

# 超晶格结构中共振劈裂的普遍性\*

郭 永 顾秉林

(清华大学现代应用物理系, 北京 100084)

(1998 年 10 月 26 日收到; 1999 年 1 月 15 日收到修改稿)

用传输矩阵方法研究了半导体超晶格和磁垒超晶格结构中共振劈裂效应, 揭示了电子隧穿两类不同超晶格结构时共振劈裂的普遍性. 其劈裂的共同特征不仅取决于超晶格的构型, 而且与构筑单元的几何参数有关. 在磁垒超晶格结构中, 劈裂的特征还与垂直于隧穿方向的动量分量有关.

PACC: 7340; 0365

## 1 引 言

在半导体超晶格结构中, 一类与电子共振隧穿相联系的十分重要的效应是共振劈裂效应<sup>[1-3]</sup>. 对电子隧穿由相同的方形势阱和方形势垒完全规则排列而成的超晶格结构的共振劈裂效应, Tsu 和 Esaki<sup>[1]</sup>进行了初步的研究. 结果表明, 随着超晶格结构中势垒的增多, 传输概率随入射电子能量的变化, 其共振峰会出现劈裂. 双势垒结构中的一个单峰在三势垒结构中会劈裂为两个, 在四势垒结构中劈裂为三个. 他们对此作了归纳: 电子隧穿  $n$  个势垒组成的结构会发生  $(n-1)$  重的劈裂; 并且指出, 当  $n$  很大时共振能级将形成具有一定宽度的能带. 最近 Liu 和 Stamp<sup>[2,3]</sup>对周期方形超晶格结构和具有任意形状势垒的超晶格结构中存在的共振劈裂效应作了严格的解析分析, 证实了电子隧穿  $n$  个相同势垒组成的超晶格结构会发生  $(n-1)$  重劈裂的规律.

侧向磁超晶格(即磁垒超晶格结构)是另一类十分重要的超晶格结构, 近年来已成为低维系统中十分活跃的研究前沿之一<sup>[4-9]</sup>. 已有一些作者对侧向磁超晶格的能带结构做了研究<sup>[5]</sup>. Ibrahim 等<sup>[5]</sup>研究了 Kronig-Penney 型、台阶型、正弦型和锯齿型 4 种不同类型周期一维磁调制下的二维电子气能谱, 结果表明此系统的能谱是与电子入射动量或波矢有关的磁微带(magnetic minibands)结构, 能带与能带之间由禁带隔开. Guo 等<sup>[9]</sup>在研究简单磁垒结构和复杂磁垒结构中的传输共振时, 发现随着结构中磁垒的增多, 电子传输概率谱上出现了更多的传输共振峰, 这十分清楚地表明在磁垒结构中同样存在着共振劈裂效应.

以上研究提供了对超晶格结构中共振劈裂效应的基本认识. 随着半导体纳米微加工技术的不断进步, 超晶格可以做成各种周期性或准周期性的结构. 实验上已能生长准周期

\* 国家高技术研究发展计划(批准号: 715-010-0011)和清华大学科研基金(批准号: 98jc082)资助的课题.

半导体超晶格. 对准周期超晶格中发现的一些电输运性质, 人们往往借助于相应的能带结构特征去解释. 因此迫切需要对超晶格结构中的共振劈裂效应做进一步的探讨. 本文将探讨半导体超晶格结构和磁超晶格结构中共振劈裂的普遍特征, 同时考察无磁场区在磁超晶格结构中的作用. 我们认为这一研究不仅深化对超晶格结构中共振劈裂效应本身的认识, 而且有助于理解准周期超晶格结构中的某些电输运特性.

## 2 理论方法

### 2.1 半导体超晶格

对于 GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As 半导体超晶格结构, 考虑到 GaAs 层和 Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As 层中电子有效质量的显著差异, 采用抛物带有效质量近似, 电子的薛定谔方程可写为

$$\left[ \frac{1}{2m_i^*(z)} \hat{P}_{xy}^2 + \frac{1}{2} \hat{P}_z \frac{1}{m_i^*(z)} \hat{P}_z + U_i(z) \right] \phi_i(x, y, z) = E \phi_i(x, y, z), \quad (1)$$

其中  $z$  代表异质结的生长方向,  $\hat{P}_{xy}$  和  $\hat{P}_z$  分别表示平行于和垂直于界面的电子动量算符,  $U_i(z)$  和  $m_i^*(z)$  分别表示第  $i$  区的势能函数和电子的有效质量. 在 GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As 异质结构中, 导带边的带隙、电子的有效质量和介电常数均由 Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As 中 Al 的含量  $x$  决定<sup>[10]</sup>. 电子的有效质量在纯净的 GaAs 中为一常数, 而 Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As 势垒的存在破坏了 GaAs 晶格沿隧穿方向的周期性, 因而电子垂直于界面方向的动量分量  $P_z$  不再是好量子数, 而横向动量分量  $\mathbf{P}_{xy} = (P_x, P_y)$  在隧穿过程中保持守恒. 最近 Paranjape<sup>[11]</sup> 和 Wang 等<sup>[10, 12, 13]</sup> 分别对 GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As 单势垒结构、双势垒结构以及超晶格结构中电子的纵向和横向动量分量的耦合效应作了研究, 结果表明电子的横向动量分量对电子的纵向隧穿输运有着十分显著的影响.

第  $j$  个势垒区电子的波函数为

$$\psi_b^j(\rho, z) = \exp(i\mathbf{k}_{xy} \cdot \rho) \begin{cases} A_b^j \exp(\kappa_b^j z) + B_b^j \exp(-\kappa_b^j z), & E_z < U_j(k_{xy}, z), \\ A_b^j \exp(ik_b^j z) + B_b^j \exp(-ik_b^j z), & E_z > U_j(k_{xy}, z), \end{cases} \quad (2)$$

式中

$$\kappa_b^j = [2m_b^j(U_j(k_{xy}, z) - E_z)]^{1/2}/\hbar, \quad (3)$$

$$k_b^j = [2m_b^j(E_z - U_j(k_{xy}, z))]^{1/2}/\hbar. \quad (4)$$

(2) 式中  $\rho = (x, y)$ ,  $E_z = E - E_{xy}$ , 而  $E_{xy} = \hbar^2 k_{xy}^2 / 2m_0^*$ . 对 GaAs 而言,  $m_0^* = 0.067m_e$  ( $m_e$  为电子的裸质量),  $U_i(k_{xy}, z)$  由下式给出:

$$U_i(k_{xy}, z) = U_i(z) - (1 - v_i)(\hbar^2 k_{xy}^2 / 2m_0^*), \quad (5)$$

其中  $v_i = m_0^* / m_i^*(z)$ ,  $U_i(k_{xy}, z)$  可称为电子“感受到”的有效势垒, 其强度依赖于电子的横向波数  $k_{xy}$ .

第  $j$  个量子阱区电子的波函数为

$$\psi_w^j(\rho, z) = \exp(i\mathbf{k}_{xy} \cdot \rho) [A_w^j \exp(ik_w^j z) + B_w^j \exp(-ik_w^j z)], \quad (6)$$

其中

$$k_w^j = (2m_w^* E_z)^{1/2} / \hbar. \quad (7)$$

得到各个区域的电子波函数之后, 很容易求得电子隧穿  $n$  个势垒组成的超晶格结构的传输概率<sup>[10]</sup>.

## 2.2 磁垒超晶格

磁垒可以由沉积在异质结表面的铁磁条(磁化方向垂直或平行于二维电子气)、通导体条、I 型或 II 型超导体条<sup>[4]</sup>产生. 当铁磁薄膜和二维电子气之间的距离很小时, 磁场的分布近似于台阶状<sup>[5]</sup>, 这时电子会感受到磁场幅度的突然变化. 考虑在沿  $z$  方向分布的垂直磁场调制下二维电子气(在  $x$ - $y$  平面)的运动, 磁场沿  $y$  方向是均匀的, 而沿  $x$  方向变化. 二维电子气受到的总磁场强度为零. 为一般化, 我们考虑一个磁垒超晶格结构是由构筑单元  $A$  与  $B$  相间周期排列而成, 每个构筑单元由一个磁垒(高度  $B_i$ 、宽度  $d_i$  ( $i = 1, 2$ )) 和一个磁阱(深度  $-B_i$ 、宽度  $d_i$  ( $i = 1, 2$ )) 组成.

二维电子气的薛定谔方程为

$$\frac{1}{2m_0^*} [\mathbf{P} + e\mathbf{A}_i]^2 \psi(x, y) = E \psi(x, y), \quad (8)$$

式中  $m_0^*$  是电子的有效质量,  $\mathbf{A}_i$  是朗道矢势, 本文中采用朗道规范, 由下式给出:

$$A_i(x) = \begin{cases} B_1[x - (m-1)(d_1 + d_2)], \\ (m-1)(d_1 + d_2) \leq x < md_1 + (m-1)d_2, \\ -B_1[x - (m+1)d_1 - (m-1)d_2], \\ md_1 + (m-1)d_2 \leq x < (m+1)d_1 + (m-1)d_2, \end{cases} \quad m = 1, 3, 5 \dots, \quad (9a)$$

$$A_i(x) = \begin{cases} B_2[x - md_1 - (m-2)d_2], \\ md_1 + (m-2)d_2 \leq x < md_1 + (m-1)d_2, \\ -B_2[x - m(d_1 + d_2)], \\ md_1 + (m-1)d_2 \leq x < m(d_1 + d_2), \end{cases} \quad m = 2, 4, 6, \dots, \quad (9b)$$

$m$  为磁垒或磁阱的序数.

为了方便, 对磁垒超晶格结构情形, 我们采用回旋频率  $\omega_c = eB_0/m^*$  和磁长度  $l_B = \sqrt{\hbar/eB_0}$  表示所有的物理量. 这样长度  $r$  用单位  $l_B$ , 矢势  $\mathbf{A}_i$  用单位  $B_0 l_B$ , 能量用  $\hbar\omega_c$  来标度<sup>[4]</sup>. 由于  $y$  方向电子的动量算符和哈密顿量算符对易, 波函数可以写成

$$\psi(x, y) = \exp(ik_y y) \Phi(x), \quad (10)$$

其中  $k_y$  为  $y$  方向电子的波矢,  $\Phi(x)$  满足下列一维薛定谔方程:

$$\left[ \frac{d^2}{dx^2} - [A_i(x) + k_y]^2 + 2E \right] \Phi(x) = 0. \quad (11)$$

函数  $V(x, k_y) = [A_i(x) + k_y]^2/2$  可理解为磁垒结构中依赖于  $k_y$  的有效电势能, 而磁场由  $B(x) = [dV(x)/dx] / \sqrt{2V(x)}$  得到.

在发射区和透射区电子的波函数可写成

$$\phi_e(x, y) = \exp(ik_y y) [\exp(ik_e x) + r \exp(-ik_e x)], \quad (12)$$

$$\phi_t(x, y) = \tau \exp(ik_y y) \exp(ik_t x), \quad (13)$$

其中  $k_i = \sqrt{2E + [A_i(x) - k_y]^2}$ , 下标  $i$  代表  $e, t$ .

在磁垒、磁阱区, 电子波函数可以表示为厄米函数  $U_i^1$  和  $U_i^2$  的线性组合<sup>[9]</sup>

$$\phi_i(x, y) = \exp(ik_y y) \exp\left[-\frac{\xi_i^2}{2}\right] [C_i U_i^1(\xi_i) + D_i U_i^2(\xi_i)]. \quad (14)$$

式中

$$\xi_i = \sqrt{\frac{m^* \omega_i}{\hbar}} (x - x_i^0), \quad \omega_i = \frac{eB_i}{m^*}, \quad (15)$$

$$x_i^0(x) = \begin{cases} (m-1)(d_1 + d_2) + \hbar k_y / eB_1, \\ (m-1)(d_1 + d_2) \leq x < md_1 + (m-1)d_2, \\ (m+1)d_1 + (m-1)d_2 - \hbar k_y / eB_1, \\ md_1 + (m-1)d_2 \leq x < (m+1)d_1 + (m-1)d_2, \end{cases} \quad m = 1, 3, 5, \dots, \quad (16a)$$

$$x_i^0(x) = \begin{cases} md_1 + (m-2)d_2 + \hbar k_y / eB_2, \\ md_1 + (m-2)d_2 \leq x < md_1 + (m-1)d_2, \\ m(d_1 + d_2) - \hbar k_y / eB_2, \\ md_1 + (m-1)d_2 \leq x < m(d_1 + d_2), \end{cases} \quad m = 2, 4, 6, \dots \quad (16b)$$

利用波函数及其导数在磁垒磁阱界面处连续的条件可以求得电子透射波幅  $\tau$  和反射波幅  $r$ , 因而电子隧穿整个磁超晶格结构的传输概率由下式给出:

$$T(E, k_y) = \frac{k_t}{k_e} |\tau|^2. \quad (17)$$

由(17)式可见, 电子隧穿磁超晶格结构的传输概率的大小不仅取决于入射电子能量的大小, 而且与电子的入射方向有关, 即与波矢分量  $k_y$  有关.

在弹道区, 电导可以通过对半个费米面的积分得到<sup>[4, 8, 9]</sup>,

$$G(E_F) = G_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} T[E_F, \sqrt{2E_F} \sin \phi] \cos \phi d\phi, \quad (18)$$

式中  $\phi$  为相对于  $x$  方向的入射角,  $E_F$  为费米能,  $G_0 = e^2 m^* v_F l / \hbar^2$ ,  $l$  是  $y$  方向结构的线度,  $v_F$  是费米速度.

### 3 数值计算结果及讨论

我们可以利用电子隧穿超晶格结构的传输概率公式, 通过数值计算来揭示周期超晶格结构中共振劈裂效应的普遍特征. 图 1 中(a1), (a2), (a3) 表示电子隧穿完全相同的势垒周期排列而成的超晶格结构 ( $n = 10$ ) 的传输概率随入射电子纵向能量的变化. 第  $j$  个势垒的高度  $U_j = 300$  meV, 宽度  $b_j = 2$  nm, 第  $j$  个势阱的阱宽  $w_j = 5$  nm. 垒中和阱中电子的有效质量分别为  $m_b^i = 0.1002 m_e$ ,  $m_w^i = 0.067 m_e$ . 入射电子的横向波数为(a1)  $k_{xy} = 0$ ,

(a2)  $k_{xy} = 5.0 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$ , (a3)  $k_{xy} = 1.0 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$ . 从图中可以看出, 传输概率谱由共振区和禁区组成, 低能区的共振区较窄, 高能区的共振区展宽. 随着横向波数的增大, 共振区向低能方向移动. 对于电子隧穿由 10 个相同势垒组成的超晶格结构, 每一个共振区由 9 个共振峰组成, 结果再次证实了 Tsu 和 Esaki 的归纳<sup>[1]</sup>, 即对  $n$  个势垒的共振隧穿, 共振峰劈裂为  $n-1$  个. 电子隧穿超晶格结构的传输概率的共振峰和每个量子阱中的准束缚态能级相对应, 超晶格结构的周期性决定了微带(minibands)和微带隙(mini gap)的形成.

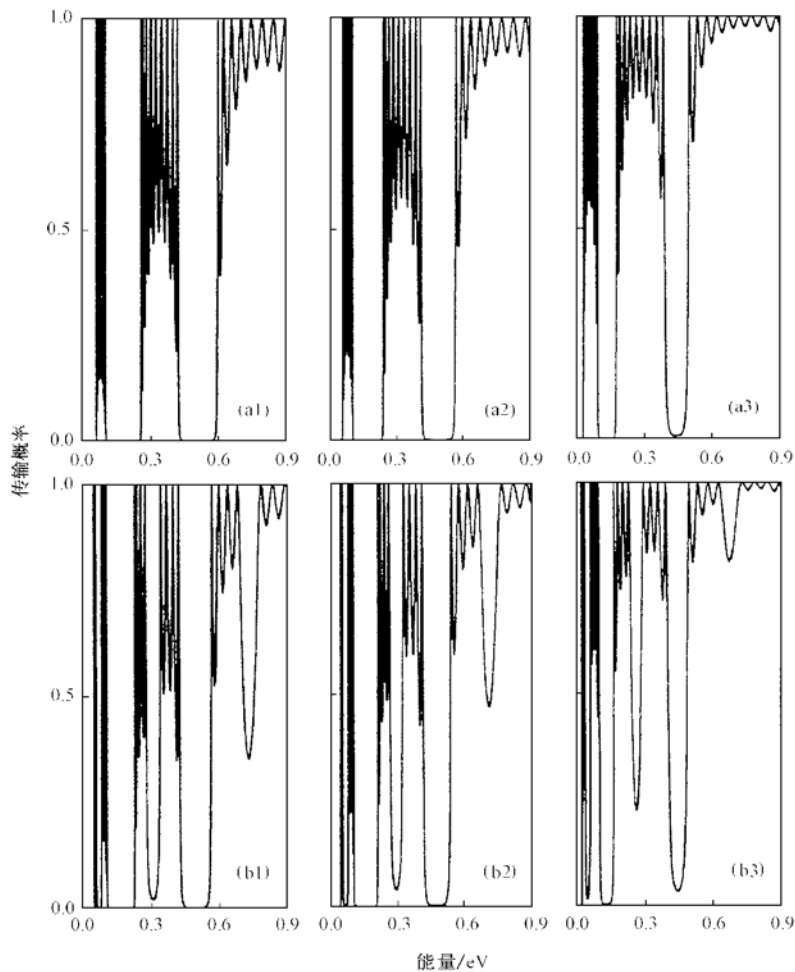


图 1 电子隧穿超晶格结构的传输概率随入射电子纵向能量的变化 (a1), (a2), (a3) 均为完全相同的势垒周期排列而成; (b1), (b2), (b3) 均为两种不同的势垒相间周期排列而成

图 1(b1), (b2), (b3) 表示电子隧穿由两种不同势垒相间周期排列而成的超晶格结构 ( $n = 10$ ) 传输概率随入射电子纵向能量的变化. 超晶格的构筑单元具有不同的高度 ( $U_{2j-1} = 300 \text{ meV}$ ,  $U_{2j} = 150 \text{ meV}$ ,  $j = 1, 2, \dots$ ), 垒宽和阱宽均取相同,  $b_1 = b_2 = 2 \text{ nm}$ ,  $w_1 = w_2 = 5 \text{ nm}$ . (b1)  $k_{xy} = 0$ , (b2)  $k_{xy} = 5.0 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$ , (b3)  $k_{xy} = 1.0 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$ . 与电子隧

穿相同势垒周期排列而成的超晶格的共振谱相比, 前者的一个共振区在由两个不同的势垒相间周期排列的超晶格结构中劈裂为两个亚共振区, 每个亚共振区包含少数的共振峰, 共振区变窄. 对  $n$  个势垒结构的隧穿, 每个大共振区中共振峰的总数不再恒等于  $n-1$ . 有趣的是, 我们的计算表明通常在原有势垒结构基础上, 每增加两个势垒共振劈裂便发生一次. 这里需要加以说明的是, 在低入射能量区的共振峰数量和高入射能量区的共振峰数量完全相等. 由于峰与峰之间的距离很小, 有些峰从图中不易分辨.

以上研究结果表明, 半导体超晶格结构中发生的共振劈裂效应不仅取决于结构中所含势垒的多少, 而且与各势垒的几何参数及其排列方式密切相关. 共振劈裂特征反映了相应结构的能带结构特征. 相同势垒周期排列而成的超晶格结构的一个共振区, 在由两个不同势垒相间周期排列而成的结构中通常劈裂为两个亚共振区, 共振峰的总数不再恒等于结构中所含量子阱的个数, 即对  $n$  个势垒的隧穿, 劈裂不总是  $n-1$  重的.

对于半导体超晶格结构, 当考虑到电子横向和纵向动量的耦合后, 隧穿电流密度可由下式给出<sup>[14]</sup>:

$$\begin{aligned} J_z(V_b) &= \frac{2e}{(2\pi)^3 \hbar} \int_{k_z > 0} d^3k [f(E, E_f^c) - f(E, E_f^v)] T(E_z, k_{xy}, V_b) \frac{\partial E}{\partial k_z} \\ &= \frac{em_0^*}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty dE E [f(E, E_f^c) - f(E, E_f^v)] \\ &\quad \times \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta T \left[ E \cos^2\theta, \left[ \frac{2m_0^* E}{\hbar^2} \right]^{1/2} \sin\theta, V_b \right] d\theta \\ &= J_0 \int_0^\infty dE E [f(E, E_f^c) - f(E, E_f^v)] \int_0^1 \bar{\theta} T(E, \bar{\theta}, V_b) d\bar{\theta}, \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $J_0 = em_0^* / \pi^2 \hbar^3$ ,  $f(E, E_f^c)$  和  $f(E, E_f^v)$  是入射区和透射区的费米-狄拉克分布函数,  $V_b$  为偏置电压. 当温度为零时, 上式可简化为

$$J_z(V_b) = J_0 \int_{E_0}^{E_F} dE E \int_0^1 \bar{\theta} T(E, \bar{\theta}, V_b) d\bar{\theta}, \quad (20)$$

其中  $E_0 = (E_F - eV_b)\theta(E_F - eV_b)$ , 这里的  $\theta$  为阶跃函数.

图 2(a1), (a2), (a3) 表示电子隧穿相同磁垒组成的磁超晶格结构 ( $n=10$ ) 的传输概率随入射电子能量的变化. 磁垒的参数为  $B_1=0.1\text{ T}$ ,  $d_1=1$ . 我们给出电子  $y$  方向的入射波矢分别为: (a1)  $k_y=0.7$ , (a2)  $k_y=0.0$ , (a3)  $k_y=-0.7$  的计算结果. 从图中可清晰地看到, 在传输概率谱上出现共振区和非共振区 (即共振禁区). 当  $k_y \geq 0$  时, 每个共振区由 9 个共振峰组成. 计算还表明, 当  $k_y \geq 0$  时, 在原有磁垒结构中每增加一个新的磁垒, 共振劈裂便发生一次. 对  $n$  个磁垒的隧穿, 共振峰劈裂的个数是  $n-1$  个, 劈裂的规律与由相同电势垒周期排列而成的周期半导体超晶格结构中劈裂的规律完全相同. 对于  $k_y < 0$ , 随着结构中磁垒的增多共振峰相应增多, 也存在着共振劈裂. 但与  $k_y \geq 0$  相比, 总的共振峰减少, 对  $n$  个磁垒的隧穿也没有  $n-1$  重劈裂的规律. 由此可见, 磁超晶格结构的共振劈裂不仅依赖于结构中磁垒的多少, 而且与电子隧穿动量的大小及方向密切相关.

图 2(b1), (b2), (b3) 表示电子隧穿由两种不同的磁垒相间周期排列而成的磁超晶格结构 ( $n=10$ ) 的传输概率随入射电子能量的变化. 磁垒参数为  $B_1=0.1\text{ T}$ ,  $B_2=0.3\text{ T}$ ,  $d_1$

$= d_2 = 1$ .  $y$  方向的入射波矢分别为: (b1)  $k_y = 0.7$ , (b2)  $k_y = 0.0$ , (b3)  $k_y = -0.7$ . 与电子隧穿相同磁垒构成的磁超晶格相比, 电子隧穿由两种不同的磁垒相间周期排列而成的磁超晶格结构有以下几个显著的特征: (1) 在我们考虑的能区, 共振区劈裂为两个亚共振区, 中间由禁区隔开, 计算同时表明, 通常在原有结构上每增加两个磁垒, 共振劈裂就发生一次; (2) 在相当宽的能区, 传输概率迅速衰减, 共振峰的总数减少, 共振区的总宽度显著缩短; (3) 对于不同大小或方向的波矢  $k_y$ , 共振隧穿发生在各不相同的能区. 以上所述的所有特征均明显表明, 由两种不同的磁垒相间周期排列而成的磁结构具有更强更好的波矢过滤特性, 这种性质可用来设计滤波器.

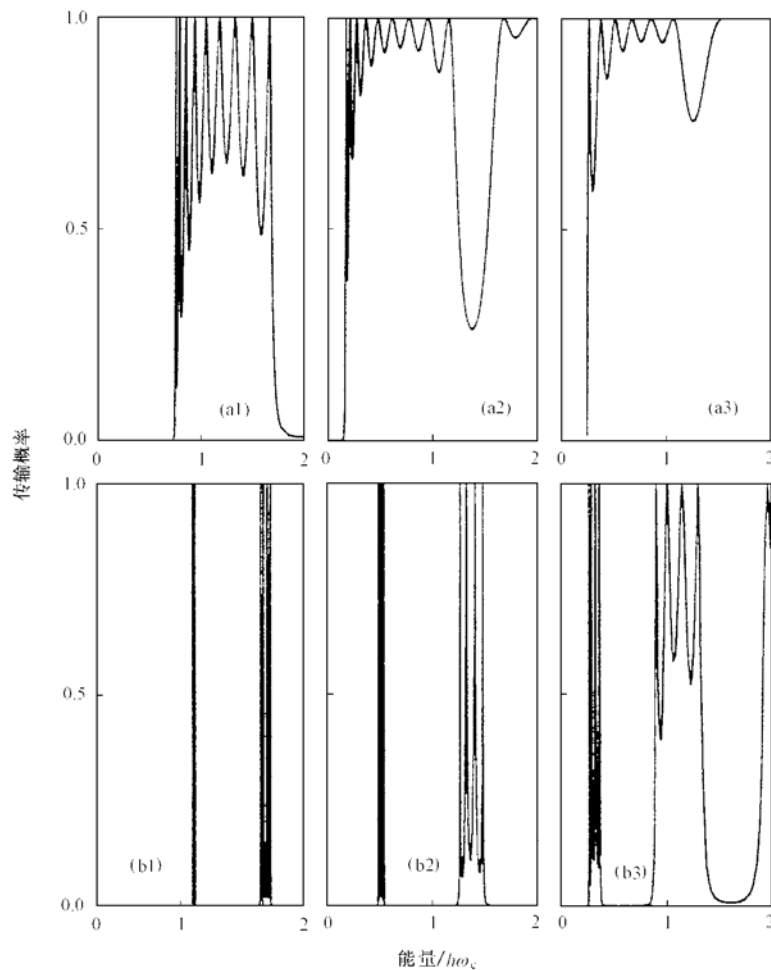


图2 电子隧穿磁超晶格结构( $n=10$ )的传输概率随入射电子能量的变化 (a1), (a2), (a3) 均为由相同磁垒周期排列而成, 磁垒参数:  $A$  ( $B_1 = 0.1 \text{ T}$ ,  $d_1 = 1$ ); (b1), (b2), (b3) 均为由两个不同磁垒相间周期排列而成, 磁垒参数:  $A$  ( $B_1 = 0.1 \text{ T}$ ,  $d_1 = 1$ ),  $B$  ( $B_2 = 0.3 \text{ T}$ ,  $d_1 = 1$ )

Matulis 等<sup>[4]</sup>及 You 等<sup>[8]</sup>最初研究的复杂磁垒结构之间存在着零磁场区, 图3给出电子隧穿由相同磁垒周期排列而成(图3(a1), (a2), (a3))和两不同磁垒相间周期排列而成

(图 3(b1), (b2), (b3)) 的磁超晶格结构 ( $n = 10$ ) 的传输概率随入射电子能量的变化. 与图 2 不同的是超晶格的磁垒之间有宽度为  $l = 3$  的无磁场区, 而磁垒的参数以及电子的入射波矢分量  $k_y$  与图 2 完全相同, 我们的目的在于一方面进一步探讨超晶格结构中共振劈裂的普遍性, 另一方面揭示磁超晶格结构中零磁场区的作用. 从图 3 容易看到, 共振也发生了劈裂, 并形成共振区和非共振区. 与图 2 相比, 共振峰变得更窄, 在相同的能区出现了更

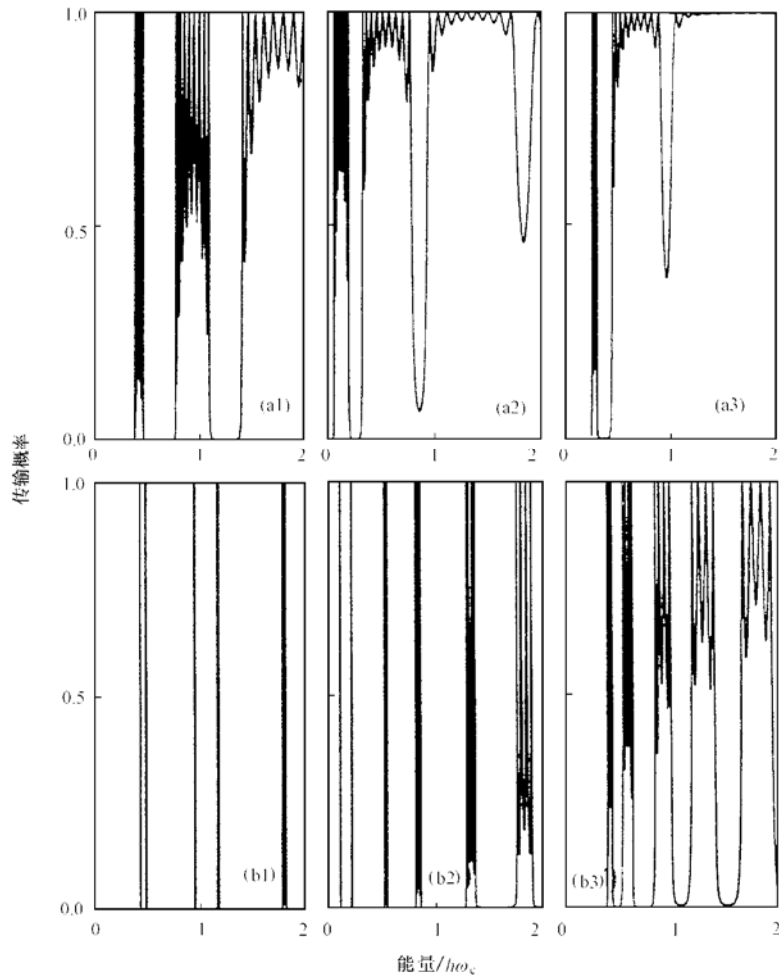


图 3 电子隧穿磁超晶格结构 ( $n = 10$ ) 的传输概率随入射电子能量的变化 (a1), (a2), (a3) 均为由相同磁垒周期排列而成, 磁垒参数:  $A$  ( $B_1 = 0.1 \text{ T}$ ,  $d_1 = 1$ ),  $l = 3$ ; (b1), (b2), (b3) 均为由两个不同磁垒相间周期排列而成, 磁垒参数:  $A$  ( $B_1 = 0.1 \text{ T}$ ,  $d_1 = 1$ ),  $B$  ( $B_2 = 0.3 \text{ T}$ ,  $d_1 = 1$ ),  $l = 3$

多的共振区. 我们知道, 在经典情况下电子传输仅仅取决于垒的多少, 而与磁垒间的无磁场区无关. 在量子情形下却不然, 磁垒间无磁场区对电子的隧穿运输起着非常重要的作用, 这种性质起源于电子的波动行为. 虽然图 3 中共振峰的数量和宽窄与图 2 显著不同, 但是每个共振区劈裂的规律完全相同. 这是另一个十分引人注目的特征, 表明无磁场区只影响共振区的多少, 但不影响每一共振区的劈裂特征. (这里我们需要再次指出, 在低入射

能量区的共振峰个数和高入射能量区的共振峰个数完全相等。)从以上结果可以看出,磁垒结构中磁垒间无磁场区的地位和作用在某种程度上类似于电势垒结构中量子阱区的作用和地位.我们知道,量子阱的增宽导致准束缚态能级间距的缩小.电势垒之间量子阱的增宽,反映在传输概率谱上将导致共振区的间距缩短,但对具有一定数量势垒的半导体超晶格结构,每个共振区所包含共振峰的多少是不受量子阱宽度变化影响的.

我们可用磁垒结构的有效电势能  $V(x, k_y) = [A_i(x) + k_y]^2/2$  和磁周期超晶格相应的能带结构对其中共振劈裂效应作些解释.我们认为在磁超晶格结构中发生的共振劈裂效应是由相应的能带结构决定的.与半导体超晶格不同的是磁超晶格的能带不仅仅取决于结构本身,而且与入射电子的波矢方向和大小有关<sup>[5]</sup>,可以称之为依赖于波矢分量  $k_y$  的磁微带结构,微带与微带之间由禁带隔开.当入射电子的能量正好落在微带区,共振隧穿便发生.对有限数量磁垒组成的超晶格,微带由一些分立的能级组成,因而在传输概率谱上可看到分立的共振峰.不同构型的磁超晶格结构,其能谱也不同.由不同的两磁垒相间排列而成的磁超晶格结构,其能谱与由相同磁垒组成的磁超晶格能谱相比,通常会发生劈裂,后者中的一个微带在前者通常劈裂为两个亚微带.因此在图 2 和图 3 中可以看到上述的劈裂特征.

图 4 表示电子隧穿不同构型的磁垒超晶格结构的电导随费米能的变化,结构参数选取为:(a)  $d_1 = d_2 = 1, B_1 = 0.1 \text{ T}, B_2 = 0.1, 0.2, 0.3 \text{ T}$ ; (b)  $d_1 = d_2 = 1, B_1 = 0.1 \text{ T}, B_2 = 0.1, 0.2, 0.3 \text{ T}, l = 3$ . 尽管我们在计算电导时对半个费米面做了积分,传输概率随结构变化的主要特征仍在电导上充分体现了出来.在低费米能区,图 4(a) 中实线表示电子隧穿相同磁垒组成的磁超晶格结构,整个电导曲线看上去像一个宽阔的肩形,其上有若干个起伏.对于电子隧穿由两个具有不同高度相同宽度的磁垒相间周期排列而成的结构,电导具有以下几个显著的特征:(1) 共振出现了劈裂,在所考虑的费米能区,相同磁垒构成的每个共振区在由不同磁垒相间排列的结构中劈裂为两个亚共振区;(2) 与相同磁垒构成的磁超晶格结构相比,电子隧穿由两不同磁垒相间排列而成的超晶格结构,电导明显减小.每个共振区的宽度缩短,特别是低费米能区  $B_1 = 0.1 \text{ T}, B_2 = 0.3 \text{ T}$  的情况;(3) 磁超晶格结构中相邻磁垒差别越大,共振劈裂在电导上表现得也越清楚.其中电导的减小起源于相应结构中传输概率的衰减,而清晰的电导峰的出现则起源于电子隧穿此类结构具有相对窄的传输概率共振峰;(4) 超晶格中无磁场区的引入导致共振区的增多,这一特征与传输概率谱的特征相同.

最后应该指出,我们所考虑的方形磁垒的情形只给出半定量和定性的图像,而且目前实验上对二维电子气实施不同强度周期调制可能有一定难度,但本文的结果表明,无论从理论的角度还是从器件可能的应用,做这样的探索都是有意义的.况且方形磁垒中表现出的传输特征,在具有光滑曲线的更接近实际的情况中也应该存在.众多的理论和实验指出<sup>[4,9]</sup>,基本的隧穿特征不依赖于磁垒的实际形状而是依赖于结构本身.另外,在具有不同高度相同宽度的磁垒组成的超晶格结构中得到的结论,可以自然地推广到具有不同宽度和相同高度的磁垒组成的磁超晶格结构.

如果考虑多带效应,理论上研究不同能谷电子态之间的隧穿,可以基于紧束缚近似<sup>[15]</sup>,也可以采用包络函数方法<sup>[16]</sup>.此外,对于磁垒超晶格结构,如果沿  $x$  方向施加一偏

置电压  $V_b$ , 隧穿电流密度由下式给出<sup>[17]</sup>:

$$J_x = \int_0^{\infty} \sqrt{E} \left[ f(E, E_f) - f(E, E_f - eV_b) \right] dE \int_{-1}^1 T(E, \bar{\theta}, V_b) d\bar{\theta}. \quad (21)$$

限于篇幅, 本文不再给出有关计算结果. 电子隧穿两类不同超晶格结构在传输概率谱上表现出来的部分劈裂特征, 也必将在隧穿电流密度谱上得以表现.

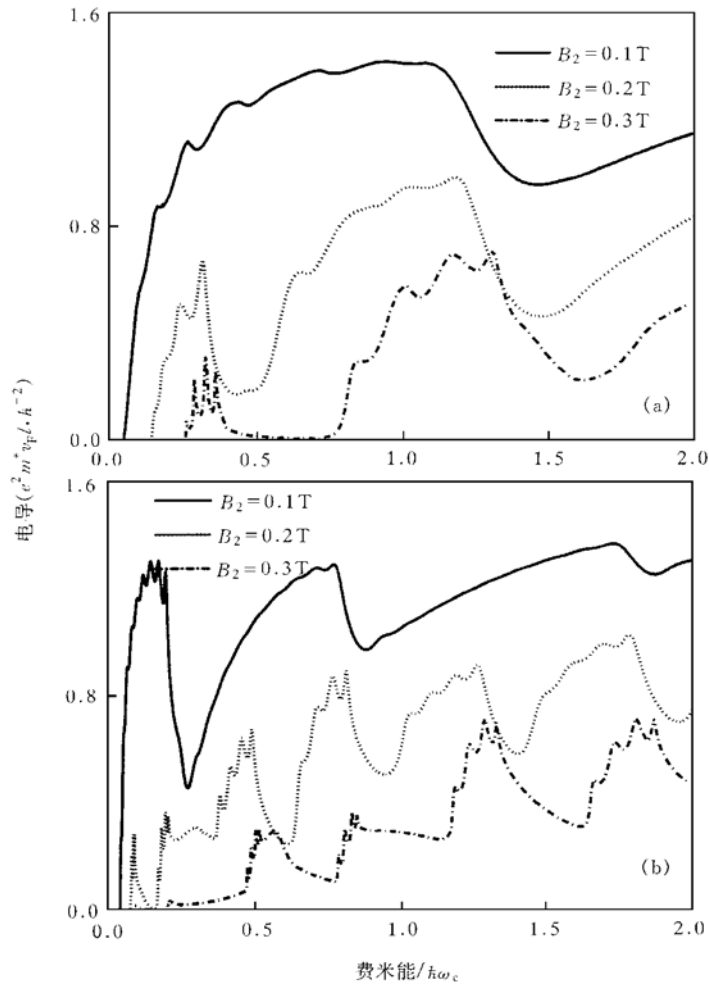


图4 电子隧穿不同构型的磁垒超晶格结构的电导随费米能的变化 (a)  $d_1 = d_2 = 1$ ,  $B_1 = 0.1 \text{ T}$ ,  $B_2 = 0.1, 0.2, 0.3 \text{ T}$ ; (b)  $l = 3$ ,  $d_1 = d_2 = 1$ ,  $B_1 = 0.1 \text{ T}$ ,  $B_2 = 0.1, 0.2, 0.3 \text{ T}$

## 4 结 论

本文着重研究半导体超晶格结构和磁垒超晶格结构中电子隧穿运输的共振劈裂特征. 在这一特性上, 两类不同的超晶格结构有相似之处, 但又有显著的不同. 我们考虑了两种不同构型的半导体超晶格结构和磁垒超晶格结构, 一种由相同电势垒或磁垒周期排列

而成, 另一种是由两种不同的电势垒或磁垒相间周期排列而成. 在半导体超晶格结构中, 相同势垒组成的超晶格结构中的一个共振区, 在由两个不同的势垒相间排列而成的超晶格结构中通常劈裂为两个, 后者共振区的总宽度缩短, 一个大共振区的共振峰的数量不再恒等于超晶格结构中所含量子阱的数量. 如果考虑了电子横向动量和纵向动量的耦合后, 横向波数将导致共振区移向低能方向, 但不影响共振劈裂的规律. 对于磁超晶格结构, 具有  $k_y \geq 0$  的电子隧穿相同磁垒组成的超晶格结构, 发现对  $n$  个磁垒的隧穿出现  $n-1$  重的劈裂. 这一劈裂规律与相同电势垒构成的半导体超晶格结构中共振劈裂的规律完全相同. 具有  $k_y < 0$  的电子隧穿同类超晶格结构, 同样存在劈裂效应, 但对  $n$  个磁垒的隧穿, 共振峰劈裂的数量不再恒等于  $n-1$ . 对于由两种不同磁垒相间周期排列而成的超晶格, 通常相同磁垒构成的超晶格的一个共振区在这类超晶格中劈裂为两个亚共振区, 每个共振区由相对少的共振峰组成, 共振峰的总数减少. 另外一个十分突出而又重要的特征是共振区的总宽度明显地缩小, 以及对不同的入射波矢  $k_y$  共振发生在不同的能区. 这一特征清晰地表明, 由不同磁垒相间排列而成的磁超晶格结构具有更好的波矢过滤特征. 从应用的角度来看, 这类超晶格更适合做滤波器件. 另外, 磁垒间无磁场区的引入不影响每个共振区的劈裂特征, 而影响共振区的数目和共振区与共振区之间的间距, 无磁场区的作用在某种程度上类似于半导体超晶格结构中的量子阱区.

- [ 1 ] L. Esaki, R. Tsu, *Appl. Phys. Lett.*, **22**(1973), 562.
- [ 2 ] Xue-wen Liu, A. P. Stamp, *Phys. Rev.*, **B47**(1993), 16605.
- [ 3 ] Xue-wen Liu, A. P. Stamp, *Phys. Rev.*, **B50**(1994), 1588.
- [ 4 ] A. Matulis, F. M. Peeters, P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 1518.
- [ 5 ] I. S. Ibrahim, F. M. Peeters, *Phys. Rev.*, **B52**(1995), 17321.
- [ 6 ] H. A. Carmona, A. K. Geim, A. Nogaret *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995), 3009.
- [ 7 ] P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardts *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995), 3013.
- [ 8 ] J. Q. You, Lide Zhang, *Phys. Rev.*, **B54**(1996), 1526.
- [ 9 ] Yong Guo, Bing-lin Gu, Weir-hui Duan, Yu Zhang, *Phys. Rev.*, **B55**(1997), 9314.
- [ 10 ] Xue-hua Wang, Ben-yuan Gu, Guo-zhen Yang, *Phys. Rev.*, **B55**(1997), 9340.
- [ 11 ] V. V. Paranjape, *Phys. Rev.*, **B52**(1995), 10740.
- [ 12 ] Xue-hua Wang, Ben-yuan Gu, Guo-zhen Yang, *Phys. Lett.*, **A234**(1997), 233.
- [ 13 ] Xue-hua Wang, Ben-yuan Gu, Guo-zhen Yang, *Phys. Rev.*, **B56**(1997), 9224.
- [ 14 ] Yong Guo, Bing-lin Gu *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **84**(1998), 918.
- [ 15 ] T. B. Boyki, J. A. P. van der Wagt, J. S. Harris Jr., *Phys. Rev.*, **B43**(1991), 4777.
- [ 16 ] T. Ando, S. Wakahara, H. Akera, *Phys. Rev.*, **B40**(1989), 11609; T. Ando, H. Akera, *Phys. Rev.*, **B40**(1989), 11619; Jian-bai Xia, *Phys. Rev.*, **B41**(1990), 3117.
- [ 17 ] Yao-ming Mu, Y. Fu, M. Willander, *Superlattices and Microstructures*, **22**(1997), 135.

## UNIVERSALITY OF RESONANT SPLITTING IN SUPERLATTICES\*

GUO YONG GU BING-LIN

(*Department of Modern Applied Physics, Tsinghua University, Beijing 100084*)

(Received 26 October 1998; revised manuscript received 15 January 1999)

### ABSTRACT

In this work the resonant splitting effect in semiconductor superlattices and magnetic-barrier superlattices is investigated systematically by using transfer-matrix method. Universality of characteristics of resonant splitting is revealed for electron tunneling through these two different kinds of superlattices. The results indicate that the common features of resonant splitting are not only determined by the structure but also by parameters of building blocks. Moreover, in magnetic-barrier superlattices splitting feature is also related with the tunneling momentum perpendicular to the tunneling direction.

**PACC:** 7340; 0365

---

\* Project supported by the National High Technology Development Program of China(Grant No. 715-010-0011) and by the Research Foundation of Tsinghua University(Grant No. 98jc082).