

# 多能级原子的量子跳跃与连续量子测量\*

陈一新<sup>1)</sup> 上官王佐<sup>2)</sup> 季达人<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(浙江大学浙江近代物理中心和物理系, 杭州 310027)

<sup>2)</sup>(浙江大学环境科学系, 杭州 310028)

(1998 年 6 月 1 日收到; 1998 年 10 月 19 日收到修改稿)

研究了多能级原子的量子跳跃行为, 构造出多能级原子系统光学 Block 方程的形式解. 证明了 Mollow 的纯态描述理论不适用于多能级原子, 为此, 发展了混合态描述理论, 得出了多能级原子的重置密度矩阵为混合态的结论. 最后, 讨论了多能级原子的量子跳跃与连续量子测量的联系.

PACC: 0365; 3280K

## 1 引 言

激光冷却与俘获原子是近年来物理学研究领域中的一个激动人心的热门课题. 实验上, 目前可以将原子或离子俘获并冷却到几 K 以下的温度<sup>[1-3]</sup>, 理论上有关俘获与冷却的方案以及讨论冷却机制的文章不断涌现<sup>[5-14]</sup>. 我们注意到, 为了使其模型简单化, 大多数文章采用了二能级原子模型<sup>[7-13]</sup>, 并采用了 Mollow 在 1975 年建立起来的纯态描述理论<sup>[4]</sup>进行描述; 其俘获势一般局限于一维或二维, 然而这与实际情况, 即大多数原子为多能级原子, 是有很大区别的, 因而这些理论能否适用于多能级原子, 是一个值得继续研究的问题. 我们以多能级原子为研究对象, 证明 Mollow 的纯态描述理论不适用于多能级原子, 研究了多能级原子的量子跳跃行为, 发展了混合态描述理论, 构造出多能级原子系统 Block 方程的形式解, 并一般性地讨论了量子跳跃与连续测量的联系. 结论是当多能级原子发生量子跳跃时, 其条件密度矩阵是退相干的.

利用阻尼理论推导出了多能级原子-场系统的等效哈密顿, 并给出散射场随时间的演化方程; 在响应近似条件下, 推导了多能级原子的约化密度矩阵(元)的演化方程; 讨论了多光子效应, 导出了系统的无穷 hierarchy 光学 Block 方程, 证明了一般情况下多能级原子的重置密度矩阵为混合态, 因而必须运用混合态理论来描述多能级原子-激光场系统, 发展了混合态描述理论, 引进了自发辐射道的概念, 构造出了多能级原子系统 Block 方程的形式解; 对多能级原子的量子跳跃与连续量子测量的联系做了讨论.

\* 国家自然科学基金(批准号: 19875041)、浙江大学曹光彪高科技发展基金(批准号: 43200401\* 29811)和浙江省自然科学基金(批准号: RC98022)资助的课题.

## 2 等效薛定谔方程

现在来考虑多能级原子与入射激光场相互作用的问题. 设该原子处在坐标原点. 在旋转波近似下, 系统的哈密顿为

$$H(t) = H_{0a} + H_{0F} + H_1(t), \quad (1)$$

$$H_1(t) = -\hbar \sum_{\substack{j,k \\ (E_j > E_k)}} \lambda_{jk}^* \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_R^\dagger(0) + \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(0, 1)) \hat{a}_{jk} \\ - \hbar \sum_{\substack{j,k \\ (E_j > E_k)}} \hat{a}_{jk}^\dagger \lambda_{jk} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_R(0) + \boldsymbol{\varepsilon}_c(0, t)), \quad (2)$$

原子-场系统的态矢量  $|t\rangle$  满足 Schrödinger 方程

$$i\hbar \frac{d}{dt} |t\rangle = H(t) |t\rangle. \quad (3)$$

(1) 式中  $H_{0a}$  为原子的自由哈密顿

$$H_{0a} = \sum_{j=0}^n \hbar\omega_j |j\rangle_{aa} \langle j|, \quad (4)$$

$H_{0F}$  为量子场的自由哈密顿

$$H_{0F} = \sum_k \hbar\omega_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k, \quad (5)$$

而(2)式中  $\hat{a}_{jk} = |k\rangle_{aa} \langle j|$ ,  $\lambda_{jk} = {}_a \langle j | \boldsymbol{\mu} | k \rangle_a$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_c(0, t)$  为入射场(经典的)的正频部分,  $\boldsymbol{\varepsilon}_R(0)$  为量子电磁场正频部分算符, 分别定义为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c(\mathbf{r}, x) = i \sum_k \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \beta_k e^{-i\omega_k t}, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_R(\mathbf{r}) = i \sum_k \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \hat{b}_k, \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_k(\mathbf{r}) = (\hbar\omega_k/2V)^{\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{e}}_k e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad (8)$$

其中  $\hat{b}_k$  为  $k$  模光子消灭算符,  $\hat{\mathbf{e}}_k$  为单位极化矢量,  $V$  为量子化体积, 为了使  $\hat{a}_{jk}$  表示原子下降跃迁算符,  $\lambda_{jk}$  表示下降跃迁系数, 都要求  $E_j > E_k$ , 为了书写方便, 在求和号  $\sum_{\substack{j,k \\ (E_j > E_k)}}$  下

面略去  $(E_j > E_k)$  这一标记, 以后凡出现  $\hat{a}_{jk}$ ,  $\lambda_{jk}$  和  $\sum_{j,k}$ , 都含有  $E_j > E_k$  这一条件, 除非特别说明.

经过类似于 Mollow 推导二能级原子吸收光子贡献的过程<sup>[4]</sup>, 可以得到

$$\boldsymbol{\varepsilon}_R(0) |t\rangle = \frac{1}{2} i \sum_{j,k} \lambda_{jk}^* \kappa_{jk} / |\lambda_{jk}|^2 \hat{a}_{jk} |t\rangle, \quad (9)$$

其中

$$\kappa_{jk} = |\lambda_{jk}|^2 \omega_{jk}^3 / 3\pi c^2. \quad (10)$$

上式中  $\omega_{jk}$  为原子第  $j$  和第  $k$  两个能级之间的跃迁频率. 这样, 在多能级原子的相互作用哈密顿(2)式中消去光子吸收项而用(9)式代替. 注意, 这一操作仅在这样两个条件下成

立,一是初始时刻原子和场退耦合并都处于基态;二是基于频率的条件,即在相互作用表象下态矢量  $|\mathbf{t}\rangle$  ('表示在相互作用表象下)相对于快速振荡的入射激光和原子的电偶极矩而言,是缓变的.我们将(9)式代入相互作用哈密顿(2)式及(1)式,得

$$\begin{aligned} \tilde{H}(\mathbf{t}) = & \sum_j \hbar \omega_j |j\rangle_{aa} \langle j| - \frac{1}{2} i \hbar \sum_{j,j',k} \kappa_{j'k} \frac{\lambda_{jk} \cdot \lambda_{j'k}^*}{|\lambda_{j'k}|^2} |j\rangle_{aa} \langle j'| + H_{0F} \\ & - \hbar \sum_{j,k} \lambda_{jk}^* \cdot (\mathbf{e}_R^\dagger(\mathbf{0}) + \mathbf{e}_c^*(\mathbf{0}, t)) \hat{a}_{jk} - \hbar \sum_{j,k} \hat{a}_{jk}^\dagger \lambda_{jk} \cdot \mathbf{e}_c(\mathbf{0}, t). \end{aligned} \quad (11)$$

这样,系统的 Schrödinger 方程就变为

$$i \hbar \frac{d}{dt} |\mathbf{t}\rangle \equiv \tilde{H}(\mathbf{t}) |\mathbf{t}\rangle. \quad (12)$$

其中  $\tilde{H}(\mathbf{t})$  由(11)式定义.事实上,在写出(2)式及(1)式时应用的响应近似与导致(9)式的条件是一致的,因而对(9)式及等效哈密顿  $\tilde{H}(\mathbf{t})$  并没有加上更强的限制条件.需要强调的是当入射场强度高到引起跃迁饱和,即便在已经有很多光子被原子散射后,也不会影响所得到的结果的正确性.当然,新光子的连续产生是一个积分过程,不可以被忽略,除非在弱入射场情况下.

对态矢量  $|\mathbf{t}\rangle$  可以作如下分解:

$$|\mathbf{t}\rangle = \sum_{m=0}^n |m\rangle_a |\mathbf{t}\rangle_{mF}. \quad (13)$$

将上式代入(12)式,然后对等式两边左乘  ${}_a \langle m|$ ,利用原子态完备集  $\{|n\rangle_a\}$  的正交归一性,则得

$$\begin{aligned} i \hbar \frac{d}{dt} |\mathbf{t}\rangle_{mF} = & (\hbar \omega_m - \frac{1}{2} i \hbar \kappa_m + H_{0F}) |\mathbf{t}\rangle_{mF} - \sum_k \hbar \lambda_{mk} \cdot \mathbf{e}_c(\mathbf{0}, t) |\mathbf{t}\rangle_{kF} \\ & - \sum_j \hbar \lambda_{jm}^* \cdot (\mathbf{e}_R^\dagger(\mathbf{0}) + \mathbf{e}_c^*(\mathbf{0}, t)) |\mathbf{t}\rangle_{jF}. \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\kappa_m \equiv \sum_{\substack{j \\ (E_m > E_j)}} \kappa_{mj}. \quad (15)$$

在上式的推导中已经应用了响应近似而在哈密顿(11)式中去掉了  $|j\rangle_{aa} \langle j'| (j \neq j')$  项后代入(12)式进行计算.

(14)式是关于  $|\mathbf{t}\rangle_{mF}$  的  $n+1$  个关于时间一次导数的微分方程组,  $m$  取值范围为从 0 到  $n$ ,其中第  $m$  个矢量  $|\mathbf{t}\rangle_{mF}$  的物理意义表示原子处在能级  $|m\rangle_a$  时的散射场量,即辐射场在态空间上的矢量.可以看出,  $|\mathbf{t}\rangle_{mF}$  并没有体现出多光子效应来,这是因为  $|\mathbf{t}\rangle_{mF}$  已经对各个确定光子数的贡献求和了.为了讨论散射场的多光子效应,必须将它的光子数 Fock 子空间中展开.

### 3 约化密度矩阵元及算符的演化方程

现在推导多能级原子约化密度算符及其矩阵元的运动方程.这两个方程是后面分析多光子效应的出发点.

原子约化密度矩阵元的定义为

$$\rho_{jk}(t) \equiv \langle t | \hat{a}_{jk} | t \rangle. \quad (16)$$

根据  $\hat{a}_{jk}$  和  $| t \rangle_{jF}$  (参见(13)式) 的定义, 又可将上式写成

$$\rho_{jk}(t) = {}_a \langle j | t \rangle \langle t | k \rangle_a = {}_{kF} \langle t | t \rangle. \quad (17)$$

由(16)式, 对时间微分, 并利用方程(11)及(12), 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{lm}(t) &= -i \omega_{lm} \rho_{lm} + i \sum_j \lambda_{jl}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(0, t) \rho_{jm} + \frac{1}{2} \sum_{j, j', k} \kappa_{j'k} \frac{\lambda_{jl}^* \cdot \lambda_{j'k}}{|\lambda_{j'k}|^2} \rho_{jj'} \delta_{mk} \\ &+ i \sum_k \lambda_{lk} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c(0, t) \rho_{km} - \frac{1}{2} \sum_{j', k} \kappa_{j'k} \frac{\lambda_{j'k}^* \cdot \lambda_{lk}}{|\lambda_{j'k}|^2} \rho_{j'm} + \frac{1}{2} \sum_{j, j', k} \kappa_{j'k} \frac{\lambda_{jm} \cdot \lambda_{j'k}^*}{|\lambda_{j'k}|^2} \rho_{j'j} \delta_{lk} \\ &- i \sum_j \lambda_{jm} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c(0, t) \rho_{lj} - i \sum_k \lambda_{mk}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(0, t) \rho_{lk} - \frac{1}{2} \sum_{j', k} \kappa_{j'k} \frac{\lambda_{mk}^* \cdot \lambda_{j'k}}{|\lambda_{j'k}|^2} \rho_{lj'}. \end{aligned} \quad (18)$$

在响应近似条件下(入射激光频率为某一定值, 并满足条件  $\boldsymbol{\mu}_{ij} \cdot \mathbf{E}_c \ll \hbar \omega_{ij} = E_i - E_j$ , 其中  $\boldsymbol{\mu}$  原子电偶极矩算符,  $\mathbf{E}_c$  为入射场算符,  $E_i, E_j$  为原子第  $i$  和第  $j$  能级本征能量) 当  $l \neq m$  时, 上面等式右边第三项只有当  $j = l, j' = m$  时才与  $\rho_{lm}(t)$  同频率振荡, 在这一条件下化简的结果为 0, 因为系数  $\lambda_{ll} = 0$ ; 同理上式第六项化为 0. 对第五项, 在响应近似下必须有  $j' = l$ , 该项化简结果为  $-\frac{1}{2} \sum_k \kappa_{lk} \rho_{lm}(t)$ , 同理最后一项化简为  $-\frac{1}{2} \sum_k \kappa_{mk} \rho_{lm}(t)$ . 而当  $l = m$  时, 上式第三和第六项中当  $j = j'$  有贡献, 这两项化简结果都为:  $\frac{1}{2} \sum_j \kappa_{jm} \rho_{jj}(t)$ .

根据上述分析, 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{lm}(t) &= \left( -i \omega_{lm} - \frac{1}{2} \kappa_l - \frac{1}{2} \kappa_m \right) \rho_{lm}(t) - \frac{1}{i \hbar} [\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(0, t), \rho(t)]_{lm} \\ &+ \sum_j \delta_{lm} \kappa_{jm} \rho_{jj}(t). \end{aligned} \quad (19)$$

在上式的推导中已经将(18)式中的第二、四、七、八项合并而用对易子表示了.(19)式就是多能级原子约化密度矩阵元的运动方程; 它是齐次方程.

现在推导算符形式的约化密度矩阵的运动方程. 首先, 将(1), (2)式给出的多能级原子-场系统的哈密顿改写成

$$H(t) = H_{0a} + H_{0F} - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(0, t) - \hbar \sum_{j, k} \hat{a}_{jk}^\dagger \lambda_{jk} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_R(0) - \hbar \sum_{j, k} \lambda_{jk}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_R^\dagger(0) \hat{a}_{jk}, \quad (20)$$

而态矢量  $| t \rangle$  满足 Schrödinger 方程

$$i \hbar \frac{d}{dt} | t \rangle = H(t) | t \rangle. \quad (21)$$

其中  $H(t)$  就是由(20)式给出的. 算符形式的约化密度矩阵定义为

$$\rho(t) \equiv [ \langle t | \hat{a}_{jk}^\dagger t \rangle, \text{diag} \langle t | \hat{a}_{jk} \hat{a}_{jk}^\dagger t \rangle ]. \quad (22)$$

由上式对时间微分, 并利用(20)及(21)式, 可以得到

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \frac{1}{i \hbar} \left[ H_{0a} - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(0, t) - \frac{1}{2} i \hbar \sum_{j, k} \kappa_{jk} \hat{a}_{jk}^\dagger \hat{a}_{jk}, \rho(t) \right] + \sum_{j, k} \kappa_{jk} \hat{a}_{jk} \rho(t) \hat{a}_{jk}^\dagger. \quad (23)$$

在上式的推导中,因为  $\mathbf{H}_{0F}$  与  $\rho(t)$  是对易的(关于这点只要将(23)式投影到确定光子数子空间上去便可清楚地看出,下面将进行这样的工作;此外也可以从(18)式的推导过程中看出),故(23)式右端第一项中不出现  $\mathbf{H}_{0F}$ . 此外,还应用了响应近似来化简  $\sum_{j,k} \hat{a}_{jk}^\dagger \lambda_{jk} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_R(0) |t\rangle \langle t|$  而得  $\frac{1}{2} \sum_{j,k} \kappa_{jk} \hat{a}_{jk}^\dagger \hat{a}_{jk} \rho(t)$ , 及其相应的共轭项.

到此,导得了算符形式的约化密度矩阵的演化方程.事实上,还可以利用(19)式右乘  ${}_a \langle m|$  和左乘  $|l\rangle_a$ , 然后对指标  $l, m$  求和,从而得到方程(23).

#### 4 无穷 Hierarchy 光学 Block 方程形式解的构造

在上一节的讨论中,约化密度矩阵(元)是各个确定光子数部分的贡献之和,因此不能反映出多光子效应来,特别是原子-散射场系统光子的不断产生和被散射这一特性,并没有被反映了出来.因而有必要在光子数空间中讨论多能级原子约化密度矩阵元的演化过程.现在把(14)式投影到确定光子数子空间中去,即对场矢量作这样的展开

$$|t\rangle_{IF} = \sum_{n=0}^{\infty} |t\rangle_{IF}^{(n)}. \quad (24)$$

上式展开式中任意一项  $|t\rangle_{IF}^{(n)}$  都是光子数算符  $\hat{N}$  的本征态

$$(\hat{N} - n) |t\rangle_{IF}^{(n)} = 0, \quad (25)$$

在确定光子数子空间中,原子约化密度矩阵元  $\rho_{\mu\nu}^{(n)}(t)$  的定义为

$$\rho_{\mu\nu}^{(n)}(t) \equiv {}_{IF} \langle t| \rho |t\rangle_{IF}^{(n)}. \quad (26)$$

于是,由(14)式有

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} |t\rangle_{IF}^{(n)} &= (\omega_l + \mathbf{H}_{0F}) |t\rangle_{IF}^{(n)} - \hbar \sum_{l'} \lambda_{l'l}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_R^\dagger(0) |t\rangle_{IF}^{(n-1)} \\ &\quad - \hbar \sum_{l'} \lambda_{l'l}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(0, t) |t\rangle_{IF}^{(n)} \\ &\quad - \hbar \sum_{l'} \lambda_{ll'} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_R(0) |t\rangle_{IF}^{(n+1)} - \hbar \sum_{l'} \lambda_{ll'} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(0, t) |t\rangle_{IF}^{(n)}. \end{aligned} \quad (27)$$

在上面的运算过程中已经应用了关系式

$$\boldsymbol{\varepsilon}_R(0) |t\rangle^{(n)} \in |t\rangle^{(n-1)}, \quad (28)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_R^\dagger(0) |t\rangle^{(n)} \in |t\rangle^{(n+1)}. \quad (29)$$

这一关系式的证明可以利用光子数算符  $\hat{N}$  作用在(28)式的左边,然后利用算符  $\hat{N}$  与算符  $\boldsymbol{\varepsilon}_R(0)$  的对易关系,就可以得到  $\boldsymbol{\varepsilon}_R(0) |t\rangle^{(n)}$  在  $\hat{N}$  的作用下本征值为  $n-1$ ; 而  $\boldsymbol{\varepsilon}_R^\dagger(0) |t\rangle^{(n)}$ , 则为  $n+1$ . 将(9)式应用于(27)式,并利用其厄米共轭式,然后经过类似上节的推导过程并应用响应近似条件,得到

$$\frac{d}{dt} \rho_{jk}^{(n)}(t) = \left( -i\omega_{jk} - \frac{1}{2}\kappa_k - \frac{1}{2}\kappa_j \right) \rho_{jk}^{(n)}(t) - \frac{1}{i\hbar} [\rho^{(n)}(t), \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(0, t)]$$

$$+ \delta_{jk} \sum_{(E_j' > E_j)} \kappa_{j'j} \rho_{j'j}^{(n-1)}(t). \quad (30)$$

当  $n=0$  时, 上式成为

$$\left( \frac{d}{dt} + i\omega_{jk} + \frac{1}{2}\kappa_k + \frac{1}{2}\kappa_j \right) \rho_{jk}^{(0)}(t) - (i\hbar)^{-1} [\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(\mathbf{0}, t), \rho_{jk}^{(0)}(t)] = 0. \quad (31)$$

不同于(19)式的是, (30)式是非齐次的. 非齐次项  $\kappa_{j'j} \rho_{j'j}^{(n-1)}(t)$  是作为光子数为  $n$  的子空间的原子密度矩阵的源函数, 其物理意义表示原子从  $|j'\rangle_a$  向  $|j\rangle_a$  态作自发辐射, 放出一个光子.

为了详细分析该项的性质, 将(30)式写成算符形式, 经过对原子指标  $j, k$  求和得到

$$\frac{d}{dt} \rho^{(n)}(t) = (i\hbar)^{-1} (\mathbf{H}_{\text{eff}} \rho^{(n)}(t) - \rho^{(n)}(t) \mathbf{H}_{\text{eff}}^\dagger) + i\hbar \sum_{j,k} \kappa_{jk} \hat{a}_{jk}^\dagger \rho^{(n-1)}(t) \hat{a}_{jk}, \quad (32)$$

其中

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{0a} - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(\mathbf{0}, t) - \frac{1}{2} i\hbar \sum_{j,k} \kappa_{jk} \hat{a}_{jk}^\dagger \hat{a}_{jk} \quad (33)$$

为有效哈密顿. (32)式的最后一项中的  $\hat{a}_{jk}^\dagger \rho^{(n-1)} \hat{a}_{jk}$ , 为多能级原子的重置密度矩阵, 记为  $\hat{J} \rho_A^{(n)}$ , 根据算符  $\hat{a}_{jk}$  和  $\hat{a}_{jk}^\dagger$  以及  $\rho^{(n)}(t)$  的定义有

$$\hat{J} \rho_A^{(n)} = \sum_{j,k} \kappa_{jk} |k\rangle_{aa} \langle j| \rho^{(n-1)}(t) |j\rangle_{aa} \langle k|, \quad (34)$$

这是量子跳跃发生后, 初态的重置密度矩阵, 其分量形式为

$$\rho_{(1)jk}^{(n)} = \delta_{jk} \sum_j \kappa_{j'j} \rho_{j'j}^{(n-1)}. \quad (35)$$

可以证明, 在一般情况下,  $\rho^{(n)}(t)$  描述混合态. 为此, 对(35)式进行归一化:

$$\rho_{jk}^{(n)(1)} = \frac{\delta_{jk} \sum_j \kappa_{j'j} \rho_{j'j}^{(n-1)}}{\text{Tr}(\rho^{(n)})} = \frac{\delta_{jk} \sum_j \kappa_{j'j} \rho_{j'j}^{(n-1)}}{\sum_{j,j'} \kappa_{j'j} \rho_{j'j}^{(n-1)}}. \quad (36)$$

纯态的充要条件是  $\rho^2 = \rho$ , 根据(36)式, 则有

$$\begin{aligned} \sum_k \rho_{jk}^{(n)(1)} \rho_{kl}^{(n)(1)} &= \frac{\sum_k \delta_{jk} \sum_{j'} \kappa_{j'j} \rho_{j'j}^{(n-1)} \delta_{kl} \sum_{j''} \kappa_{j''k} \rho_{j''k}^{(n-1)}}{(\text{Tr} \rho^{(n)})^2} \\ &= \frac{\delta_{jl} \sum_{j''} \kappa_{j''j} \kappa_{j''l} \rho_{j''j}^{(n-1)} \rho_{j''l}^{(n-1)}}{(\text{Tr} \rho^{(n)})^2}. \end{aligned} \quad (37)$$

从上式可以看到, 若系统有单一的下能态, 即原子只能向最低能级作自发辐射, 如图 1 所示, 则重置密度矩阵描述纯态, 因为

$$\rho_{l_0 l_0}^{(n)(1)} = \frac{\sum_{j'} \kappa_{j'l_0} \rho_{j'j'}^{(n-1)}}{\sum_{j'} \kappa_{j'l_0} \rho_{j'j'}^{(n-1)}} = \mathbf{1}, \quad (38)$$

故有

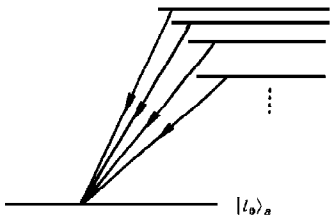


图 1 重置密度的纯态条件

$$\rho^{(n-1)} = |l_0\rangle_{aa}\langle l_0|, \quad (39)$$

而对其他一般情况,重量密度矩阵描述混合态.

根据上述分析,希望发展适用重密度矩阵为混合态的一般量子跳跃理论,为此,在响应近似下建立一般跳跃理论,这样的理论包括两方面内容:

- (1) 确定多能级原子系统的光学 Block 方程的解的形式.
- (2) 给出多能级原子系统的波函数的量子跳跃行为.

现在来构造(31)及(30)式的解.  $n=0$  为无源情况,可用光子数为 0 的真空原子波幅  $\psi_j^{(0)}(t; t_0)$  来构造(31)式的解

$$\rho_{jk}^{(0)}(t) = \psi_j^{(0)}(t; t_0) \psi_k^{*(0)}(t; t_0). \quad (40)$$

其中  $\psi_j^{(0)}(t; t_0)$  满足方程

$$\begin{aligned} \left( i \frac{d}{dt} - \omega_j + \frac{i}{2} \kappa_j \right) \psi_j^{(0)}(t; t_0) + \sum_k \lambda_{jk} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c(\mathbf{0}, t) \psi_k^{(0)}(t; t_0) \\ + \sum_k \lambda_{kj}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(\mathbf{0}, t) \psi_k^{(0)}(t; t_0) = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

(40)式的检验是直接的:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{jk}^{(0)}(t) &= \left( \left( -i\omega_j - \frac{1}{2} \kappa_j \right) \psi_j^{(0)}(t; t_0) + i \sum_k \lambda_{jk} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c(\mathbf{0}, t) \psi_k^{(0)}(t; t_0) \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{k'} \lambda_{k'j}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(\mathbf{0}, t) \psi_{k'}^{(0)}(t; t_0) \right) \psi_k^{*(0)}(t; t_0) + \psi_j^{(0)}(t; t_0) \\ &\quad \times \left( \left( i\omega_k - \frac{1}{2} \kappa_k \right) \psi_k^{*(0)}(t; t_0) - i \sum_{j'} \lambda_{kj'}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^*(\mathbf{0}, t) \psi_{j'}^{(0)}(t; t_0) \right. \\ &\quad \left. - i \sum_{j'} \lambda_{jk} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c(\mathbf{0}, t) \psi_{j'}^{*(0)}(t; t_0) \right) \\ &= - \left( i\omega_{jk} + \frac{1}{2} \kappa_j + \frac{1}{2} \kappa_k \right) \rho_{jk}^{(0)}(t) - \frac{1}{i\hbar} [\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(\mathbf{0}, t), \rho^{(0)}(t)]_{jk}. \end{aligned} \quad (42)$$

可见,这样构造的解的确满足光学 Block 方程.系统的初始状态为  $\psi_j^{(0)}(t_0; t_0) \equiv \delta_{jj_0}$ .  $|j_0\rangle_a$  为原子的基态.现在我们来构造(30)式的解.考虑到多能级系统的重置密度矩阵一般情况描述混合态,为此需要在波函数中引入跃迁道参量

$$\psi_j^{(n)}(t | t_n, j_n \rightarrow j'_n; t_{n-1}, j_{n-1} \rightarrow j'_{n-1}; \cdots; t_1, j_1 \rightarrow j'_1; t_0) \quad (43)$$

表示原子依次在  $t_1 < t_2 < \cdots < t_n$  时刻发射  $n$  个光子之后的波幅,经过的发射道为分别为  $j_1 \rightarrow j'_1, j_2 \rightarrow j'_2, \cdots, j_n \rightarrow j'_n$ .我们令  $\psi_j^{(n)}(t | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0)$  满足(41)式,由此可见  $\psi_j^{(n)}(t | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0)$  描述原子依次发射  $n$  个光子之后的状态.(30)式的解为

$$\begin{aligned} \rho_{jk}^{(n)}(t) &= \sum_{\substack{j_1, j_2, \dots, j_n \\ j'_1, j'_2, \dots, j'_n}} \int_{t_0}^t \kappa_{j_n j'_n} d t_n \int_{t_0}^{t_n} \kappa_{j_{n-1} j'_{n-1}} d t_{n-1} \cdots \int_{t_0}^{t_2} \kappa_{j_1 j'_1} d t_1 \\ &\quad \cdot \psi_j^{(n)}(t | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0) \psi_k^{*(n)}(t | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0), \end{aligned} \quad (44)$$

而波函数在发射光子之后的跳跃行为,即用函数(43)式代入(41)式而得到的方程的初始条件

$$\begin{aligned} \psi_j^{(n)}(t_n | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0) &= \delta_{j_j'} \psi_j^{(n-1)}(t_n | t_{n-1}, j_{n-1} \rightarrow j'_{n-1}; \cdots; t_0), \\ \psi_{j_{\max}}^{(n)}(t_n | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0) &= 0. \end{aligned} \quad (45)$$

上式就表示波函数经过  $j_n \rightarrow j'$  道完成量子跳跃. 需要指出的是, 在(44)式中,  $\kappa_{j_j'}$  只有当  $E_{j_n} > E_{j'_n}$  时才不为 0. 这与第二节中所给出的条件是一样的. 但在这里, 这一条件具有更鲜明的物理意义, 它表示原子从高能态  $|j_n\rangle_a$  向低能态  $|j'_n\rangle_a$  作自发辐射, 而经过的自发辐射道为  $j_n \rightarrow j'_n$ . 这样的过程与二能级原子的量子跳跃有着本质区别. 二能级原子只有上下两个能级, 因而它只能有从激发态到基态的自发辐射跃迁, 即其自发辐射道只有一个; 但对多能级原子, 则可以有多条自发辐射跃迁道, 只要满足条件  $E_{j_n} > E_{j'_n}$  即可. 事实上, 这正是必须在多能级原子量子跳跃理论中引进自发辐射道概念和上面得到的重要结论——多能级原子重置密度矩阵描述混合态的物理根源.

现在将量子跳跃条件中(45)式代入下式,

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{j_1, j_2, \dots, j_n \\ j'_1, j'_2, \dots, j'_n}} \kappa_{j_n'} \int_{t_0}^{t_n} \kappa_{j_{n-1}'} \mathbf{d}t_{n-1} \int_{t_0}^{t_{n-1}} \kappa_{j_{n-2}'} \mathbf{d}t_{n-2} \cdots \int_{t_0}^{t_2} \kappa_{j_1'} \mathbf{d}t_1 \\ & \cdot \psi_j^{(n)}(t_n | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0) \psi_k^{*(n)}(t_n | t_n, j_n \rightarrow j'_n; \cdots; t_0) \\ &= \delta_{jk} \sum_{j_n} \kappa_{j_n} \sum_{\substack{j_1, \dots, j_{n-1} \\ j'_1, \dots, j'_{n-1}}} \int_{t_0}^t \kappa_{j_{n-1}'} \mathbf{d}t_{n-1} \int_{t_0}^{t_{n-1}} \kappa_{j_{n-2}'} \mathbf{d}t_{n-2} \cdots \int_{t_0}^{t_2} \kappa_{j_1'} \mathbf{d}t_1 \\ & \cdot \psi_j^{(n-1)}(t_n | t_{n-1}, j_{n-1} \rightarrow j'_{n-1}; \cdots; t_0) \psi_k^{*(n-1)}(t_n | t_{n-1}, j_{n-1} \rightarrow j'_{n-1}; \cdots; t_0) \\ & \equiv \delta_{jk} \sum_j \kappa_{j_j'} \rho_j^{(n-1)}(t). \end{aligned} \quad (46)$$

由(46)式可以证明由(44)式及跳跃条件(45)式所给出的  $\rho_{jk}^{(n)}$  的表达式就是多能级原了光学 Block 方程(30)的形式解, 其中齐次部分已经在(42)式验证过.

## 5 量子跳跃与连续量子测量

量子跳跃的概念是 Dehmelt 首先从 V 系统原子引入的<sup>[14]</sup>, 需要注意的是, 这一概念是建立在单个原子的光谱的基础上的. 在这里, 强荧光信号是作为弱跃迁的量子跳跃的宏观指示信号. 由于实验技术的发展使得单个原子的俘获成为可能, 目前量子跳跃理论获得了非常广泛的应用, 这里只限于讨论量子跳跃与连续量子测量的联系.

我们的出发点是(32)及(33)式. 在(34)式中曾引进了  $\hat{J}\rho^{(n)}$  的定义, 根据这一定义, 还可以引进

$$\hat{J}_{jk}\rho^{(n)} = \kappa_{jk} \hat{a}_{jk} \rho^{(n-1)} \hat{a}_{jk}^\dagger = \kappa_{jk} \hat{J}_{jk} \rho^{(n)}. \quad (47)$$

这样(32)式的形式解就可以写作

$$\begin{aligned} \rho^{(0)}(t) &= \hat{A}_{t, t_0} \rho^{(0)}(t_0), \\ \rho^{(n)}(t) &= \int_{t_0}^t \mathbf{d}t' \hat{A}_{t, t'} \hat{J} \rho^{(n)}(t'). \end{aligned} \quad (48)$$

算符  $\hat{A}$  的定义为

$$\hat{A}_{t, t_0} \rho^{(n)}(t) \equiv \hat{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt' \mathbf{H}_{\text{eff}}(t')\right) \rho^{(n)}(t) \hat{T} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt' \mathbf{H}_{\text{eff}}(t')\right). \quad (49)$$

其中  $\hat{T}$  表示对时间编序,  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  由(33)式给出.

由联立方程(48)可以求得光子数为  $n$  的密度矩阵公式为

$$\rho^{(n)}(t) \equiv \int_{t_0}^t dt_n \int_{t_0}^{t_n} dt_{n-1} \cdots \int_{t_0}^{t_2} dt_1 \hat{A}_{t, t_n} \hat{J}_{t_n, t_{n-1}} \hat{J}_{t_{n-1}, t_{n-2}} \cdots \hat{J}_{t_2, t_1} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0). \quad (50)$$

按照密度矩阵的物理意义,对原子自由度求迹,则得光子的量子统计分布

$$\begin{aligned} P^{(0)}(t) &= \text{Tr}_A(\hat{A}_{t, t_0} \rho(t_0)), \\ P^{(n)}(t) &= \int_{t_0}^t dt_n \int_{t_0}^{t_n} dt_{n-1} \cdots \int_{t_0}^{t_2} dt_1 \text{Tr}_A(\hat{A}_{t, t_n} \hat{J}_{t_n, t_{n-1}} \hat{J}_{t_{n-1}, t_{n-2}} \cdots \hat{J}_{t_2, t_1} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0)) \\ &= \sum_{\substack{j_1, j_2, \dots, j_n \\ i_1, i_2, \dots, i_n}} \int_{t_0}^t \kappa_{j_n i_n} dt_n \int_{t_0}^{t_n} \kappa_{j_{n-1} i_{n-1}} dt_{n-1} \cdots \int_{t_0}^{t_2} \kappa_{j_1 i_1} dt_1 \\ &\quad \cdot \text{Tr}_A(\hat{A}_{t, t_n} \tilde{J}_{j_n i_n} \hat{A}_{t_n, t_{n-1}} \tilde{J}_{j_{n-1} i_{n-1}} \cdots \tilde{J}_{j_1 i_1} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0)). \end{aligned} \quad (51)$$

其中  $P^{(n)}$  表示在  $t$  时刻在散射场中发现  $n$  个光子的概率.特别地,我们定义

$$P_{[0, t]}(t_1, j_1 \rightarrow j'_1; \cdots; t_n, j_n \rightarrow j'_n) = \text{Tr}_A(\hat{A}_{t, t_n} \tilde{J}_{j_n i_n} \hat{A}_{t_n, t_{n-1}} \tilde{J}_{j_{n-1} i_{n-1}} \cdots \tilde{J}_{j_1 i_1} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0)) \quad (52)$$

作为原子在时间  $t_1 < t_2 < \cdots < t_n$  严格经过辐射道  $j_1 \rightarrow j'_1, j_2 \rightarrow j'_2, \cdots, j_n \rightarrow j'_n$  发射  $n$  个光子的基本概率密度.

在考虑的系统里,计数器的类型只有一种,即探测器吸收光子.而不同频率的光子由探测器吸收是通过不同强度的光电脉冲电流来体现的.在这个原子-场系统中,原子所耦合的是辐射场和光子场.对测量而言,只有光子发射是可以测量的.(52)式表明,严格发射  $n$  个光子可以通过不同的发射道来完成,发射  $n$  个光子的概率由不同的发射道  $j_1 \rightarrow j'_1, j_2 \rightarrow j'_2, \cdots, j_n \rightarrow j'_n$  所有可能方式的概率的叠加构成.

在光电探测中,设在时间间隔  $(t_0=0, t]$  已经有  $n$  个光子在  $t_1, t_2, \cdots, t_n$  时刻被记录,那么在  $(t, t+\bar{t})$  间隔内没有光子发射的条件概率为

$$\begin{aligned} P(0, (t, t+\bar{t}) | \rho) &= \frac{P_{[0, t+\bar{t}]}(t_1, t_2, \cdots, t_n | \rho)}{P_{[0, t]}(t_1, t_2, \cdots, t_n | \rho)} \\ &= \frac{\text{Tr}_A(\hat{A}_{t+\bar{t}, t_n} \hat{J}_{t_n, t_{n-1}} \hat{J}_{t_{n-1}, t_{n-2}} \cdots \hat{J}_{t_2, t_1} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0))}{\text{Tr}_A(\hat{A}_{t, t_n} \hat{J}_{t_n, t_{n-1}} \hat{J}_{t_{n-1}, t_{n-2}} \cdots \hat{J}_{t_2, t_1} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0))}. \end{aligned} \quad (53)$$

我们可以用一个条件密度矩阵  $\rho_c(t)$  来将上式表示成

$$P(0, (t, t+\bar{t}) | \rho) = P_{[t, t+\bar{t}]}(0 | \rho_c). \quad (54)$$

这样的  $\rho_c(t)$  由下式给出:

$$\rho_c(t) = \frac{\hat{A}_{t_n, t_n} \hat{J} \hat{A}_{t_n, t_{n-1}} \hat{J} \cdots \hat{J} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0)}{\text{Tr}_A(\hat{A}_{t_n, t_n} \hat{J} \hat{A}_{t_n, t_{n-1}} \hat{J} \cdots \hat{J} \hat{A}_{t_1, t_0} \rho(t_0))}. \quad (55)$$

根据条件密度矩阵  $\rho_c(t)$  的表达式(55), 有下列物理解释: 当探测器没有条件记录的时候, 系统的演化由  $\hat{A}_{t, t_0}$  描写, 当探测器有一次事件记录, 也就是有一个光子发射, 则量子跳跃发生, 这时就由算子  $\hat{J}$  作用来实现. 事实上, 在推导(48)式时已经应用了这一原理. 这样, (55)式又可写成

$$\rho_c(t) = \frac{\hat{A}_{t, t_n} \rho_c(t_n)}{\text{Tr}_A(\hat{A}_{t, t_n} \rho_c(t_n))}. \quad (56)$$

上式中  $t_n$  为最后一次计数条件发生的时间,  $\rho_c(t_n)$  是在这次计数后系统的态. 按照上述解释, 在时间  $t_n$ , 探测时间到一个光子, 那么在此后不久系统的态由下式给出:

$$\rho_c(t_n + dt) = \frac{\hat{J} \rho_c(t_n)}{\text{Tr}_A(\hat{J} \rho_c(t_n))}. \quad (57)$$

这也是前面讨论时曾应用过的重置密度矩阵, 并且还讨论过它的混合态特征. 现在可以通过引入随机变量来给出密度矩阵的随机演化方程. 随机量  $N(t)$  是按时间  $t$  变化的一个阶梯函数, 它在时间  $t$  稍后变为 1, 而其他地方为常数, 其微分形式为

$$dN(t) = N(t + dt) - N(t). \quad (58)$$

应用随机变量将方程(56)和(57)用统一的随机演化方程来描述. 注意到在多能级原子系统中

$$\begin{aligned} \hat{L}_0 \rho &= \frac{1}{i\hbar} (\mathbf{H}'_{\text{eff}} \rho - \rho \mathbf{H}'_{\text{eff}}) - \frac{1}{2} \left[ \sum_{j,k} \kappa_{jk} \hat{a}_{jk}^\dagger \hat{a}_{jk}, \rho \right]_+, \\ \hat{L} \rho &= \hat{L}_0 \rho + \hat{J} \rho. \end{aligned} \quad (59)$$

其中算符  $\hat{L}$  的定义为

$$\hat{L} \rho(t) \equiv \frac{d}{dt} \rho(t), \quad (60)$$

而  $\mathbf{H}'_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_c(\mathbf{0}, t)$ . 由(56)式对时间微分, 有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_c(t) &= \hat{L}_0 \rho_c(t) - \rho_c(t) \text{Tr}_A(\hat{L}_0 \rho_c(t)) \\ &= \hat{L}_0 \rho_c(t) - \rho_c(t) \sum_{j,k} \kappa_{jk} \text{Tr}_A(\hat{a}_{jk}^\dagger \hat{a}_{jk} \rho_c(t)), \\ d\rho_c(t) &= \left( \hat{L}_0 \rho_c(t) - \rho_c(t) \sum_{j,k} \kappa_{jk} \text{Tr}_A(\hat{a}_{jk}^\dagger \hat{a}_{jk} \rho_c(t)) \right) dt. \end{aligned} \quad (61)$$

当量子跳跃发生时, 则

$$d\rho_c(t) = \left( \frac{\hat{J} \rho_c(t)}{\text{Tr}_A(\hat{J} \rho_c(t))} - \rho_c(t) \right) dN(t), \quad (62)$$

再由

$$\text{Tr}_A \hat{J} \rho_c(t) = \sum_{j,k} \kappa_{jk} \text{Tr}(\hat{a}_{jk}^\dagger \hat{a}_{jk} \rho_c(t)) \quad (63)$$

根据  $dN(t)$  的阶梯函数性质, 则应用统一的方程来表示, 为

$$d\rho_c(t) = \hat{L}\rho_c(t)dt + \left( \frac{\hat{J}\rho_c(t)}{\text{Tr}_A(\hat{J}\rho_c(t))} - \rho_c(t) \right) (dN(t) - \text{Tr}_A(\hat{J}\rho_c(t))). \quad (64)$$

现在再来考察当量子跳跃发生时,  $\rho_c$  具有什么性质, 根据(57)式,

$$\begin{aligned} \rho_c(t_n + dt) &= \frac{\hat{J}\rho_c(t_n)}{\text{Tr}_A(\hat{J}\rho_c(t_n))} = \frac{\sum_{j,k} \kappa_{jk} \hat{a}_{jk} \rho_c(t_n) \hat{a}_{jk}^\dagger}{\sum_{j,k} \kappa_{jk} \rho_{cjj}(t_n)} \\ &= \frac{\sum_{j,k} \kappa_{jk} \rho_{cjj}(t_n) |k\rangle_{aa} \langle k|}{\sum_{j,k} \kappa_{jk} \rho_{cjj}(t_n)}. \end{aligned} \quad (65)$$

可以看到, 当量子跳跃发生时,  $\rho_c$  仅有对角元, 即  $\rho_c$  是退相干的.

## 6 结 论

利用响应近似和阻尼理论, 即在一定的条件下利用在原子的上能态本征能量中添加一纯虚项而取代原相互作用哈密顿中复杂的原子吸收光子的贡献, 导出了多能级原子-场系统的等价 Schrödinger 方程.

鉴于 Mollow 的理论适用于二能级原子的纯态分析理论不再适用于多能级原子, 为此发展了混合态描述方法, 引进了自发辐射道的概念, 构造出了无穷 hierarchy 光学 Block 方程的形式解, 并给出其量子跳跃条件. 结论表明, 当多能级原子发生量子跳跃时, 其条件密度矩阵是退相干的.

通过对多能级原子受激光场的相干驱动与辐射场相互作用的系统中量子共振跃迁现象的研究, 特别是这样的系统特定的量子跳跃行为, 及其光子发射过程与连续量子测量的联系, 给出了动力学进入混合态演化的量子跳跃理论及其与连续测量理论的联系.

Barchielli 等曾指出<sup>[15]</sup>, 在连续测量理论中, 一般而言, 随机密度矩阵演化方程允许不将纯态演化进入纯态. 但人们通常处理的是使纯态演化进入纯态的物理系统. 我们通过对多能级原子系统量子跳跃理论的研究, 给出了随机密度矩阵演化方程使得初态为纯态的系统动力学演化进入混合态系统的例子.

- [1] L. Moi *et al.*, Light Induced Kinetic Effects on Atoms, Ions, and Molecules (ETS Editrice, Pisa, 1991).
- [2] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, Special Issue: Laser Cooling and Trapping of Atoms, *J. Opt. Soc. Am.*, **B6**(1989), 2023.
- [3] M. Kasevich and S. Chu, Special Issue: Optics and Interferometry with Atom, *Appl. Phys.*, **B54**(1992), 321.
- [4] B. R. Mollow, *Phys. Rev.*, **A12**(1975), 1919.
- [5] P. Zoller and C. W. Gardiner, Lect. Notes of Les Houches (Elsevier Science Publisher, 1997).
- [6] J. F. Poyatos, J. I. Cirac, P. Zoller, Quantum Reservoir Engineering, preprint(1997).
- [7] Diedrich *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 403.

- [8] J. I. Cirac, A. S. Parkins, R. Blatt, P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 556.
- [9] R. Blatt, W. Ertmer, P. Zoller, J. L. Hall, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 3022.
- [10] J. I. Cirac, R. Blatt, P. Zoller, W. D. Phillips, *Phys. Rev.*, **A46**(1992), 2668.
- [11] J. I. Cirac, R. Blatt, A. S. Parkins, P. Zoller, *Phys. Rev.*, **A18**(1993), 1434.
- [12] R. Dum, P. Marte, T. Pellizzari, P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.*, **73**(1994), 2829.
- [13] T. Pellizzari, P. Marte, P. Zoller, *Phys. Rev.*, **A52**(1995), 4709.
- [14] P. Zoller, M. Marte, D. F. Walls, *Phys. Rev.*, **A35**(1987), 198.
- [15] Barchielli *et al.*, *J. Phys.*, **A24**(1991), 1495.

## QUANTUM JUMP AND CONTINUOUS MEASUREMENT IN MULTI-LEVEL ATOM\*

CHEN YI-XIN<sup>1)</sup> SHANGGUAN WANGZUO<sup>2)</sup> JI DA-REN<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>( *Institute of Modern Physics and Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027* )

<sup>2)</sup>( *Department of Environmental Science, Zhejiang University, Hangzhou 310028* )

(Received 1 June 1998; revised manuscript received 19 October 1998)

### ABSTRACT

In this paper we investigate the quantum jump in a multi-level atom and construct a formal solution to the optical Bloch equation describing the interaction system of the multi-level atom with incident resonant laser. It is proved that pure state analysis theory is no longer applicable to a multi-level atom system, so a mixed one is developed, concluding that the resetting density of a multi-level atom should be described by mixed state analysis theory. We also discuss the continuous quantum measurement along with quantum jumping in a multi-level atom.

PACC: 0365; 3280K

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19875041). Cao Guang-Biao Foundation in Zhejiang University (Grant No. 43200401 \* 29811) and Special Natural Science Foundation of Zhejiang Province (Grant No. RC98022).