

声光双稳系统中的混沌调制效应

刘玉怀 王胜远 高闯光 路轶群

(中国科学院安徽光学精密机械研究所, 合肥 230031)

(1998 年 6 月 1 日收到; 1998 年 11 月 3 日收到修改稿)

由声光双稳系统的迭代模型出发, 构造一种具有外部正弦信号调制的动力学系统, 并数值研究声光双稳系统的混沌态在正弦调制下的动力学行为. 结果表明, 在正弦信号的调制下, 系统状态呈现出间歇性混沌及多种演化模式, 且随着调制幅度的增大, 某些演化模式在一个调制周期内的出现次数增大, 系统第一次出现周期窗口所需的迭代次数减小, 系统状态的包络振幅增大. 另外, 调制频率的改变不影响系统的动力学性质, 只改变系统演化模式的出现频率.

PACC: 0545

1 引 言

声光双稳系统中的延迟反馈作用可以导致混沌现象的出现^[1,2], 其动力学性质已得到充分的研究^[3-5]. 近年来, 随着混沌控制与混沌同步研究的兴起, 声光双稳系统的混沌控制及同步也引起了人们的重视^[6,7], 但声光双稳系统中声光器件本身的信号调制功能在混沌研究中似乎被人们忽略了. 本文在声光双稳模型的基础上构造一个有外加正弦调制信号的系统, 并数值研究正弦调制对声光双稳系统中混沌态的影响, 发现了一些有趣的新的动力学效应, 我们称之为混沌调制效应. 这项研究将进一步促进声光双稳器件在混沌信息处理领域中的应用.

2 模 型

2.1 声光双稳系统

声光双稳系统在理论上可以用归一化的动力学方程来描述^[3]:

$$\tau_r \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = \pi \{ A - u \sin^2 [x(t - \tau_d) - v] \}, \quad (1)$$

其中, x 为驱动源输入处的归一化电压; u 是与入射光强及放大倍数有关的量, 一般作为系统的分岔参数(控制参数); v 是驱动源的偏压; A 为放大器的偏压; τ_r 为系统的响应时间; τ_d 为延迟时间. 若 $\tau_d < \tau_r$, 则系统最终处于稳态; 若 τ_d 相当于或略大于 τ_r , 则系统失稳; 若系统的响应远远快于延迟 ($\tau_r \ll \tau_d$), 则系统时间演化方程(1)左端的第一项可以忽略不计, 这样, 我们可以将(1)式近似写成一维迭代方程的形式:

$$x_{n+1} = \pi[A - u \sin^2(x_n - v)]. \quad (2)$$

2.2 调制下的声光双稳系统

考虑声光双稳系统的迭代模型(2)式,引入外加正弦调制信号,得到

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= \pi[A - u \sin^2(x_n - v)] + f \sin(\omega y_n + \varphi), \\ y_{n+1} &= y_n + 1. \end{aligned} \quad (3)$$

其中, f 为归一化调制幅度, ω 和 φ 分别为调制信号的频率和位相,注意到式中的变量 y 不是系统的动力学变量,而只是为了将调制信号离散化,以便随每次迭代注入到系统的动力学变量 x 中,对动力学系统进行调制.

3 数值结果

3.1 声光双稳系统的混沌态

首先计算系统的 Lyapunov 指数随控制参数 b 的演化情况,计算结果如图 1 所示. 系统在一定控制参数的范围内具有正的 Lyapunov 指数 λ , 按照 Lyapunov 指数的含义,这时系统处于混沌态. 在控制参数满足混沌的区间内任选一个值,如 $b=1.5$, 此时 $\lambda=0.98$, 作出系统迭代 2 万次的状态轨迹图,如图 2 所示,系统的运动呈现混沌的特点,其运动轨迹的几何结构具有完整性.

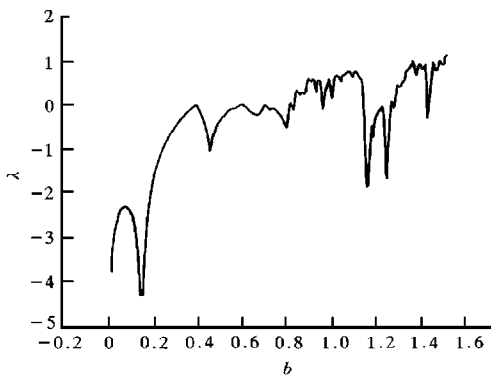


图 1 Lyapunov 指数随控制参数 b 的演化情况
 $a=12, v=2$

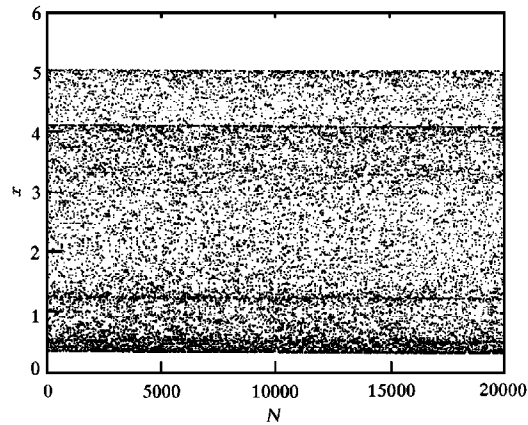


图 2 系统状态随迭代次数的演化情况 $b=1.5$

3.2 调制下声光双稳系统的混沌态

对系统施加一定幅度的正弦调制信号,计算调制系统的 Lyapunov 指数随调制信号幅度的变化,如图 3 所示. 由图 3 可知,当调制幅度 f 在 1 和 10 之间取 10 个值时,系统的 Lyapunov 指数 λ 的值均为正. 单纯地从 Lyapunov 指数的角度来看,系统仍处于混沌状

态, 似乎与受到调制之前没有明显的区别, 然而根据系统状态随迭代次数的轨迹图来看, 在不同的调制幅度下, 受调制的混沌系统随迭代次数的变化出现了几种有趣的演化模式, 如图 4 所示.

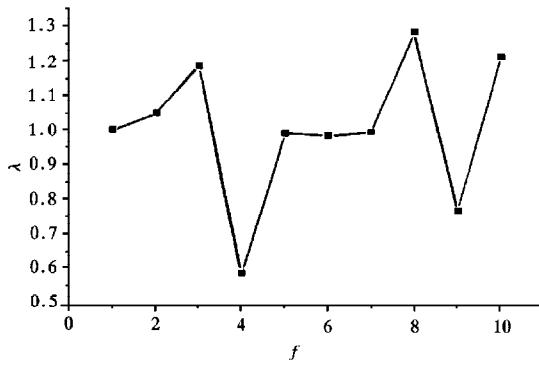


图 3 Lyapunov 指数随调制幅度 f 的变化情况 $a=12, b=1.5, v=2$

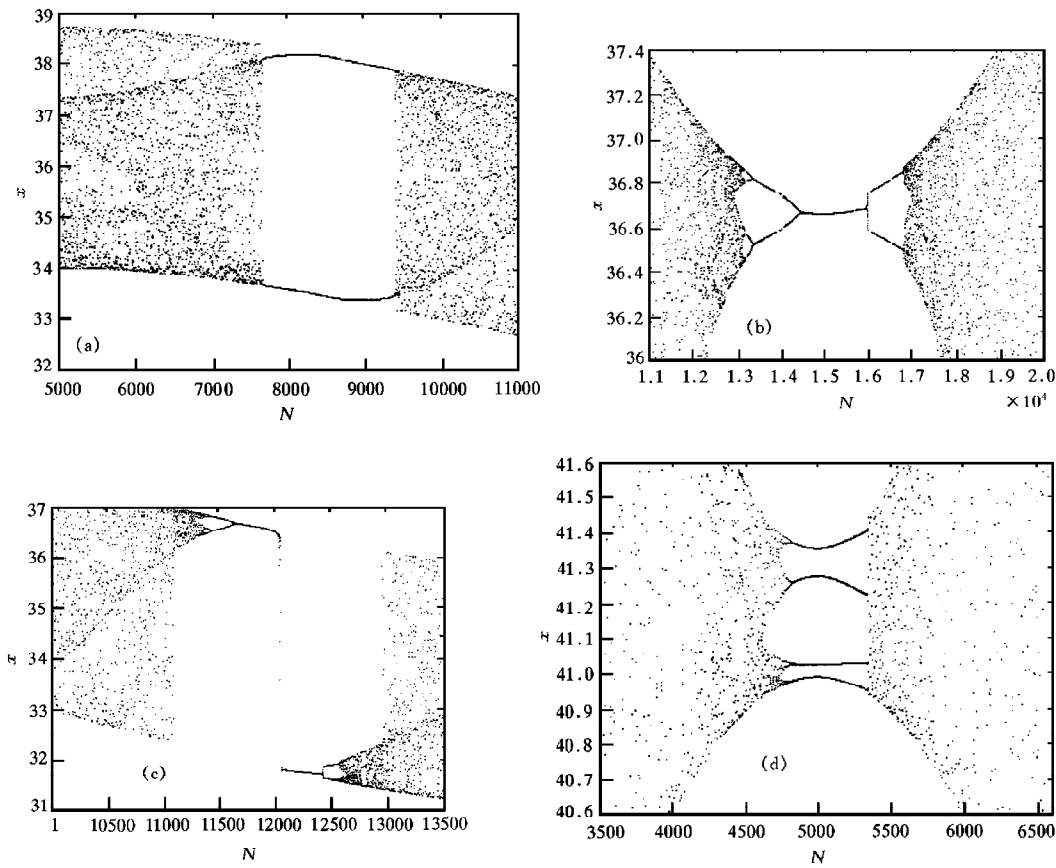


图 4 调制后混沌系统的演化模式 (a) 模式 A; (b) 模式 B; (c) 模式 C; (d) 模式 D

在图 4 中,可以明显地观察到调制后的动力学系统随迭代次数的演化可分别出现以下几种模式.

模式 A:混沌→周期 2→混沌;

模式 B:混沌→周期 4→周期 2→周期 1→周期 2→混沌;

模式 C:混沌→周期 4→周期 2→周期 1 突变→周期 2→混沌;

模式 D:混沌→周期 8→周期 4→混沌.

可见,在正弦信号的调制下,图 2 中完整的混沌轨迹结构被各种周期窗口分割成混沌带,同时,在混沌带中,又可以观察到极其狭窄的周期窗口,例如这些结构:混沌→周期 4→周期 2→混沌、混沌→周期 2→周期 4→混沌以及混沌→周期 3→混沌,只是由于其存在范围十分小,难以用图表示出来.由此可以断定,正弦信号调制下的动力学系统处于间歇性混沌态,具体表现为混沌带与周期窗口的交替,同时,这种间歇性又具有一定的规律(后文要说明).注意到图中的现象与动力学系统随控制参数的分岔图极其相似,但二者在性质上是不同的:图 4 所作的是动力学系统状态随迭代次数的演化,其中,一个迭代对应一个状态值;而分岔图则是系统状态随控制参数的演化,其中,一个控制参数对应多个系统状态值.

有趣的是,在以上四种模式中,模式 A 具有明显的结构对称性,模式 B 和 C 在整体上是**不对称的,但在局部上又是对称的,模式 D 则具有非对称性.对于这种演化模式中的对称性与对称性破缺的物理机制,我们将另文报道.

表 1 所示为调制幅度 f 与各演化模式出现的次数的关系,其中的“-”号表示相应的模式不存在.从表中可以看出,随着调制幅度的增加,在一个调制周期内,模式 A 和 C 出现的次数呈现增加的趋势,模式 B 出现的次数不变,模式 D 在所考察的调制幅度样本中只出现了一次.此外,从表 1 中还可看出,虽然,模式 A 和 C 出现在多个调制幅度情形下,但在不同调制幅度下出现的动力学演化模式不完全相同.

表 1 调制幅度 f 与各演化模式出现的次数的关系

模式 \ f	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	2	2	4	6	6	7	10	10	11	13
B	1	1	-	-	1	-	-	-	-	-
C	-	2	4	4	6	8	8	10	12	12
D	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-

表 2 为在一个调制周期内混沌带出现的次数与调制幅度的关系.由表 2 可知,在一个调制周期内,系统出现偶数个混沌带.随着调制幅度的增加,混沌带的数目增大.当调制幅度由 3 增加到 4 以及由 6 增加到 7 时,混沌带数目的增加量均为 4;其他情况下,调制幅度每增加 1,混沌带数目的增加量均为 2.表 1 和表 2 说明,调制幅度决定着动力学系统的演化模式及其分布情况.

表 2 混沌带出现的次数与调制幅度 f 的关系

调制幅度 f	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
混沌带数目	4	6	8	12	14	16	20	22	24	26

为了进一步考察调制幅度对动力学系统的影响,首先,我们研究动力学系统第一次出现分化所需的迭代次数与调制幅度的关系,如图 5 所示,调制幅度越大,动力学模式发生第一次转变所需的迭代次数越小.其次考察调制后动力学系统的包络振幅($\max(x) - \min(x)$)与调制幅度的关系,如图 6 所示,发现调制幅度越大,调制后动力学系统的包络振幅越大.

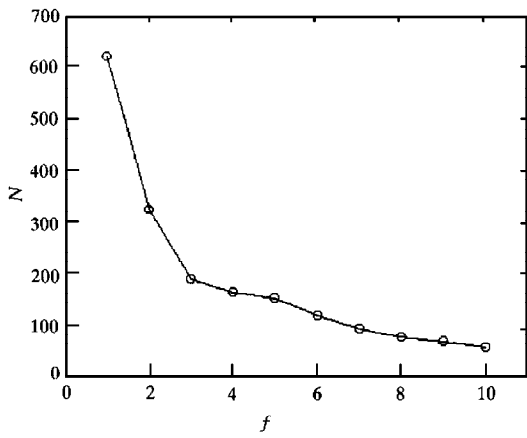


图 5 动力学系统第一次出现分化所需的迭代次数与调制幅度的关系

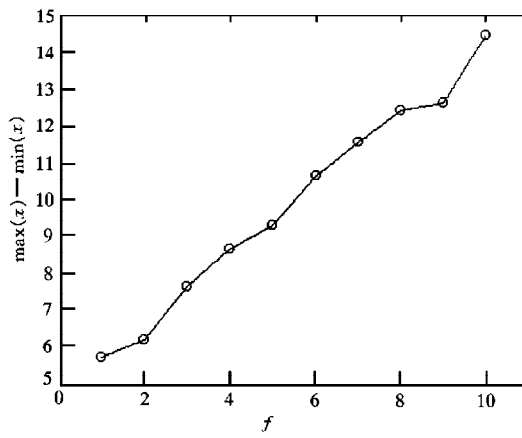


图 6 调制后动力学系统的包络振幅 ($\max(x) - \min(x)$) 与调制幅度 (f) 的关系

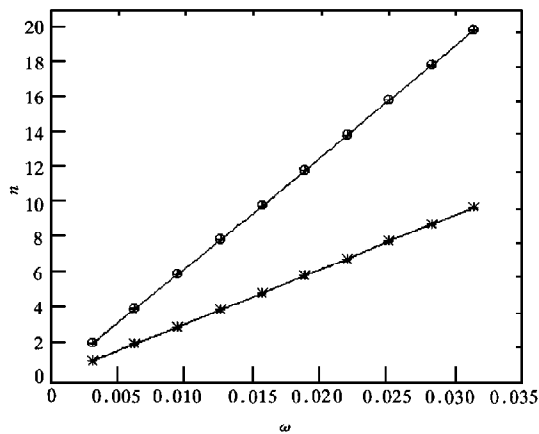


图 7 一个调制周期内系统演化模式出现的次数与调制频率的关系
 $f=2, a=12, b=1.5, v=2$

此外,我们还研究了调制频率对系统的影响,结果表明,固定调制幅度,改变调制频率,系统的演化模式不变,对相同的迭代次数,各演化模式随频率的增加而增加,但在一个调制周期内各演化模式出现的次数不变.如图 7 所示,图中“o”代表模式 A,“*”代表模式 B,“+”则表示模式 C,横坐标为调制频率,纵坐标为模式出现的次数.从图 7 可以看出,演

化模式 A, B 和 C 的出现次数随频率的增大均表现为线性增加, 其中, 模式 A 和 C 的出现次数相同。

4 分析与讨论

本文通过数值计算所观察到的这种间歇混沌是由正弦调制而引起的。在一定的参数下, 声光双稳系统处于充分的混沌运动状态, 施加外部正弦信号的调制后, 相当于对原来的动力学系统增加一项控制参数, 且该参数随时间作正弦函数变化, 导致系统的动力学性质随时间的改变而变化。在某些时间间隔内, 系统的运动达到稳定的混沌; 在另外一些时间间隔内, 系统处于不稳定的混沌, 进而退化为周期运动。由于系统参数始终在变, 周期与混沌运动也不断改变, 产生多种运动模式。进入下一个调制周期后, 系统的运动模式重复上一个周期的形式, 如此不断往复下去。

声光双稳系统在正弦调制作用下的间歇混沌运动中, 存在着一些特征量, 即对应某个特定的调制幅度和调制频率, 每种模式的间隔(迭代次数)是不变的, 例如, 当 $f=1$, $\omega=\pi$ 时, 周期 2 的间隔为 878。

文献[7]实验报道了一种由激光二极管和干涉仪构成的光学双稳装置的混沌性质及其在信息存储中的应用, 该系统随控制参数的分岔图与本文所观察到的动力学随时间的演化模式十分类似, 上文中已指出二者的区别, 现在来探讨它们之间的联系: 由于本文的模型是一个时变参数的动力学系统, 它是一种动力学的时间行为, 与动力学系统随控制参数的空间分布在形式上具有某种等价性。

最后值得指出的是, 文献[8]报道了在与光学双稳有关的延时微分方程中观测到阵发混沌, 它是系统在固定参数情况下由切分岔引起的时间行为, 而本文报道的间歇混沌则是声光双稳系统的混沌态在附加时变参数的作用下所产生的新的动力学行为, 实际上, 它是一种周期性极强的阵发混沌。

5 结 论

研究了声光双稳系统的混沌态在外部正弦信号的调制下的动力学行为。结果表明, 系统的混沌态受到正弦信号的调制后, 系统状态分化为多种演化模式, 并呈现出一种间歇混沌的形式, 即随迭代次数的增加, 系统表现为混沌带与周期窗口的交替出现。随着调制幅度的增大, 演化模式有所变化, 且演化模式 A 和 C 在一个调制周期内的出现次数增大, 系统第一次出现周期窗口所需的迭代次数减小, 系统状态的包络振幅增大。另外, 调制频率的改变不影响系统的动力学性质, 只改变系统演化模式的出现频率。预计, 这种声光双稳系统的混沌调制效应将在混沌信息处理中得到应用, 如信息的加密, 本文结果对声光双稳系统的实验具有指导意义。

[1] K. Ikeda, *Opt. Commun.*, **30**(1979), 257.

[2] J. Chrostowski, C. Dellisle, *Opt. Commun.*, **41**(1982), 71.

- [3] J. Chrostowski, C. Dellisle, R. Tremblay, *Can. J. Phys.*, **61**(1983), 188.
- [4] Real Vallee, Claude Delisle, J. Chrostowski, *Phys. Rev.*, **A30**(1984), 336.
- [5] 刘金刚、沈柯、周立伟, 光学学报, **17**(1997), 10 [Liu Jin-gang, Shen Ke, Zhou Li-wei, *Acta Optica Sinica*, **17**(1997), 10(in Chinese)].
- [6] 刘金刚、沈柯、周立伟, 光学学报, **17**(1997), 841 [Liu Jin-gang, Shen Ke, Zhou Li-wei. *Acta Optica Sinica*, **17**(1997), 841(in Chinese)].
- [7] Tong Kun Lim, Keumcheol Kwak, Mijeong Yun, *Phys. Lett.*, **A240**(1998), 287.
- [8] J. N. Li, P. Manneville, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1645.

CHAOS MODULATION EFFECT OF AN HCOUSTO- OPTIC BISTABLE SYSTEM

LIU YU-HUAI WANG SHENG-YUAN GAO MING-GUANG LU YI-QUN

(*Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031*)

(Received 1 June 1998; revised manuscript received 3 November 1998)

ABSTRACT

A new dynamical system under external sinusoidal modulation based on acousto-optic bistable iterative model is constructed and investigated numerically. The results show that the state of the system takes on hysterical chaos and several kinds of evolution pattern under the modulation of the sinusoidal signal. As the amplitude of the modulation increases, the number of some evolution patterns in a modulation period will increase, the iterations needed for the first period window of the system will decrease, and the sketch amplitude of the modulated system will increase. In addition, the modulation frequency has no effect on the dynamical characteristics, only changing the number of the evolution pattern.

PACC: 0545