

等离子体界面附近激光场中电子的运动

杜春光 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所强激光光学开放研究实验室, 上海 201800)

(1998 年 6 月 5 日收到)

分析了在等离子体中两个不同密度区的交界面附近激光场中电子的运动. 导出了电子横向动量与纵向动量的相互关系的一般方程. 分析发现, 介质的非均匀性导致电子运动特性的重要改变. 在一定条件下, 这种非均匀性有利于注入电子获得加速.

PACC: 5240D; 5220

1 引 言

电子与电磁场的相互作用是一直被人们关注的基本问题. 随着脉冲压缩技术的提高, 短脉冲激光场中电子运动的研究的实际意义越来越重要. 电子可以从激光场中获取能量和动量而获得加速. 这是人们探索新型加速器的一种方案^[1,4]. 人们对激光驱动的电子加速已作过大量研究^[3]. 有质动力加速机制(利用激光脉冲有质动力直接加速电子)是一种极为简单和直接的加速机制. 研究这种机制对进一步认识电子与电磁场相互作用的基本问题及探索新型加速器方案都有重要意义. 对足够强的光脉冲, 当粒子由脉冲上升沿进入脉冲中部时已获得了很高的纵向动量, 但是要将粒子提取出来并非容易. 如果下降沿经过粒子, 则粒子被减速. 对真空或均匀等离子体为介质的情况, 粒子最终获得的能量净增益为零. 如果光束横向是有限延伸的, 则在脉冲下降沿经过之前粒子被推出激光场, 但这种排开又难以控制. 最近, Mckinstrie 和 Startsev 发现^[1,2], 对均匀等离子体作为传播介质的情况, 存在一个激光强度阈值(弹推阈值), 当激光峰值强度在此阈值之上时, 粒子将不能穿过整个光脉冲, 而是在某处被向前推出而获得很高的加速能量. 但是, 弹推阈值随注入能量的减少而迅速增加, 在较低的注入能量下弹推阈值是很高的. 另一方面, 虽然提高注入能量能够降低弹推阈值, 但能量增益却随注入能量的提高而迅速降低. 出现这一矛盾是由光脉冲以恒定速度传播所致. 实际上, 粒子与光脉冲之间的失相大大降低了粒子能量增益. 因此, 研究非均匀等离子体中传播的光脉冲的有质动力加速问题有重要的意义. 本文就介质密度沿光传播方向阶跃变化这一典型的特殊情况, 研究了介质非均匀性对激光场中电子运动的重要影响.

2 平面电磁场中带电粒子的运动

考虑带电量为 q , 质量为 m 的粒子处于任意一电磁场中, 其运动满足方程^[1,5]

$$d_{\tau}(u_{\mu} + a_{\mu}) = cu_{\nu} \partial_{\mu} a_{\nu} \quad (1)$$

这里 u_{μ} 是粒子的归一化动量(四维动量被 $m_0 c$ 除) a_{μ} 是电磁场四维归一化势(四维动量乘以 $q/m_0 c^2$), τ 是粒子的固有时, c 是真空中光速. 假设激光场是圆偏振的, 则有

$$a_{\mu} = (a \cos \phi, a \sin \phi, 0, 0) / \sqrt{2}. \quad (2)$$

假设电磁波是沿 x 方向传播的平面波, 则位相 ϕ 和振幅 a 只是 t 和 x 的函数. a_{μ} 前两个分量合起来用 $\mathbf{a}$ 表示, $\mathbf{a}$ 即为归一化矢势. u_{μ} 的前两个分量合起来用 $\mathbf{v}$ 表示, $\mathbf{v}$ 为横向动量, 纵向动量(即 u_{μ} 第三个分量)用 u 表示. 方程(1)的前两个分量的方程为

$$d_{\tau}(\mathbf{v} + \mathbf{a}) = 0. \quad (3)$$

假设初始时刻粒子处于光脉冲的前面, 并且没有横向运动, 则 $\mathbf{v} = -\mathbf{a}$, 利用(3)式, 可得(1)式的后两个分量的方程

$$d_{\tau} \gamma = \frac{1}{2} \partial_t v^2, \quad d_{\tau} u = -\frac{1}{2} c \partial_x v^2, \quad (4)$$

γ 为粒子运动的相对论因子, 可写成

$$\gamma = \sqrt{1 + v^2 + u^2}, \quad (5)$$

考虑介质密度 n 随 x 阶跃变化的情况(如图 1), 设

$$n = n_1(x < 0), \quad n = n_2(x > 0), \quad (6)$$

假设激光脉冲由区域 1 沿垂直于界面的方向(x 方向)向区域 2 传播, 则反射系数 R 和透射系数 T 分别为

$$R = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}}; \quad (7)$$

$$T = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}}, \quad (8)$$

E_i, E_r, E_t 分别为入射、反射和透射场的电场分量的振幅, ϵ_1, ϵ_2 为区域 1 和区域 2 的介电常数: $\epsilon_1 = 1 - \omega_{p1}^2 / \omega_0^2$; $\epsilon_2 = 1 - \omega_{p2}^2 / \omega_0^2$, ω_{p1}, ω_{p2} 分别为区域 1 和区域 2 的等离子体频率, 当界面两侧均为较稀薄的等离子体 $\omega_{p1} \ll \omega_0, \omega_{p2} \ll \omega_0$ 时, $R \approx 0, T \approx 1$, 反射场可以忽略(见图 1).

对同一密度区域, 根据文献[1], 可设

$$\phi = \omega_0(t - sx/c), \quad \psi = \omega_0(t - rx/c). \quad (9)$$

其中, s, r 分别为 c 与脉冲相速度和 c 与脉冲群速度的比值, 可分别由 $r = (1 - \omega_p^2 / \omega_0^2)^{-\frac{1}{2}}$ 和 $s = 1/r$ 计算得到. 由于 v^2 与 ϕ 无关, 根据(4)式, 有

$$d_{\tau}(r\gamma - u) = 0. \quad (10)$$

假设 $\tau = \tau_0$ 时刻粒子由区域 1 越过界面而进入区域 2, 则有

$$d_{\tau}(r_1 \gamma - u) = 0, \quad (\tau < \tau_0), \quad (11)$$

$$d_{\tau}(r_2 \gamma - u) = 0, \quad (\tau > \tau_0). \quad (12)$$

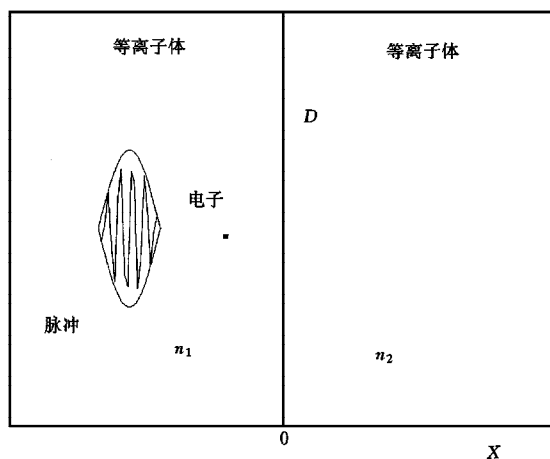


图 1 脉冲传播示意图

假设粒子以初始动量 u_0 沿 x 方向运动 (能量 $\gamma_0 = \sqrt{1 + u_0^2}$), 当它到达界面 D 时, 获得的纵向动量 u_D , 横向动量 v_D , 能量 γ_D , 由(11)式有

$$r_1 \gamma_D - u_D = r_1 \gamma_0 - u_0. \quad (13)$$

由(13), (5)式得

$$\gamma_D = \frac{r_1(r_1 \gamma_0 - u_0) \mp \omega_D}{r_1^2 - 1}, \quad (14)$$

$$u_D = \frac{(r_1 \gamma - u_0) \mp r_1 \omega_D}{r_1^2 - 1}, \quad (15)$$

$$\omega_D = [(r_1 \gamma_0 - u_0)^2 - (r_1^2 - 1)(1 + v_D^2)]^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

其中, 减号为粒子速度小于脉冲速度的情况, 加号为粒子速度大于脉冲速度的情况. 根据粒子动量在界面处的连续性及(3)式, 有

$$v_D^2 = |a_{iD} + a_{rD}|^2 = |a_{tD}|^2 = \frac{a_{tD}^2}{2}, \quad (17)$$

其中, a_{iD} , a_{rD} , a_{tD} 分别为入射, 反射和透射电磁场的矢势, a_{tD} 为透射场矢势的幅值, 由于它与入射场相应的值相差很小, 以下将不再区分它们, 而是统一用 a_D 表示. 设任意 τ ($\tau > \tau_0$) 时刻粒子的纵向动量为 u , 横向动量为 v , 能量为 γ , 由(12)式有

$$r_2 \gamma - u = r_2 \gamma_D - u_D. \quad (18)$$

注意到(5)式, 有

$$\gamma = \frac{r_2(r_2 \gamma_D - u_D) \mp \omega}{r_2^2 - 1}, \quad (19)$$

$$u = \frac{(r_2 \gamma_D - u_D) \mp r_2 \omega}{r_2^2 - 1}, \quad (20)$$

$$\omega = [(\gamma_D \gamma_0 - u_D)^2 - (\gamma_2^2 - 1)(1 + v^2)]^{\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

其中加减号的含义与(14), (15)式相同. 由于(16)和(21)式根号下不能为负, 所以一般情况下 v 不能取到 $-a$ 的全部值, 这时对应的现象是进入脉冲光场的粒子由于被向前推斥, 速度超过脉冲而倾向于被推出脉冲光场. 令 $\omega_D = 0$ 和 $\omega = 0$ 分别得到两个弹推阈值 a_B^2 和 a_E^2 :

$$\begin{aligned} a_B^2 &= 2[(\gamma_1 \gamma_0 - u_0)^2 / (\gamma_1^2 - 1) - 1]; \\ a_E^2 &= 2[(\gamma_2 \gamma_D - u_D)^2 / (\gamma_2^2 - 1) - 1]. \end{aligned} \quad (22)$$

如果粒子与脉冲电磁场作用时间是有限的, 则 $\tau \rightarrow \infty$ 时 $v \rightarrow 0$ 以上(13)—(22)式给出了粒子在电磁场中运动时横向动量和纵向动量之间相互关系的一般方程. 这种关系也可以用 (u, v) 空间的代表点的运动来描述(如图2). 对 $r_1 = r_2$ 的情况, 其运动轨迹为一椭圆的上半部分(即文献[1, 2]所描述的均匀等离子体的情况), 代表点最终落到 $A(u_0, 0)$ 和 $C(u_C, 0)$ 两点中的一点. 分别对应脉冲强度低于阈值和高于阈值的情况. 对 $r_1 \neq r_2$ 情况, 代表点由 $A(u_0, 0)$ 出发, 沿一椭圆运动到 $D(u_D, v_D)$, 再沿另一椭圆运动, 最终落到 $G(u_G, 0)$ ($a^2 < a_E^2$) 或 $F(u_F, 0)$ ($a^2 > a_E^2$), 一般情况下, 粒子在 (u, v) 空间的运动轨迹不是闭合曲线, 相互作用结束后粒子横向动量恢复到 0 (因为这时 $a = 0$), 而纵向动量总有所改变. 即使在粒子最终被脉冲超过的情况下(例如图2(a)中轨迹为 $A-D-H-E$ 的情况), 仍然有 $u_G \neq u_A = u_0$. 值得注意的是, 在任意时刻, 总有 $v = -a$, 于是粒子横向动量只取决于该时刻粒子所处光场的矢势, 而与介质密度构型无关. 然而, 粒子纵向动量却强烈依赖于介质密度构型. 在 $n_1 \neq n_2$ 的情况下, 轨迹出现尖点 D , 不同的具体条件下代表点有不同的运动轨迹, 能量增益也很不相同, 下一节将对此详细讨论.

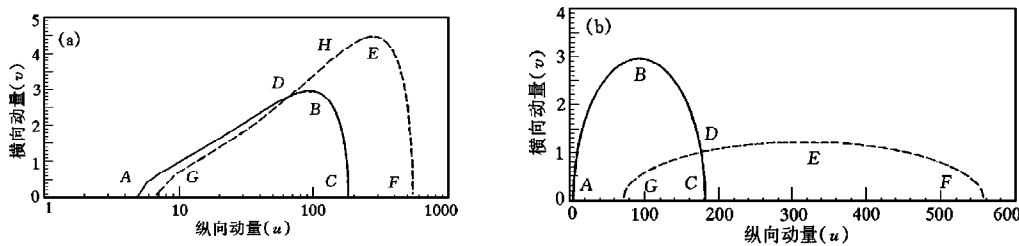


图2 粒子纵向动量(u)随横向动量(v)的变化曲线. 实线代表粒子在区域1中运动时的曲线, 虚线代表粒子在区域2中运动时的曲线. 单位: $m_0 c$ 参数: (a) $\gamma_{p1} = 30$, $\gamma_{p2} = 60$, $\gamma_0 = 5$, $v_D = 2.8$; (b) $\gamma_{p1} = 30$, $\gamma_{p2} = 200$, $\gamma_0 = 5$, $v_D = 1$

3 粒子获得的能量增益

从上节的分析可知, 由于光脉冲在两个不同密度的区域的传播速度不同, 粒子在界面附近的运动特性与在均匀介质中的情况有重要的差别. 在适当的条件下, 这种沿传播方向介质密度的变化有益于粒子获得加速. 由(16)—(22)式可以分析不同条件下粒子的能量增益, 这里分析两种具有代表性的情况:

$$1) \frac{u_D}{\gamma_D} < \frac{1}{r_1}, \quad \frac{u_D}{\gamma_D} < \frac{1}{r_2}$$

粒子到达界面 D 处时的速度低于光脉冲的群速度, 对脉冲而言, 粒子处于穿越状态, (14), (15), (19), (20) 式均取减号, 如果 $a^2 < a_E^2$, 则粒子最终穿过脉冲, 图 2 中 $u-v$ 图代表点的运动轨迹为 $A-D-G$, 对 $\frac{1}{r_1} < \frac{1}{r_2}$ 的情况, $u_D > u_A$, 粒子获得加速. 这种情况下的能量增益一般是比较小的, 但它随注入能量的增加而增加 (如图 3). 如果 $a^2 > a_E^2$, 则粒子在 E 处开始被弹推, (20), (21) 式中减号变为加号, 直到粒子被推出光脉冲. $u-v$ 图代表点的运动轨迹为 $A-D-E-F$.

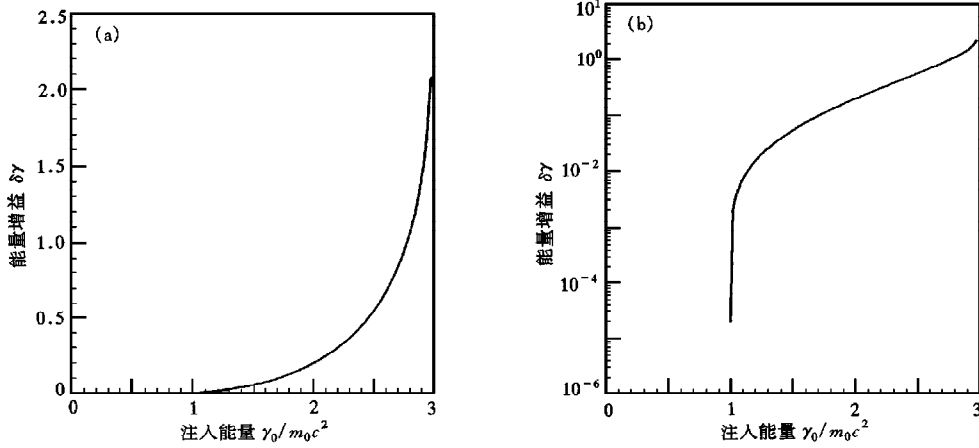


图 3 粒子穿过光脉冲情况下所得能量增益 ($\delta\gamma$) 随注入能量 γ_0 变化的曲线 纵坐标单位: $m_0 c^2$ 参数: $\gamma_{p_1} = 10$, $\gamma_{p_2} = 100$, $a_D^2 = 5$, (a) 纵坐标为普通坐标; (b) 纵坐标为对数坐标

$$2) \frac{1}{r_2} > \frac{u_D}{\gamma_D} > \frac{1}{r_1}$$

此时界面 D 处的粒子已经获得区域 1 中的光场的弹推 ($a^2 > a_B^2$), (14), (15) 式中取了加号. 如果 $a^2 < a_E^2$, 则在区域 2 中粒子将穿过光脉冲, 图中代表点最终落到 D 点. 如果 $a^2 > a_E^2$ 则粒子将在区域 2 中再次被弹推而获得很高的能量增益. 如果 D 点与 C 点重合, 则对应的情况是粒子在界面一侧被完全推出光场后又在界面另一侧被脉冲赶上, 并再次被推出. 下面分析情况 2) 中粒子被两次推出而获得的能量的具体数值. 此时弹推阈值可以重新写成

$$a_{\text{ctr}}^2 = \max(a_B^2, a_E^2). \quad (23)$$

其中,

$$a_B^2 = 2[\gamma_{p_1} \gamma_0 - u_{p_1} u_0]^2 - 1, \quad (24)$$

$$a_E^2 = 2[\gamma_{p_2} \gamma_C - u_{p_2} u_C]^2 - 1. \quad (25)$$

其中, γ_C , u_C 分别为第一次推出时的能量和纵向动量, $u_C = \sqrt{\gamma_C^2 - 1}$, γ_{p_1} , γ_{p_2} 分别是与区

域 1 和区域 2 中的光脉冲群速度相对应的相对论因子, $u_{p_1} \equiv \sqrt{\gamma_{p_1}^2 - 1}$, $u_{p_2} \equiv \sqrt{\gamma_{p_2}^2 - 1}$. 能量增益 $\delta\gamma$ 定义为

$$\delta\gamma_1 = \gamma_C - \gamma_0, \quad (26)$$

则

$$\delta\gamma_1 = 2(u_{p_1}^2 \gamma_0 - \gamma_{p_1} u_{p_1} u_0). \quad (27)$$

设粒子被第二次弹推后获得能量为 γ_2 , 类似地有

$$\gamma_F = \gamma_C + \delta\gamma_2, \quad (28)$$

$$\delta\gamma_2 = 2(u_{p_2}^2 \gamma_1 - \gamma_{p_2} u_{p_2} u_1), \quad (29)$$

总的能量增益 $\delta\gamma$ 为

$$\delta\gamma = \delta\gamma_1 + \delta\gamma_2. \quad (30)$$

从(23)—(30)可以计算出在同一密度构型的介质中弹推阈值和总能量增益对注入能量的依赖关系, 其关系曲线如图 4. 另一方面, 也可以计算出在相同的注入能量下, 弹推阈值和

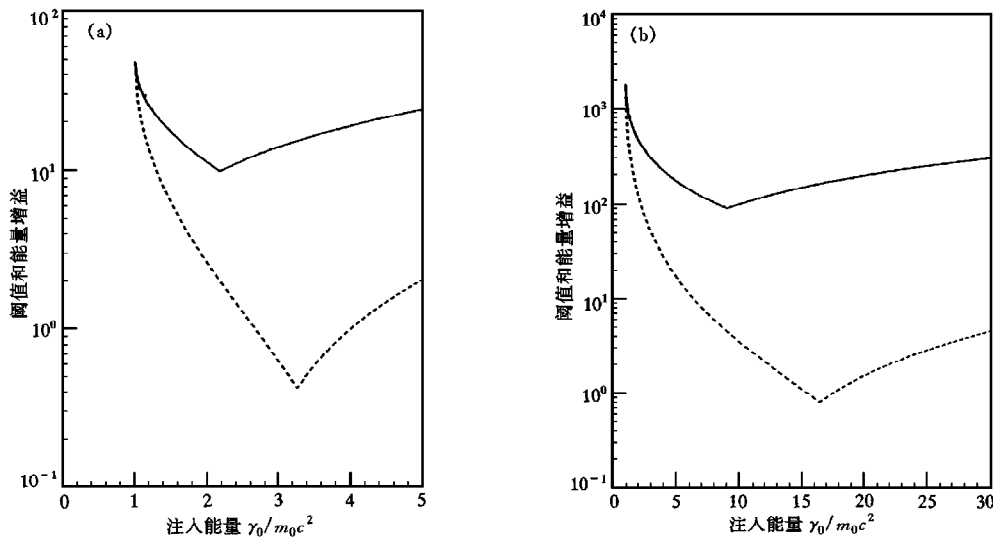


图 4 获得两次弹推的阈值(a_{ctr}^2)(虚线)和能量增益($\delta\gamma$)(实线)随注入能量(γ_0)的变化曲线 纵坐标单位: $m_0 c^2$

参数: (a) $\gamma_{p_1} = 5$, $\gamma_{p_2} = 12$, $v_D = 0$; (b) $\gamma_{p_1} = 30$, $\gamma_{p_2} = 100$, $v_D = 0$

总能量增益对介质密度构型的依赖关系. 图 5 画出了它们对脉冲在区域 2 中传播速度的相对论因子 γ_{p_2} 的依赖关系(假设区域 1 的密度保持不变). 在相同的脉冲强度和注入能量情况下, 与一次弹出的情况相比, 两次弹出大大提高了能量增益. 为了便于与文献[1]的例子相比较, 不妨取 $\gamma_{p_1} = 30$, $\gamma_0 = 7$, 则 $a_B = 8.3$, $\delta\gamma_1 = 120$ (与文献[1]一致), 这种情况下, 若取 $\gamma_{p_2} = 555$, 则 $a_{\text{ctr}} = 8.3$, $\delta\gamma_2 = 2256$, 第二次弹推获得了很高的能量增益. 总能量增益 $\delta\gamma = 2378$. 可见, 介质沿光传播方向的非均匀性能大大提高加速能量.

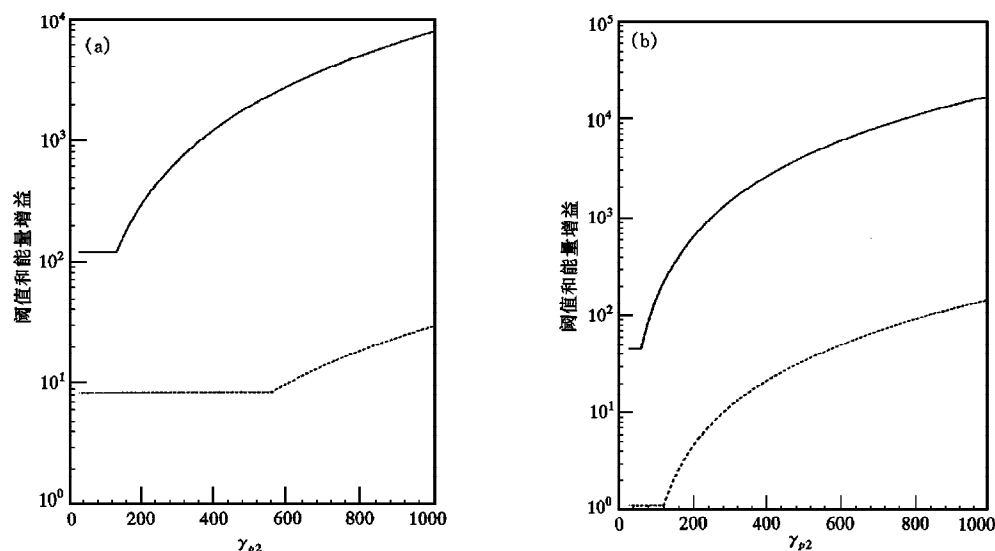


图5 获得两次弹推的阈值(a_{thr}^2)(虚线)和能量增益($\delta\gamma$)(实线)随脉冲速度相对论因子(γ_{p2})变化的曲线 纵坐标单位: $m_0 c^2$ 参数:(a) $\gamma_{p1}=30$, $\gamma_0=7$, $v_D=0$; (b) $\gamma_{p1}=30$, $\gamma_0=15$, $v_D=0$

4 结论与讨论

以上分析了等离子体界面附近激光脉冲电磁场中电子的运动,通过分析动量(u , v)所张成的空间中粒子运动的轨迹,发现电子运动特性与均匀等离子体中的情况大不相同.针对脉冲由高密度区向低密度区传播的情况,得出两个重要结论:一是对脉冲强度低于弹推阈值的情况,粒子最终被脉冲超过,但能量增益不为零,对粒子初始时刻静止的情况其值很接近零,但随注入能量的提高而明显增加;二是对脉冲强度高于弹推阈值的情况,粒子最终超过光脉冲而获得很高的能量增益,其值远远高于均匀等离子体为介质的情况.

以上分析忽略了脉冲对介质密度构型的破坏作用,这在脉冲强度不是很高的情况下是合理的.对高强度脉冲,以上结果只能定性地成立.为使粒子在较低的脉冲强度下获得加速,必须对粒子进行预加速来降低弹推阈值.

在等离子体集体效应可以忽略的情况下,以上模型能对电子运动给出很好的描述.虽然激光脉冲传播过程中与背景电子存在瞬时的能量交换,但背景电子最终将所得能量几乎全部还给脉冲(脉冲强度一般还不足以加速初始时刻静止的背景电子),脉冲能量几乎不消耗在介质中.在集体效应不能忽略的情况下,以上结果需要加以修正.其中,激光尾场效应是一个重要影响因素.不过,只要适当选择脉冲宽度^[1],则尾场效应可以消除.

本文的结果是在被加速带电粒子的辐射效应可以忽略的前提下得到的,更全面的分析应包括带电粒子的辐射效应,有待于进一步研究.

与程亚,曾贵华两位同志进行了许多有益的讨论,在此表示感谢!

- [1] C. J. McKinstrie and E. A. Startsev, *Phys. Rev.*, **E54**(1996), R1070.
- [2] C. J. McKinstrie and E. A. Startsev, *Phys. Rev.*, **E56**(1997), 2130.
- [3] Phillip Sprangle, Eric Esarey and Jonathan Krall, *Phys. Plasmas*, **3**(1996), 2183.
- [4] M. D. Perry and G. T. Mourou, *Science*, **264**(1994), 917.
- [5] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, 2nd ed. (Addison-Wesley, New York, 1980), p. 303.

MOTION OF ELECTRONS IN A LASER FIELD AROUND A PLASMA INTERFACE

DU CHUN-GUANG XU ZHI-ZHAN

(*Laboratory for High Intensity Optics,*

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 5 June 1998)

ABSTRACT

The motion of electrons in the laser pulse field around a plasma interface is studied. The equations which present the general relationship between the longitudinal and the transverse momenta of the particle are derived. Results from the analysis show that the inhomogeneity leads to great changes in the characters of the motion of the particle. This inhomogeneity is helpful to the acceleration of injected electrons under some conditions.

PACC: 5240D; 5220