $\omega$  接近  $\omega_{c1}$  时, (7) 式等号右端第二项将很大. (7) 式等号右端第二项的极性为: 当  $\omega > \omega_{c1}$  时为负, 当  $\omega < \omega_{c1}$  时为正. 其幅度决定于  $\omega$  与  $\omega_{c1}$  的接近程度.  $\omega$  越接近于  $\omega_{c1}$ , 则幅度越大. 于是,  $f(\omega)$  必在  $\omega_{c1}$  附近有一零点, 即

$$\omega_{ii} \approx \omega_{c1}. \quad (12)$$

这样, 当采用少数离子基频共振加热(即工作频率  $\omega = \omega_{c1}$ ) 时, 对于少数离子而言, (9) 式的指数项中的分子将成为小量. 这样, 波的能量将主要被共振少数离子所吸收, 然后再通过碰撞将能量传递给多数离子. 正是这个原因, 在离子回旋频段的快波少数离子加热在托卡马克装置上获得了广泛应用.

### 3 射线轨迹计算

由几何光学近似可以导出射线轨迹方程<sup>[5-7]</sup>, 它们分别是

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\frac{\partial D / \partial \mathbf{k}}{\partial D / \partial \omega} = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = v_g, \quad (13)$$

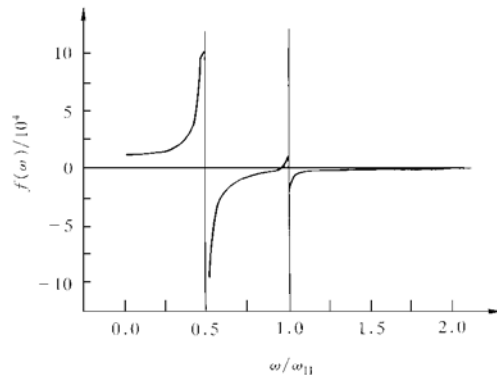


图 2  $f(\omega)$  随  $\omega/\omega_H$  的变化曲线 电子的密度为  $3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , 且氢离子和氘离子的含量之比为 1:20

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = \frac{\partial D / \partial \mathbf{r}}{\partial D / \partial \omega} \quad (14)$$

其中  $D$  是等离子体色散关系矩阵的哈密顿分量的行列式, 也称其为等离子体色散函数,  $v_g$  是群速度. 假设射线波束的功率通量为  $S_{\text{ray}}$ , 则

$$\frac{d \ln S_{\text{ray}}}{dt} = -2 \operatorname{Im}(k_{\perp}) \frac{\operatorname{Re}(\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_g)}{|\operatorname{Re}(\mathbf{k}_{\perp})|}. \quad (15)$$

用射线轨迹算法可以求出射线波束在等离子体中的传播轨迹, 以及该波束的功率沉积. 然而, 要求出快波加热实际天线的辐射波在托卡马克中的功率沉积, 就必须首先运用天线-等离子体耦合模型, 求出托卡马克中的场分布. 再将激励的电磁场划分成若干条射线波束, 并正确地设置每一波束的初始条件. 然后用射线轨迹算法计算出每一波束的功率沉积, 并将它们叠加起来即可求出快波加热的功率沉积.

## 4 设置射线轨迹的初始条件

这里我们使用场分布方法确定射线轨迹的初始条件, 它比 CPS (constant phase surface) 方法<sup>[5]</sup>要简单些. 场分布方法的缺点是网格尺度不能超过一个波长, 否则误差将会增大. 下面给出用场分布方法确定射线轨迹初始条件的具体方法.

### 4.1 射线起始位置的确定

设射线波束的起始位置处在同一个曲面内. 为了更好地使用射线轨迹方法反映波的功率沉积, 该曲面应当离天线较近, 但不能太近. 因为边界区域的密度和温度随位置变化的特征长度很短, 小于波长. 这样, 当太靠近天线时, WKB 近似的条件就不能满足.

### 4.2 射线波束的划分

首先要进行离子回旋共振加热(ICRH)天线-等离子体耦合计算, 求出托卡马克中的

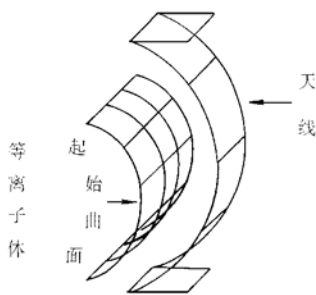


图3 确定多波束起始条件的天线耦合模型

场分布. 对大尺度天线, 若采用传统的平板模型计算托卡马克中电磁场时, 平板效应误差较大, 这将影响射线轨迹初始条件(如射线波束的初始波矢量和初始功率)的计算精度, 从而加大功率沉积的计算误差. 于是, 采用将天线进行分段处理的改进耦合模型<sup>[8]</sup>. 如图3所示, 将天线分成若干小区段, 每一小区段按平板模型来计算托卡马克中的电磁场分布, 将各段所激励的电磁场各分量进行线性叠加, 即可求出电磁场各分量总的分布. 这样就可以提高场分布的计算精度. 由场分布<sup>[8]</sup>可以看出, 波的能量由天线向等离子体内传输过程中, 波的能量是逐渐地被等离子体所吸收. 因此, 天线附近波的振幅较大. 离天线越远, 波的

振幅越小. 由此可见, 没有必要把起始曲面选得过大. 只需要起始曲面能够包括所有由天线直接辐射至等离子体内的射线波束即可. 然后, 将这个曲面划分成若干个小面元(即

若干个网格). 每个网格的尺度应小于相应的波长. 网格的尺度越小, 射线波束的数量就越多, 因而计算量就越大, 但计算精度将越高, 所以应折中考虑网格的尺度. 网格划分好以后, 选择每个面元的中心作为参考点, 并在这一点起始一束波.

#### 4.3 每一射线波束的初始功率通量的确定

每一射线波束起始于一个已知网格, 并且天线在该网格处激励的电场和磁场均已经通过天线-等离子体耦合的改进模型求出. 这样, 通过这一面元的功率通量也可求出, 这一功率通量即为该波束的起始功率通量. 设所选网格为第  $i$  网格, 则

$$S_{\text{ray}} = \oint_{s_i} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot d\mathbf{s}. \quad (16)$$

#### 4.4 每一射线波束的初始波矢量

在射线波束的起始点处, WKB 近似的条件应该是满足的, 这时场量(如  $E_y$ )可以表示为

$$E_y = a_y e^{i\alpha}, \quad (17)$$

其中  $a_y$  是慢变化的振幅,  $\alpha$  是实的快速变化的相位. 在射线轨迹算法中是采用了几何光学近似的方法定义了局部波矢量,

$$\mathbf{k} = \Delta\alpha = -i\Delta E_y/E_y. \quad (18)$$

现在利用(18)式局部波矢量的定义, 使用对求出的场量进行空间微分的方法求波矢量. 但是利用(18)式的定义求出的波矢量必须满足等离子体的色散关系. 本文采用取差商的方式来确定波矢量的  $k_y, k_z$  分量, 而波矢量的  $k_x$  分量则通过色散关系进行求解. 对于托卡马克中坐标为  $(x, y, z)$  点处波矢量的  $k_y, k_z$  分量, 用下列取差商的方式予以确定(其中  $h$  很小), 即

$$k_y(x, y, z) \approx \frac{E_y(x, y+h, z) - E_y(x, y-h, z)}{i2hE_y}, \quad (19)$$

$$k_z(x, y, z) \approx \frac{E_y(x, y, z+h) - E_y(x, y, z-h)}{i2hE_y}. \quad (20)$$

由(19)式和(20)式求出一给定点处局部波矢量的  $k_y, k_z$  分量后, 可以通过色散关系来确定  $k_x$  分量.

$$k_{\perp}^2(x, k_y, k_z) = (k_0^2 \varepsilon_{\perp} - k_z^2) \left[ 1 - \left[ \frac{\varepsilon_x k_0^2}{k_0^2 \varepsilon_{\perp} - k_z^2} \right]^2 \right], \quad (21)$$

$$k_x^2(x, k_y, k_z) = k_{\perp}^2(x, k_y, k_z) - k_y^2, \quad (22)$$

其中  $\varepsilon_{\perp}, \varepsilon_x$  为等离子体介电张量,  $k_0$  为真空中的波数. 另外, 每一波束的初始相位可以假定为零. 这样, 经过上述步骤以后, 就可以确定每一射线波束的初始条件.

## 5 ICRH 功率沉积的计算过程

如图 4 所示, BRAT 程序是离子回旋共振加热天线耦合改进模型的计算程序. INIT

程序用以设置射线轨迹的初始条件,它是采用场分布方法设置初始条件的. RAYT 程序是用于计算每一波束的传播轨迹及每一波束的功率沉积. 在实际的计算程序中,它是把每一波束的功率沉积的计算结果进行了累加,因而最终能够给出总的功率沉积的计算结果. 图 4 中的数据 1 为输入数据,它主要是有关托卡马克和等离子体特征参数的数据(如表 1 所示). 数据 2 是有关托卡马克中的场分布数据. 数据 3 是有关射线轨迹的初始条件信息. 数据 4 是功率沉积的计算结果.

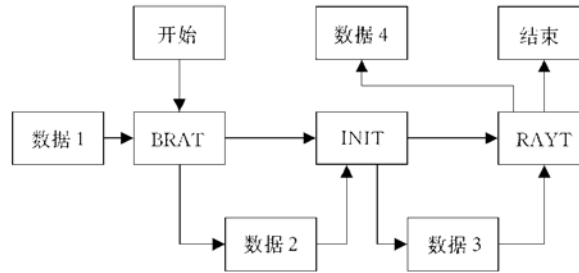


图 4 射线轨迹算法计算功率沉积的程序框图

表 1 天线耦合程序的输入参数

符 号	意 义	数 据
$R_0$	托卡马克大半径	0.65 m
$a_p$	托卡马克小半径	0.2 m
$B_0$	纵向静磁场	1.0 T
$f_0$	加热频率	15 MHz
$N_{e0}$	等离子体中心电子密度	$3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
$N_{eE}$	等离子体边界电子密度	$1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$
$X_m$	两种离子的浓度比	0.1
$T_{e0}$	等离子体中心电子温度	600 eV
$T_{eE}$	等离子体边界电子温度	10 eV
$T_{i0}$	等离子体中心离子温度	400 eV
$T_{iE}$	等离子体边界离子温度	10 eV
$w_y$	天线长度	0.4 m
$w_z$	天线宽度	0.1 m
$\alpha_n$	密度分布指数	1
$\alpha_r$	温度分布指数	2

计算过程为: 首先运用 ICRH 天线耦合的改进模型程序计算出托卡马克中的场分布,再由场分布设定每一射线的初始条件. 然后根据求出的每一射线的初始条件, 求解每一射线的传播轨迹及其功率沉积, 最终给出总的功率沉积的计算结果.

## 6 计算结果及讨论

计算是按 HT-6M 的典型参数进行的. 假设托卡马克中等离子体的密度和温度相对于  $\rho$  (托卡马克中任意一点离磁轴的距离) 的分布形式为

$$f(\rho) = [f_0 - f_s] \{1 - (\rho/a_p)^2\}^{\alpha_r} + f_s, \quad (23)$$

其中分布函数的因子  $\alpha_f$  对密度和温度分别取  $\alpha_n$  和  $\alpha_T$ .  $f_s$  对边界密度和温度(包括电子和离子). 天线激励的快波是从低场侧发射的. 在计算射线传播过程中, 忽略了模式转换问题的影响. 在天线耦合改进模型的计算中, 是把天线分成 5 段进行线性叠加的. 这样可以得到比较高的场分布计算精度, 从而提高了射线轨迹初始条件的设置精度.

输入数据是由表 1 给出. 图 5 和图 6 分别为单条射线在小截面内和在托卡马克沿磁

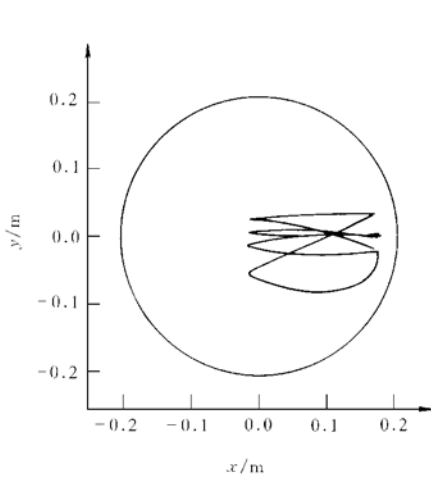


图 5 射线轨迹在托卡马克小截面内的投影图

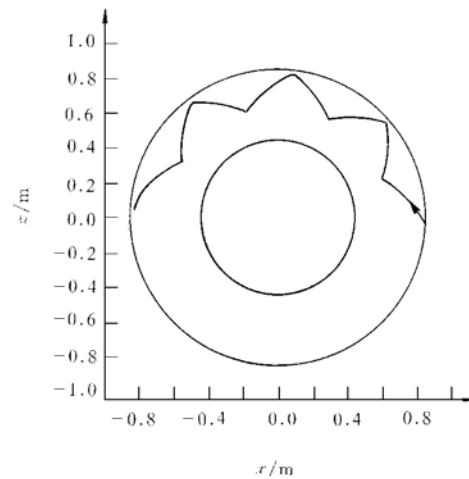


图 6 射线轨迹在水平截面内的投影图

轴所在的水平截面内的射线轨迹图. 其中,  $k_z$  取为  $10 \text{ m}^{-1}$ . 将射线沿极向分成 6 束, 沿环向分成 16 束. 总共 96 条射线波束. 将每一波束的功率沉积进行叠加, 求出了相应的功率沉积如图 7 所示. 由图 7 可以看出, 射线的能量主要都沉积在离子回旋共振层附近. 而且, 射线的能量主要是为氢离子(共振少数离子)所吸收.

当增加少数离子的浓度, 使得氢氖浓度比  $X_m = 1$ , 其它参数与表 1 完全相同. 在这种情况下, 求出了单条射线在小截面内和在托卡马克沿磁轴所在的水平

截面内的射线轨迹分布, 如图 8 和图 9 所示. 其中,  $k_z$  仍取为  $10 \text{ m}^{-1}$ . 射线波束的划分与少数离子加热的情况一样. 将每一波束的功率沉积进行叠加, 求出了相应的功率沉积如图 10 所示. 由图 10 可以看出, 射线的能量主要也都是沉积在离子回旋共振层附近. 而且, 射线的能量主要是为氢离子(共振离子)所吸收. 所不同的是, 共振离子吸收的能量所占份额与少数离子情况相比有所下降.

在  $X_m = 1$  时, 氖离子吸收的功率可以忽略, 氢离子吸收的功率也相对下降, 而电子吸

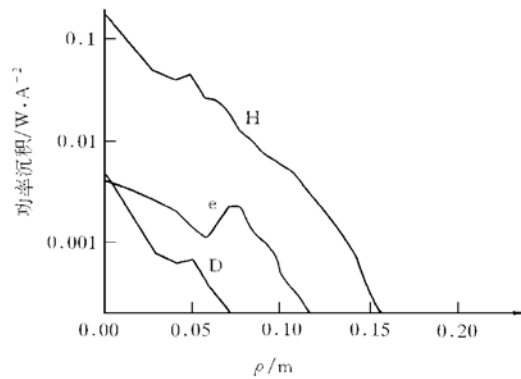


图 7 托卡马克中离子回旋波的功率沉积图 H, D 和 e 分别对应氢、氖离子和电子的功率沉积

收的功率则相对有所增加. 这主要是因为离子-离子混合共振频率离工作频率较远, 因而混合共振对离子吸收波能的贡献可以忽略, 这样电子吸收的波能必然将相对增加. 当采用快波少数离子加热, 情况就不同. 在  $X_m = 0.1$  时, 氘离子吸收的功率已经明显增加, 氢离子吸收的功率相对有所上升, 而电子吸收的功率则明显下降. 这主要是因为少数离子加热的情况下, 离子-离子混合共振频率离工作频率很近, 因而混合共振对离子吸收波能的贡献将明显增加, 这样电子吸收的波能必将明显下降.

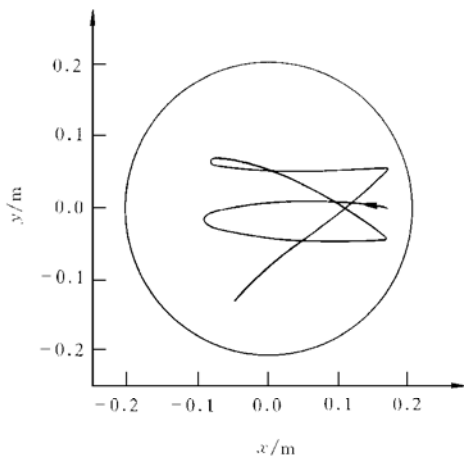


图 8 增加少数离子浓度后, 射线轨迹在托卡马克小截面内的投影图

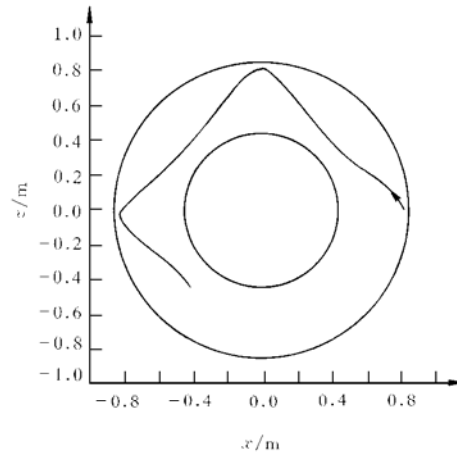


图 9 增加少数离子浓度后, 射线轨迹在水平截面内的投影图

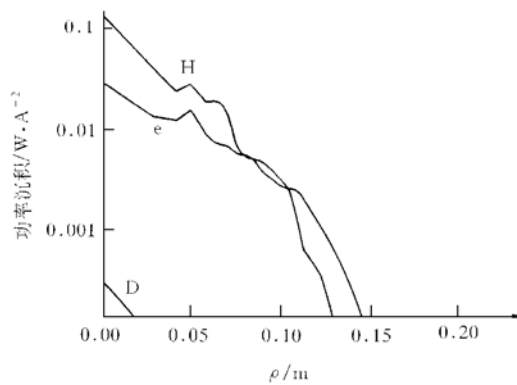


图 10 增加少数离子浓度后, 托卡马克中离子回旋波功率沉积图  
H, D 和 e 分别对应氢、氘离子和电子的功率沉积

## 7 结 论

快波少数离子加热可以明显改善加热效果, 这是因为在这种情况下, 离子-离子混合共振频率离工作频率很近, 因而混合共振对离子吸收波能的贡献将明显增加. 用射线轨迹

计算功率沉积的方法很好地说明了这一事实.

- [1] R. A. Cairns, *Radiofrequency Heating of Plasma* (Bristol, Philadelphia, New York, 1991), p. 52.
- [2] H. Romero *et al.*, *Nucl. Fusion*, **27**(1987), 363.
- [3] T. Stix, *Waves in Plasmas* (American Institute of Physics, New York, 1992), p. 7.
- [4] M. Brambilla, T. Kruken, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, **30**(1988), 1083.
- [5] V. P. Bhatnagar *et al.*, *Nucl. Fusion*, **24**(1984), 955.
- [6] D. V. Eester, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, **27**(1985), 1015.
- [7] D. V. Eester, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, **34**(1992), 1539.
- [8] 朱学光等, 物理学报, **47**(1998), 1130 [Zhu Xue-guang *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **47**(1998), 1130 (in Chinese)].

## FAST WAVE MINORITY ION HEATING

ZHU XUE-GUANG KUANG GUANG-LI ZHAO YAN-PING

LI YOU-YI XIE JI-KANG

(*Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031*)

(Received 22 December 1998; revised manuscript received 16 March 1999)

### ABSTRACT

The mechanism of fast wave minority ion heating is discussed in some detail. The ray tracing algorithm is used to simulate fast wave heating for the plasma of two kinds of ions, and the calculation results of different ratios of two ions' density is obtained.

**PACC:** 5250; 5265