

# 正常金属- $d$ 波超导隧道结中杂质和 界面散射对微分电导的影响\*

董正超

(淮阴师范学院物理系, 淮阴 223001)

(1998 年 6 月 29 日收到; 1998 年 11 月 2 日收到修改稿)

考虑到正常金属区域的杂质散射和界面粗糙的散射, 运用 Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程和 Bolander-Tinkham-Klapwijk (BTK) 理论模型, 计算正常金属- $d$ 波超导隧道结的微分电导. 计算发现: 隧道谱强烈地依赖电子的入射角和超导体晶轴方位, 并能展示零偏压电导峰的存在; 此外, 杂质散射能使隧道谱的凹陷分裂出两个小凹陷, 而界面粗糙能抹平和压低零偏压电导峰和能隙电导峰. 这些结果都将很好地解释高  $T_c$  超导隧道谱的实验现象.

PACC: 7450; 7475; 7340N

## 1 引 言

自从发现高  $T_c$  氧化物超导体以来, 很多学者致力于想弄清这些超导体的配对机制. 一些理论<sup>[1-6]</sup>和实验<sup>[7-10]</sup>认为高  $T_c$  铜氧化物超导体可能有  $d_{x^2-y^2}$  波对称结构(这儿的  $a, b$  定义为  $\text{CuO}_2$  平面的  $a$  轴和  $b$  轴).  $d$  波配对的对称性可导致各向异性的能隙, 在一些结线方向能隙可降低到零, 即意味着准粒子的能量可任意地接近费米面, 这跟传统的沿任意方向能隙都相同的  $s$  波超导体是不同的, 这种能隙结构的差异必然导致粒子的热力学特性和传输特性的不同.

在以往隧道谱研究中, 人们集中于讨论正常金属- $s$ 波超导结<sup>[11-16]</sup>, 通过考虑粒子的非弹性散射, 继而对超导体的态密度进行修正, 进而能修正理论和实验上所得的能隙处电导峰的偏差. 近来, 我们又考虑到正常金属- $s$ 波超导隧道结的粗糙界面散射<sup>[17]</sup>, 这似乎能更进一步地解释一些隧道谱实验现象<sup>[18-20]</sup>. 然而利用  $s$  波超导理论却无法解释隧道谱中出现的零偏压电导峰的异常现象<sup>[21-24]</sup>. 最近, 掀起了研究  $d$  波超导隧道谱的热潮<sup>[24-29]</sup>, 通过研究正常金属- $d$ 波超导隧道谱, 能充分展现零偏压电导峰的存在. 然而到目前为止, 理论和实验还存在一些偏差, 主要表现在: 1. 理论上所得的零偏压电导峰比实验上所观察到的电导峰偏高且尖峰<sup>[24]</sup>; 2. 无法解释实验上观察到的零偏压凹陷出现的奇特现象<sup>[15, 16, 18]</sup>, 即零偏压凹陷处感应出一个小峰. 本文, 将力求解决以上两个问题, 并进一步研究  $s$  波与  $d$  波超导隧道谱的联系和区别. 我们将运用量子统计和格林函数方法,

\* 江苏省教委自然科学基金(批准号: JW970141)资助的课题.

研究正常金属-*d* 波超导隧道结中的杂质散射和粗糙界面散射, 分别推出其散射的理论模型; 运用 Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程<sup>[30]</sup>, 计算正常金属-*d* 波超导隧道中电子和空穴 (Andreev)<sup>[31]</sup> 在界面处的反射系数, 继而由 Bolander-Tinkham-Klapwijk (BTK) 理论模型计算微分电导, 并给出一些数值计算结果.

## 2 杂质和粗糙界面散射效应

在正常金属-*d* 波超导隧道结中, 考虑到正常金属区域中的杂质散射, 令其散射哈密顿量为

$$H_I = \sum_a U_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_a), \quad (1)$$

$U_0$  是杂质散射势强度,  $\mathbf{r}$  是准粒子的坐标,  $\mathbf{R}_a$  是杂质的位置坐标. 利用 Dyson 方程的求和方法 and 微扰论可得低温下杂质散射的正规自能为<sup>[32]</sup>

$$\Sigma_I = \pm i \frac{\epsilon_F}{k_F \lambda}, \quad (2)$$

式中  $\epsilon_F$  是费米能 ( $\epsilon_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ ),  $\lambda$  是平均自由程. 上式中取的是自能虚部, 其实部已被归并到重新定义的能级参考面中去. 正常金属-*d* 波超导隧道结与多层金属结构<sup>[32,33]</sup> 的粒子输运有所不同, 金属多层结构仅讨论电子输运, 而在正常金属-*d* 波超导隧道结的界面两边, 既存在电子传播, 又存在空穴传播 (下一节讨论其传播机制), 因此这儿所得的杂质散射正规自能对应两个值, 其中  $\text{Im} \Sigma_I < 0$  对应杂质原子对电子的散射,  $\text{Im} \Sigma_I > 0$  对应杂质原子对空穴的散射. 杂质散射的结果会导致准粒子传输函数中多了一项空间衰减因子, 其衰减的距离就是平均自由程. 由上式可得正常金属区域准粒子沿  $x$  方程传播的波矢值可表达为

$$k_{\pm} = \left( k_F^2 \cos^2 \theta \pm \frac{2mE}{\hbar^2} \pm \frac{i k_F}{\lambda} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

式中的  $\theta$  是粒子传输方向与  $x$  轴的夹角,  $E$  是准粒子相对费米能的激发能测量值,  $+$  号描述电子传播,  $-$  号描述空穴传播.

为了确定正常金属-*d* 波超导隧道结中粗糙界面散射的理论模型, 我们首先研究一大块金属系统中存在一界面情形. 考虑到正常金属-*d* 波超导隧道结中的超导体具有  $d_{x_0}^2 - x_0^2$  对称, 因此我们仅研究粒子在二维平面内 ( $x$ - $y$ ) 的传输. 未受微扰的单粒子传输格林函数在混合的 Bloch-Wannier 表象中可表示为

$$G_0(k_y, x, x') = \frac{m}{\pi \hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i k_x (x-x')}}{k_F^2 - k_y^2 - k_x^2} dk_x = \frac{m}{i \hbar^2 \bar{k}} e^{i \bar{k} |x-x'|}, \quad (4)$$

其中  $\bar{k} = \sqrt{k_F^2 - k_y^2}$ ,  $k_y$  是沿  $y$  方向传播的波矢值. 由于考虑的是低温下粒子的输运, 所以上式中已把粒子的能量取为费米能. 如在大块金属中存在一界面, 界面位置在  $x=0$  处, 界面粗糙引起的界面散射哈密顿假定为

$$H' = V_I g(y) \delta(x), \quad (5)$$

$V_I$  表示界面散射强度,  $g(y)$  表示界面的无规粗糙起伏 (这儿的界面是一维粗糙线). 由

Dyson 方程, 可得到计入界面散射的单粒子传播格林函数为

$$G(k_y, x, x') = G_0(k_y, x, x') + \iint d x_1 d x_2 G_0(k_y, x, x_1) \Sigma(k_y, x_1, x_2) G(k_y, x_2, x'), \quad (6)$$

式中  $\Sigma$  表示界面散射的正规自能, 且为

$$\Sigma(k_y, x, x') = \int \frac{d k'_y}{2\pi} V_I^2 |g(k_y - k'_y)|^2 G(k'_y, x, x') \delta(x - x') \delta(x). \quad (7)$$

通过对界面的无规分布取平均, 进一步得

$$\Sigma(k_y, x, x') = Q \delta(x - x') \delta(x), \quad (8)$$

其中

$$Q = \frac{1}{2\pi} \int d k'_y \langle |g|^2 \rangle V_I^2 G(k'_y, 0, 0). \quad (9)$$

在以上推导过程中, 认为界面散射是弹性散射过程, 散射前后粒子能量保持不变. 此外, 在推导(9)式中, 使用了“white noise”假设<sup>[34]</sup>, 认为  $\langle |g(k_y - k'_y)|^2 \rangle$  与动量无关, 取  $\langle |g(k_y - k'_y)|^2 \rangle = \langle |g|^2 \rangle$  而作为一常数. 方程(6)和(8)式构成一对闭合的方程组, 原则上可以自洽地求出  $Q$ . 一般情形下, 自能项包含有实部与虚部<sup>[35]</sup>, 所以可把(9)式写为

$$Q = H \pm iP, \quad (10)$$

式中的  $H$  和  $P$  都是实的正数, 其中  $Q = H + iP$  是描述粗糙界面对空穴的散射,  $Q = H - iP$  是描述粗糙界面对电子的散射. 由以上的讨论, 可把界面散射哈密顿等效写为

$$H' = Q \delta(x). \quad (11)$$

在超导隧道结中, 由于存在电子和空穴的输运, 在 BdG 方程中, 可把界面两边的波函数写为二分形式, 如上分量代表电子传播函数, 下分量代表空穴传播函数, 那么界面散射的哈密顿可写为矩阵形式

$$H' = (H\hat{\epsilon} - iP\hat{\tau}_3) \delta(x), \quad (12)$$

其中

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

不难理解, (12)式中的  $H$  表示通常的势垒散射, 即势垒高度, 而  $P$  则是由界面粗糙引起的散射势. 下一节利用(3)式和(12)式来计算正常金属  $-d$  波超导隧道结中的粒子输运系数, 研究杂质和粗糙界面对微分电导的影响.

### 3 微分电导的计算

在正常金属  $-d$  波超导隧道结中, 准粒子输运可通过 BdG 方程描述<sup>[30]</sup>

$$\begin{aligned} H_e(\mathbf{r}_1) \mu(\mathbf{r}_1) + \int d\mathbf{r}_2 \Delta(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) v(\mathbf{r}_2) &= E\mu(\mathbf{r}_1), \\ -H_e^*(\mathbf{r}_1) V(\mathbf{r}_1) + \int d\mathbf{r}_2 \Delta^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \mu(\mathbf{r}) &= EV(\mathbf{r}_1). \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $H_e(\mathbf{r}_1) = -\hbar^2 \nabla_{\mathbf{r}_1}^2 / 2m + V(\mathbf{r}_1) - \epsilon_F$  是单粒子哈密顿量,  $V(\mathbf{r}_1)$  是散射势能,  $\Delta(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$

是配对势,它是依赖于 Cooper 对中的两个准粒子坐标的函数.引入质心坐标  $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  和相对坐标  $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ ,通过对相对坐标进行傅里叶变换,可得

$$\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \int d\mathbf{R} \Delta\left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{R}}{2}, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{R}}{2}\right) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}. \quad (15)$$

从(15)式看出,对一非传统的超导体,其配对势不仅依赖于质心坐标,还依赖于波矢量  $\mathbf{k}$ .

在弱耦合极限下,波矢  $\mathbf{k}$  的数值是不变的,且为  $|\mathbf{k}| = k_F$ ,仅方向在改变,其方向  $\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k_F}$ .

研究表明,BdG 方程中的波函数  $(\mu, \nu)$  是以费米波长  $k_F^{-1}$  的尺寸大小振荡,为了扣除这种短波振荡,可引入新的波函数  $(\bar{\mu}, \bar{\nu})$ <sup>[36]</sup>

$$\begin{pmatrix} \bar{\mu}(\mathbf{r}) \\ \bar{\nu}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = e^{i\mathbf{k}_F\cdot\mathbf{r}} \begin{pmatrix} \mu(\mathbf{r}) \\ \nu(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

将(15)和(16)式代入(14)式,BdG 方程变为

$$\begin{aligned} E\bar{\mu}(\mathbf{r}) &= -i(\hbar^2/m) \mathbf{k}_F \cdot \nabla \bar{\mu}(\mathbf{r}) + \Delta(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \bar{\nu}(\mathbf{r}), \\ E\bar{\nu}(\mathbf{r}) &= i(\hbar^2/m) \mathbf{k}_F \cdot \nabla \bar{\nu}(\mathbf{r}) + \Delta^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \bar{\mu}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (17)$$

对一个界面在  $x=0$ ,左边是正常金属,右边是  $d$  波超导的隧道结,系统的配对势可写为简单的阶跃函数形式

$$\Delta(\mathbf{k}, x) = \Delta(\mathbf{k}) \Theta(x). \quad (18)$$

如有一电子从隧道结左边与  $x$  轴成  $\theta$  角入射,如图 1 所示,结果产生四个准粒子:反射空穴(A),反射电子(B),穿透电子(C)和穿透空穴(D).

对于  $d$  波超导体,穿透电子与穿透空穴的配对势是不同的,分别用  $\Delta(\theta_+)$  和  $\Delta(\theta_-)$  表示,其中  $\theta_+ = \theta$ ,  $\theta_- = \pi - \theta$ .对  $d_{x_a^2 - x_b^2}$  波的超导体,可得到<sup>[24,25]</sup>

$$\begin{aligned} \Delta(\theta_+) &= \Delta_0 \cos(2\theta - 2\alpha) = \Delta_0 |\cos(2\theta - 2\alpha)| e^{i\phi_+}, \\ \Delta(\theta_-) &= \Delta_0 \cos(2\theta + 2\alpha) = \Delta_0 |\cos(2\theta - 2\alpha)| e^{i\phi_-}. \end{aligned} \quad (19)$$

(19)式中  $\alpha$  是  $d_{x_a^2 - x_b^2}$  波超导体的  $a$  轴与  $x$  方向的夹角,如图 1 所示,  $\phi_{\pm}$  是有效配对势的相位

$$\phi_{\pm} = \begin{cases} 0, & \text{当 } \cos(2\theta \pm 2\alpha) > 0 \text{ 时} \\ \pi, & \text{当 } \cos(2\theta \pm 2\alpha) < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (20)$$

令  $a$  为 Andreev 反射波幅,  $b$  为电子反射波幅,  $c$  为电子的透射波幅,  $d$  为空穴的透射波幅,由(17)式可得界面两边的波函数为

$$\psi_N = e^{ik_F y \sin\theta} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_+ x} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{ik_- x} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_+ x} \right], \quad (21a)$$

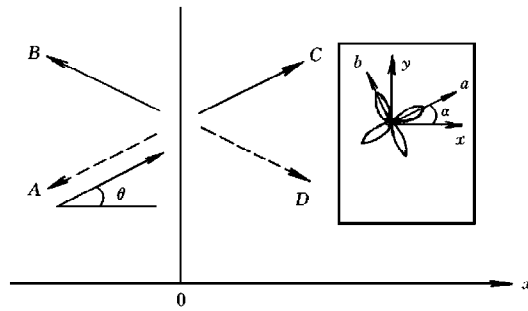


图 1 A 是反射空穴, B 是反射电子, C 是透射电子, D 是透射空穴

$$\psi_S = e^{ik_F y \sin \theta} \left[ c \begin{pmatrix} \mu_+ e^{i\phi_+/2} \\ v_+ e^{-i\phi_+/2} \end{pmatrix} e^{iq_+ x} + d \begin{pmatrix} v_- e^{i\phi_-/2} \\ u_- e^{-i\phi_-/2} \end{pmatrix} e^{-iq_- x} \right]. \quad (21b)$$

上两式中  $\psi_N$  是正常金属区域波函数,  $\psi_S$  是超导区域的波函数,  $k_{\pm}$  如(3)式, 而  $q_{\pm} = [k_F^2 \cos^2 \theta \pm 2m\sqrt{E^2 - |\Delta(\theta_{\pm})|^2}/\hbar^2}]^{1/2}$ ,  $\mu_{\pm}^2 = [1 + \sqrt{(E^2 - |\Delta(\theta_{\pm})|^2)/E^2}]/2$ ,  $v_{\pm}^2 = [1 - \sqrt{(E^2 - |\Delta(\theta_{\pm})|^2)/E^2}]/2$ . 在推导(21)式时, 已取定两种金属的费米面是相同的. 由连续性的边界条件

$$\psi_N(x=0^-) = \psi_S(x=0^+), \quad (22a)$$

$$\frac{\partial \psi_S}{\partial x} \Big|_{x=0^+} - \frac{\partial \psi_N}{\partial x} \Big|_{x=0^-} = \frac{2m(\mathbf{H}\hat{e} - i\mathbf{p}\hat{e}_3)}{\hbar^2} \psi_N \Big|_{x=0^-}, \quad (22b)$$

可得

$$a = \frac{4(1+iS)\cos^2 \theta \mu_- v_+ e^{-i\phi_+}}{\nu}, \quad (23a)$$

$$b = \frac{b_1 - b_2}{\nu}. \quad (23b)$$

其中

$$\nu = [(2Z_1 + S)^2 + 4(Z_2 + \cos \theta)^2] \mu_+ \mu_- - [(2Z_1 + S)^2 + 4Z_2^2] v_+ v_- e^{i(\phi_- - \phi_+)}, \quad (24a)$$

$$b_1 = [2(iZ_1 + Z_2) - iS \cos \theta][2(iZ_1 - Z_2) - (2 - iS) \cos \theta] \mu_+ \mu_-, \quad (24b)$$

$$b_2 = [2(iZ_1 - Z_2) + iS \cos \theta][2(iZ_1 + Z_2) - (2 + iS) \cos \theta] v_+ v_- e^{i(\phi_- - \phi_+)}. \quad (24c)$$

在推导(23)和(24)式时, 已作近似  $k_{\pm} \approx k_F \cos \theta \pm i/(2\lambda \cos \theta)$ ,  $q_{\pm} \approx k_F \cos \theta$ . 此外(23), (24)式中的  $Z_1 = mH/(\hbar^2 k_F)$ ,  $Z_2 = mp/(\hbar^2 k_F)$ ,  $S = (2\lambda k_F \cos^2 \theta)^{-1}$ , 它们都是无量纲的实数, 其中  $Z_1$  表征界面的势垒散射强度,  $Z_2$  表征界面的粗糙散射强度,  $S$  表征杂质散射强度. 有了(23)和(24)式, 利用 BTK 理论<sup>[37]</sup>, 可求出在  $T=0$  下, 正常金属-d波超导隧道的微分电导随偏压变化

$$G(eV) = G_0 \cos \theta \int_{-\infty}^{\infty} [1 + A(E) - B(E)] \delta(E - eV) dE. \quad (25)$$

上式中  $G_0$  是一个常数, 它跟结的有效面积、正常态的态密度以及费米速度有关.  $A(E) = aa^*$  是 Andreev 反射系数,  $B(E) = bb^*$  是通常的电子反射系数. 为了明白  $d_{x_a^2 - x_b^2}$  波超导对称的新奇特征, 我们讨论两种特殊情形下的微分电导行为:

(i)  $\alpha = \theta = 0$ , 由(19)和(20)式, 得到  $\Delta(\theta_+) = \Delta(\theta_-) = \Delta_0$ ,  $\phi_+ = \phi_- = 0$ , 这时 d波超导体就转变为 S波超导体, (23)式变为

$$a = \frac{4(1+iS)\mu_0 v_0}{[(2Z_1 + S)^2 + (2Z_2 + 1)^2 + 1](\mu_0^2 - v_0^2) + 2(2Z_2 + 1)}, \quad (26a)$$

$$b = \frac{[4(iSZ_2 - iZ_1 - Z_1^2 - Z_2^2) + S^2](\mu_0^2 - v_0^2) + 2(iS - 2Z_2)}{[(2Z_1 + S)^2 + (2Z_2 + 1)^2 + 1](\mu_0^2 - v_0^2) + 2(2Z_2 + 1)}. \quad (26b)$$

式中  $\mu_0^2 = [1 + \sqrt{(E^2 - \Delta_0^2)/E^2}]/2$ ,  $v_0^2 = [1 - \sqrt{(E^2 - \Delta_0^2)/E^2}]/2$ . 容易验证当  $S=0$  时,

(26)式即过渡到文献[17]中的(13)式,上式的两反射波幅对应的反射系数分别为:对  $E > \Delta_0$

$$A = \frac{16(1+S^2)\mu_0^2 v_0^2}{\{[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2+1)^2 + 1](\mu_0^2 - v_0^2) + 2(2Z_2+1)\}^2}, \quad (27a)$$

$$B = \frac{[(4Z_1+4Z_2-S^2)(\mu_0^2 - v_0^2) + 4Z_2]^2 + [(4Z_2S - 4Z_1)(\mu_0^2 - v_0^2) + 2S]^2}{\{[2Z_1+S]^2 + (2Z_2+1)^2 + 1\}(\mu_0^2 - v_0^2) + 2(2Z_2+1)^2}. \quad (27b)$$

对  $E < \Delta_0$

$$A = \frac{4(1+S^2)\Delta_0^2}{(\Delta_0^2 - E^2)[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2+1)^2 + 1]^2 + 4E^2(2Z_2+1)^2}, \quad (28a)$$

$$B = \frac{[\sqrt{\Delta_0^2 - E^2}(S^2 - 4Z_1^2 - 4Z_2^2) + 2SE]^2 + 16[Z_2E - (Z_1 - Z_2S)\sqrt{\Delta_0^2 - E^2}]^2}{(\Delta_0^2 - E^2)[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2+1)^2 + 1]^2 + 4E^2(2Z_2+1)^2}. \quad (28b)$$

有关正常金属-S波超导隧道结的微分电导随  $Z_1, Z_2$  的变化情形,见文献[17].在此主要讨论微分电导随杂质散射的变化情形.由(25),(27)和(28)式可作出在  $Z_1, Z_2$  一定,  $S$  取不同值时微分电导随偏压  $V$  的变化曲线,如图2所示,从图中看出随着  $S$  的变大(即杂质散射的增加),零偏凹陷渐渐地被平滑,且在升高.随着  $S$  的进一步增大,零偏压凹陷中渐渐地感应出一个小峰,如图3所示.这一结果能较好地解释实验上所观察到的现象,如文献[15]中的图1和图3,文献[16]中的图2和图3,文献[18]中的图1等,这是从理论上解释了这一实验现象.

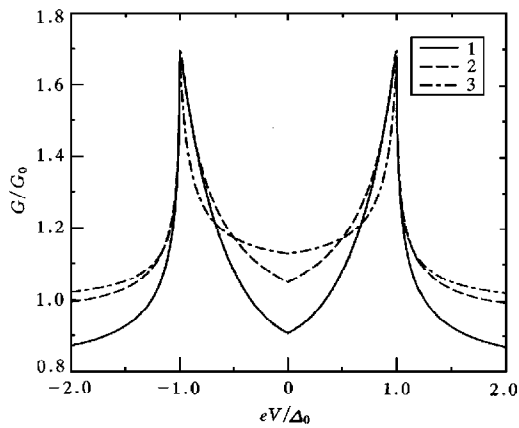


图2 微分电导随偏压  $V$  的变化曲线 取  $\theta = \alpha = 0, Z_1 = 0.5, Z_2 = 0.1.1$  为  $S=0$ ; 2 为  $S=0.5$ ; 3 为  $S=1.0$

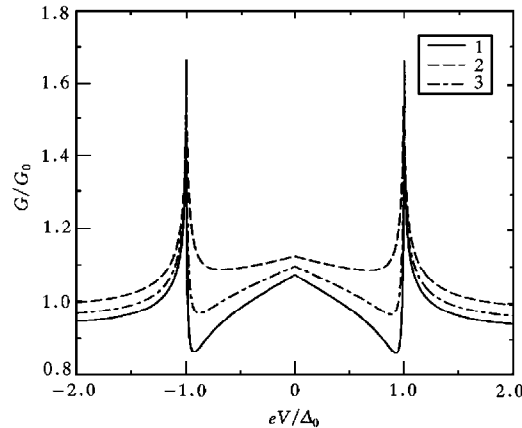


图3 微分电导随偏压  $V$  的变化曲线 取  $\theta = \alpha = 0, Z_1 = 0.5, Z_2 = 0.1.1$  为  $S=2$ ; 2 为  $S=1.5$ ; 3 为  $S=1.8$

(ii) 当  $\alpha = \theta = \pi/4$  时,我们发现  $\Delta(\theta_+) = \Delta_0, \Delta(\theta_-) = -\Delta_0$ ,这表明超导区域的激发电子和激发空穴具有符号相反的配对势,两配对势对应的相位分别为  $\phi_+ = 0, \phi_- = \pi$ ,在

这种情形下, (23)式变为

$$a = \frac{2(1+iS)\mu_0 v_0}{[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + 1/2] + \sqrt{2}(2Z_2 + \sqrt{2}/2)(\mu_0^2 - v_0^2)}, \quad (29a)$$

$$b = \frac{(\mu_0^2 - v_0^2)(iS - 2\sqrt{2}Z_2) + 2\sqrt{2}i(SZ_2 - Z_1) + S^2/2 - 4(Z_1^2 + Z_2^2)}{[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + 1/2] + \sqrt{2}(2Z_2 + \sqrt{2}/2)(\mu_0^2 - v_0^2)}. \quad (29b)$$

对应的反射系数为:对  $E > \Delta_0$

$$A = \frac{4(1+S^2)\mu_0^2 v_0^2}{\{[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + 1/2] + \sqrt{2}(2Z_2 + \sqrt{2}/2)(\mu_0^2 - v_0^2)\}^2}, \quad (30a)$$

$$B = \frac{[2\sqrt{2}Z_2(\mu_0^2 - v_0^2) + 4Z_1^2 + 4Z_2 - S^2/2]^2 + [S(\mu_0^2 - v_0^2) + 2\sqrt{2}(Z_2S - Z_1)]^2}{\{[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + 1/2] + \sqrt{2}(2Z_2 + \sqrt{2}/2)(\mu_0^2 - v_0^2)\}^2}. \quad (30b)$$

对  $E < \Delta_0$

$$A = \frac{(1+S^2)\Delta_0^2}{2(\Delta_0^2 - E^2)(2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + E^2[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + 1/2]^2}, \quad (31a)$$

$$B = \frac{[\sqrt{\Delta_0^2 - E^2}S + (4Z_1^2 + 4Z_2 - S^2/2)E]^2 + 8[Z_2\sqrt{\Delta_0^2 - E^2} + (Z_1 - Z_2S)E]^2}{2(\Delta_0^2 - E^2)(2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + E^2[(2Z_1+S)^2 + (2Z_2 + \sqrt{2}/2)^2 + 1/2]^2}. \quad (31b)$$

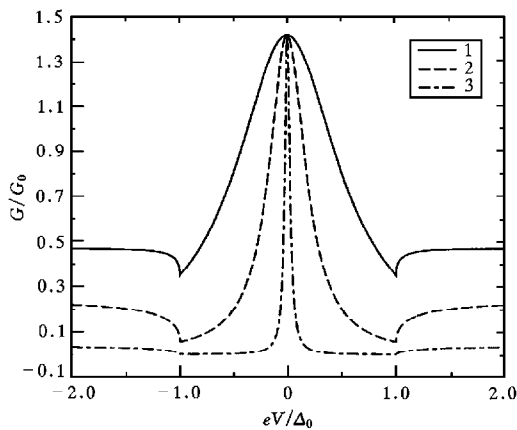


图 4 微分电导随偏压  $V$  的变化曲线 取  $\theta = \alpha = \pi/4, Z_2 = 0, S = 0$ . 1 为  $Z_1 = 0.5$ ; 2 为  $Z_1 = 1.0$ ; 3 为  $Z_1 = 3.0$

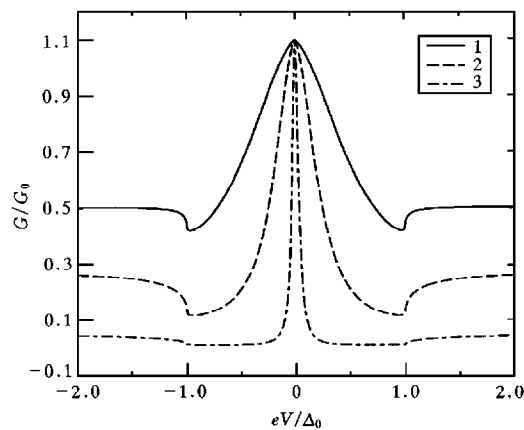


图 5 微分电导随偏压  $V$  的变化曲线 取  $Z_2 = 0.1$ , 其他参数同图 4

利用(25), (30)和(31)式可作出  $d_{x_a^2-x_b^2}$ 波超导隧道结的微分电导在取各种不同参数下随偏压的变化关系. 首先作出在  $Z_2 = 0, S = 0$  下(即不考虑界面粗糙散射和杂质散射), 微分电导在取各种不同  $Z_1$  下随偏压的变化关系, 如图 4, 随着  $Z_1$  变大, 零偏压电导峰充分显

示出来,这一现象已在很多高  $T_c$  氧化物超导体的隧道谱测量中被观察到<sup>[21-24]</sup>. 零偏压电导这种异常现象反映 *d* 波超导表面存在中间能隙态 (midgap states)<sup>[38]</sup>. 它起源于 *d* 波超导中受激发的电子和空穴具有符号相反的配对势. 如考虑到粗糙界面散射, 取  $Z_2=0.1$ , 其他参数如图 4 选取, 此时的微分电导随偏压的变化关系如图 5 所示. 与图 4 比较发现界面粗糙能压低零偏压电导峰, 这一结果能较好地解释文献<sup>[24]</sup>中出现的理论和实验偏差. 如果进一步再考虑到正常金属区域中的杂质散射, 从图 6 看出, 随着  $S$  的变大, 零偏压电导峰的峰值不变, 而在能隙处的小凹陷却在升高且变得更加平滑, 这跟图 4 和图 5 中随  $Z_1$  变化的情形恰好相反. 综上讨论, 如能合理地调配参数  $Z_1$ ,  $Z_2$  和  $S$ , 可使理论和实验拟合得很好.

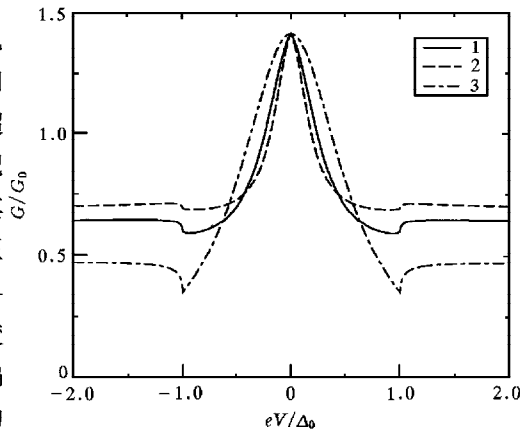


图 6 微分电导随偏压  $V$  的变化曲线 取  $\theta = \alpha = \pi/4$ ,  $Z_1=0.5$ ,  $Z_2=0$ . 1 为  $S=0.5$ ; 2 为  $S=1.0$ ; 3 为  $S=0$

#### 4 结 语

本文利用量子统计的格林函数方法建立了正常金属-*d*波超导隧道结中杂质散射和粗糙界面散射的理论模型, 通过求解 BdG 方程和利用 BTK 理论, 计算正常金属-*d*波超导隧道结的微分电导. 所得的结果能解释各种情形下隧道谱的实验现象, 解决了目前理论与实验尚存的一些偏差. 本文的理论具有广泛的适用性, 既适用于 *d* 波超导隧道结, 也适用于 *S* 波超导隧道结. 该理论还可用来推广研究正常金属-*S*+*d* 混合波超导隧道结; *d* 波超导-正常金属-*d* 波超导隧道结; *S* 波超导-正常金属-*d* 波超导隧道结等. 当然, 如能进一步考虑到准粒子的非弹性散射效应和准粒子的自旋效应, 那么本文的理论将会更趋完善, 有关这方面的工作, 在以后将作进一步讨论.

感谢南京大学物理系邢定钰教授和香港大学物理系汪子丹教授给予的指导和帮助.

- [1] P. Monthoux, A. V. Balatsky, D. Pines, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 3448; P. Monthoux, D. Pines, *Phys. Rev.*, **B47**(1993), 6069.
- [2] D. Thelen, D. Pines, J. P. Lu, *Phys. Rev.*, **B47**(1993), 9151.
- [3] D. S. Rokhar, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 493.
- [4] E. Dagotto, J. Riera, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 682.
- [5] K. Maki, H. Won, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 1758.
- [6] T. P. Devereaux *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 396; T. P. Devereaux, D. Einzel, *Phys. Rev.*, **B51**(1995), 16336.
- [7] J. A. Martindale *et al.*, *Phys. Rev.*, **47**(1993), 9155.

- [8] W.N.Hard *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 3999.
- [9] C.C.Tsuei *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **73**(1994), 593; J.R.Kirtley *et al.*, *Nature*, **373**(1995), 225.
- [10] A.Mathai *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995), 4523.
- [11] R.C.Dynes, J.P.Gamo, G.B.Hertel, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 2437.
- [12] C.M.Vaema, P.B.Liffewood, *Phys. Rev. Lett.*, **63**(1989), 1996.
- [13] J.Takada *et al.*, *Phys. Rev.*, **B40**(1989), 4478.
- [14] J.R.Kirtley, D.J.Scalapino, *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 798; J.R.Kirtley, *Phys. Rev.*, **B47**(1993), 11379.
- [15] H.Srikanth, A.K.Raychaudhuri, *Physica*, **C190**(1992), 229.
- [16] A.Plecanik, M.Grajcar *et al.*, *Phys. Rev.*, **B49**(1994), 10016.
- [17] Z.C.Dong, D.Y.Xing, Z.D.Wang, L.Sheng, *Z. Phys.*, **B100**(1996), 329.
- [18] H.Srikanth, A.K.Raychaudhuri, *Phys. Rev.*, **B45**(1992), 383.
- [19] T.Hasegawa, M.Nantoh, K.Kitazawa, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **30**(1991), L276.
- [20] Q.Huang *et al.*, *Physica*, **C161**(1989), 141.
- [21] T.Walsh, *Int. J. Mod. Phys.*, **B6**(1992), 125.
- [22] J.Lesueur *et al.*, *Physica*, **C191**(1992), 325.
- [23] T.Becherer *et al.*, *Phys. Rev.*, **B47**(1993), 14650.
- [24] S.Kashiwaya *et al.*, *Phys. Rev.*, **B51**(1995), 1350.
- [25] Y.Tanaka, S.Kashiwaya, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995), 3451; S.Kashiwaya, Y.Tanaka, *Phys. Rev.*, **B53**(1996), 2667.
- [26] M.Yamashiro, Y.Tanaka, S.Kashiwaya, *Phys. Rev.*, **B56**(1997), 7847.
- [27] J.H.Xu, J.H.Miller, C.S.Ting, *Phys. Rev.*, **B53**(1996), 3604.
- [28] J.X.Zhu, C.S.Ting, *Phys. Rev.*, **B57**(1998), 3038.
- [29] T.Lofwander *et al.*, *Phys. Rev.*, **B57**(1998), R3225.
- [30] P.G.de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Benjamin, New York, 1966).
- [31] A.F.Andreev, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **46**(1964), 1823 [*Sov. Phys.*, **JETP**, **19**(1964), 1228].
- [32] H.E.Camblong, P.M.Levy, *Phys. Rev. Lett.*, **69**(1992), 2835.
- [33] 董正超、盛利、邢定钰、董锦明, 物理学报, **45**(1996), 249 [Dong Zheng-chao *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **45**(1996), 249(in Chinese)]; 董正超、盛利、邢定钰、董锦明, 物理学报, **46**(1997), 568 [Dong Zheng-chao *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **46**(1997), 568(in Chinese)]; 董正超, 物理学报, **46**(1997), 1801 [Dong Zheng-chao, *Acta Physica Sinica*, **46**(1997), 1801(in Chinese)]; Z.C.Dong *et al.*, *Int. J. Mod. Phys.*, **B11**(1997), 2393.
- [34] P.M.Levy, S.Zhang, A.Fert, *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 1643.
- [35] G.D.Mahan, *Many-Particle Physics*(Plenum, New York, 1981), pp.109-110.
- [36] C.Bruder, *Phys. Rev.*, **B41**(1990), 4017.
- [37] G.E.Blonder, M.Tinkham, T.M.Klapwijk, *Phys. Rev.*, **B25**(1982), 4515.
- [38] C.R.Hu, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 1526.

# IMPURITIES AND INTERFACE SCATTERING EFFECT ON THE DIFFERENTIAL CONDUCTANCE NORMAL METAL-*d*-WAVE SUPERCONDUCTOR JUNCTIONS

DONG ZHENG-CHAO

(*Department of Physics, Huaiyin Normal College, Huaiyin 223001*)

(Received 29 June 1998; revised manuscript received 2 November 1998)

## ABSTRACT

Taking into account the impurities and rough interface scattering, using Bogoliubov-de Gennes (BdG) equations and Bolonedr-Tinkham-Klapwijk (BTK) model, we calculate the differential conductance of normal metal-*d*-wave superconductor. It is found that the tunneling spectrum depends strongly on both the incident angle electrons and the crystalline axis orientation of superconductor, and exhibits the zero-bias conductance peak under suitable arrangements. Moreover, the zero-bias conductance dip can be splitted into two small conductance dips by the impurities scattering, the tunnel conductance peak at the energy gap and the zero-bias conductance are suppressed and smoothed by the interface roughness. Our result can explain many experimental measurements on the tunneling spectrum of high- $T_c$  superconductors.

PACC: 7450; 7475; 7340N

---

\* Project supported by the Natural Science Foundation of the Jiangsu Provincial Education Commission, China (Grant No. JW970141).