

预群聚电子束发出的超辐射脉冲的 推迟效应、寿命和相干条件

丁 武

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)
(1998 年 4 月 13 日收到; 1998 年 6 月 4 日收到修改稿)

讨论了在 Super-Reltron 中预群聚电子束发出的超辐射脉冲的推迟效应、寿命和相干条件.

PACC: 5225P; 4180D; 5235; 5260

1 引 言

文献[1]的实验测量了二极管电压、电流和电功率与提取腔中的辐射功率对时间的变化曲线. 将辐射功率的起点与电功率曲线上电流上升到额定值的时刻比较表明: 在调制腔中被完全预群聚的电子束, 在提取腔中发出的辐射有推迟效应. 文献[2]从理论上给出, 在调制腔中被完全预群聚的电子束在提取腔中将发出超辐射脉冲, 辐射功率与电子束密度的平方成正比. 本文讨论了超辐射脉冲的推迟效应, 同时给出了超辐射脉冲的寿命和相干条件.

2 预群聚电子束在提取腔中发出的超辐射脉冲

按照文献[2], 电子束的复数群聚因子 B 为

$$\begin{aligned} B &= e^{-i\Delta\theta_n^*(t_0)} \\ &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l(MAF_1 e^{\Gamma n^* g}) e^{i l \omega t_0} \\ &\quad \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(MAF_2 e^{\Gamma n^* g}) e^{i m \omega t_0}. \end{aligned} \quad (1)$$

本文所用的符号除另加说明的以外, 其余的定义与文献[2]相同.

为了使问题能够得到解析表达式, 我们通过对电子束和调制腔的设计使参数 $F_1 = 0$, 则(1)式简化为

$$B = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(MAF_2 e^{\Gamma n^* g}) e^{i m \omega t_0}.$$

于是预群聚电子束经过后加速后在提取腔中辐射方程简化为

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial z} = -G_0 e^{-i\Delta k z} J_1(\alpha \omega), \quad (2)$$

$$G_0 = \frac{|e| c \beta_0 n_0 \pi R_c^2 \lambda E_{pz}^*(r_b)}{UV_g}, \quad (3)$$

$$\Delta k = k_z - \frac{\omega}{c\beta_0}, \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{MF_2}{c\beta_0^3 \gamma_0^3} \frac{|e| \beta f_{al}^*(r_b) |\epsilon_0|}{2mc^2} e^{In^*g}. \quad (5)$$

由(2)式可以看到, 辐射场在提取腔出口处达到最大值

$$E(L, \omega) = -\frac{1}{2} f_{al}^*(r_b) G_0 J_1(\alpha \omega) \int_0^L e^{-i\Delta k z} dz. \quad (6)$$

此处 L 是提取腔(相互作用区)的长度.

为了求得辐射场的时间剖型, 对 $E(L, \omega)$ 作 Fourier 变换

$$\begin{aligned} E(L, t) &= \frac{T}{2\pi} \int E(L, \omega) e^{-i\omega t + i k_z L} d\omega \\ &= \frac{T}{2\pi} \frac{1}{2} f_{al}^*(r_b) G_0 \int_0^1 dx \int_{-\infty}^{\infty} J_1(\alpha \omega) \exp \left[-i\omega \left[t - \frac{L}{v_p}(1-x) - \frac{Lx}{v_0} \right] \right] d\omega \\ &= \begin{cases} -\frac{T}{2\pi} \frac{1}{2} f_{al}^*(r_b) G_0 \int_0^1 dx \frac{2(-i) T_1 \left[\frac{t - \tau_d(x)}{\tau_R} \right]}{\left[1 - \left(\frac{t - \tau_d(x)}{\tau_R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{t - \tau_d(x)}{\tau_R} \right)^2 < 1, \\ 0 & \left(\frac{t - \tau_d(x)}{\tau_R} \right)^2 > 1, \end{cases} \quad (7) \\ x &= \frac{z}{L}. \quad (8) \end{aligned}$$

在对 ω 积分时, 我们做了在提取腔中电磁波的相速度 $v_p = \frac{\omega}{k_z(\omega)}$ 是常数的近似. 此处

$T_1 \left(\frac{t - \tau_d}{\tau_R} \right)$ 是第一类第一阶 Chebyshev 多项式. 由(7)式可以看出, 超辐射是一个脉冲, 它在比电子束进入提取腔时刻推迟一个时间发出, 这个推迟时间 τ_d 由下式计算:

$$\tau_d = \frac{L}{v_p} + \left(\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v_p} \right) Lx \approx \frac{L}{v_p}. \quad (9)$$

超辐射脉冲的寿命 τ_R 为

$$\tau_R \equiv \alpha \sim \text{Me}^{(n^*+1)Ig} \frac{1}{c\beta_0^3 \gamma_0^3} \frac{|e| f_{al}^*(r_b) |\epsilon_0|}{2mc^2}. \quad (10)$$

本文从理论上预言了超辐射脉冲发射的推迟效应, 但由于不知这个推迟效应的确切实验数据和提取腔结构的具体参数, 难以进行理论与实验的比较.

3 整个预群聚电子束经过提取腔发出辐射的相干性和脉冲长度

对于文献[1]的实验,电子束经过提取腔所需时间 $t_c = \frac{L}{v_0} \approx \frac{10}{0.635 \times 3 \times 10^{10}} \approx 0.5 \text{ ns}$

($V=150 \text{ kV}$), 电子束脉冲长度 $\tau_e \approx 1 \mu\text{s}$, 所以整个电子束经过提取腔发出 $n = \frac{\tau_e}{t_c} \approx 2000$ 个超辐射脉冲. 将这 n 个超辐射脉冲相加,

$$E(L, t) = \sum_n E_n(L, \omega_0) e^{-i\omega_0 \left(t + \frac{nL}{v_0} \right) + ik_z L + i\phi_n}. \quad (11)$$

此处 E_n 和 ϕ_n 分别为电子束在提取腔中发出的第 n 个超辐射脉冲的电场的振幅和相位.

如果这 n 个超辐射脉冲满足相干条件

$$\begin{aligned} E_n(L, \omega_0) &= \text{const.} = E_1, \\ \phi_n &= \text{const.} = \phi_1 \end{aligned} \quad (12)$$

和

$$\frac{\omega_0}{2} \frac{L}{v_0} = N2\pi \quad (N \text{ 为整数}), \quad (13)$$

那么(11)式可写为

$$\begin{aligned} E(L, t) &= E_1(L, \omega_0) e^{-i\omega_0 t + ik_z L + i\phi_1} \\ &\times e^{-i\frac{n-1}{2} \omega_0 \frac{L}{v_0}} \frac{\sin \frac{n\omega_0}{2} \frac{L}{v_0}}{\sin \frac{\omega_0}{2} \frac{L}{v_0}} \\ &= nE_1(L, \omega_0) e^{-i(n-1)2N\pi} e^{-i\omega_0 t + ik_z L + i\phi_1}. \end{aligned} \quad (14)$$

于是, 这 n 个超辐射脉冲相干相加, 其合成功率

$$P = n^2 P_1, \quad (15)$$

脉宽为

$$\tau_t = \tau_R. \quad (16)$$

由(13)式, 我们可以计算满足相干相加的提取腔长度 L ,

$$L = \frac{2v_0}{f_0} = \frac{2 \times 0.635 \times 3 \times 10^{10}}{1.3 \times 10^9} \approx 30(\text{cm}). \quad (17)$$

如果这 n 个超辐射脉冲满足条件

$$\begin{aligned} E_n(L, \omega_0) &= \text{const.} = E_1, \\ \phi_n &= \text{const.} = \phi_1, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\omega_0}{2} \frac{L}{v_0} \neq N2\pi, \quad (19)$$

那么, 这 n 个超辐射脉冲非相干相加, 其合成功率

$$P = P_1, \quad (20)$$

脉宽为

$$\tau_t = \tau_e. \quad (21)$$

4 超辐射提取腔的设计要求

如果我们追求高功率, 那么提取腔的设计要求必须满足相干条件

$$\begin{aligned} E_n &= \text{const.} = E_1, \\ \phi_n &= \text{const.} = \phi_1 \end{aligned} \quad (22)$$

和

$$\frac{\omega_0}{2} \frac{L}{v_0} = N2\pi. \quad (23)$$

(22)式可由预群聚电子束沿长度方向的均匀性达到. 如果我们追求一定功率的长脉冲, 那么提取腔的设计必须满足条件

$$\begin{aligned} E_n(L, \omega_0) &= \text{const.} = E_1, \\ \phi_n &= \text{const.} = \phi_1, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{\omega_0}{2} \frac{L}{v_0} \neq N2\pi. \quad (25)$$

[1] Barry M. Marder, M. Collins Clark, Larry D. Bacon *et al.*, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **20**(1992), 312.

[2] Ding Wu, *Acta Physica Sinica*, **46**(1997), 2180(in Chinese).

RETARDED EFFECT, LIFE TIME AND COHERENT CONDITIONS OF THE SUPERRADIATION PULSES EMITTED BY THE PREBUNCHED ELECTRON BEAM

DING WU

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088*)

(Received 13 April 1998; revised manuscript received 4 June 1998)

ABSTRACT

In this paper, we have discussed the retarded effect, life time and coherent conditions of the superradiation pulses emitted by the prebunched electron beam in Super-Reltron.

PACC: 5225P; 4180D; 5235; 5260