

实现连续时间标量混沌信号同步的自适应控制方法^{*}

高金峰 马西奎 罗先觉
(西安交通大学电气工程学院, 西安 710049)
(1999 年 12 月 30 日收到)

以能大范围实现连续时间标量(超)混沌信号同步控制的非线性反馈控制器为基础, 在一定的假设前提下, 设计了一个自适应控制器. 连续时间混沌系统的标量输出在自适应控制器的控制下, 不仅能大范围同步于给定参考标量混沌信号, 而且解决了非线性反馈控制器中控制系数的估计问题, 又使同步控制具有一定的鲁棒性. 计算机模拟结果也证实了自适应控制器的有效性.

关键词: 混沌, 同步, 自适应控制
PACC: 0545

1 引 言

随着混沌同步与控制问题研究的日益深入, 出现了各种实现混沌信号或混沌系统同步控制的机理与方法^[1,2]. 从控制角度研究混沌同步问题可以分为两类: 一类是在形成的误差系统中引入控制机制, 使误差系统有等于零的渐近稳定平衡点, 来达到同步控制的目的^[3,4]; 另一类是在受控系统的可得到参数中, 引入控制机制, 以实现受控系统的输出同步于参考信号^[5,6]. 引入的控制策略包括线性、非线性反馈、自适应及一些控制工程中常用的方法. 实现同步控制的目标又分为状态变量同步^[3-6]和标量输出同步^[7-9].

文献[7]将非线性控制系统的微分几何理论与非线性动力学理论相结合, 在一定的假设前提下, 设计了一个实现连续时间标量混沌信号同步控制的非线性反馈控制器. 连续时间混沌系统的标量输出在控制器的控制下, 不仅能同步于给定参考标量混沌信号, 而且是大范围渐近同步的. 本文以文献[7]中非线性反馈控制器为基础, 引入自适应控制策略, 既解决了非线性反馈控制器中控制系数的估计问题, 使同步控制以较小的控制能量实现, 又使控制具有一定的鲁棒性.

2 标量混沌信号同步控制与非线性反馈控制器

给定两个非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= \hat{f}(\hat{x}, t), \quad \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \in R^n, & (1) \\ \hat{y} &= \hat{g}(\hat{x}, t), & (2) \\ u &= \hat{h}(\hat{x}, t), & (3) \\ \dot{x} &= f(x), \quad x(0) = x_0 \in R^n, & (4)\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}f, \hat{f}: R^n \times R \rightarrow R^n, \quad \text{且} \quad f, \hat{f} \in C^\infty, \\ g: R^n \rightarrow R^n, \quad h, \hat{h}: R^n \rightarrow R, \quad \text{且} \quad g, h, \hat{h} \in C^\infty, \\ x(t), \hat{x}(t) \in R^n, \quad y, \hat{y} \in R, \quad u \in R.\end{aligned}$$

(1)和(2)式组成的系统称为参考(目标)系统, (3)和(4)式组成的系统称为被控系统.

标量混沌信号的同步控制问题即是要寻找一个合适的 $g(x)$ 和 u 使被控系统的输出 y 与 $\hat{y}$ (以下称为参考信号) 满足下式:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y - \hat{y}\| = 0. \quad (5)$$

由(3)和(4)式描述的系统称为单输入单输出(SISO)系统. 如若当 $x \in R^n$ (3)式右端不显含时间 t 时, 有如下关系成立:

$$L_g L_f^i h(x) = 0 \quad 0 \leq i \leq r-1, \quad (6)$$

$$L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0, \quad (7)$$

则称由(3)和(4)式描述的单输入单输出系统具有相对阶 r , 且 $r \leq n$.

当单输入单输出系统(3)和(4)式有相对阶 r 时, 可以引入一个微分同胚 $\phi(x) = [z_1^1, z_2^1, \dots, z_r^1, z_1^2, z_2^2, \dots, z_{n-r}^2]^T = [z^1, z^2]^T$ 进行坐标变换, 使以

^{*} 西安交通大学博士论文基金(批准号: DFXJU 1999-15)资助的课题.

x 表示的系统变换为下式所示的标准形式:

$$\begin{aligned} \dot{z}^1 &= Az^1 + B(a(x) + b(x)u), \\ z^1(0) &= z_0^1 \in R^r, \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}^2 &= q(z^1, z^2), \\ z^2(0) &= z_0^2 \in R^{n-r}, \end{aligned} \tag{9}$$

$$y = z_1, \tag{10}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{r-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{r \times r}, B = [0 \dots 0 \ 1]_{1 \times 1},$$

$$z^1 \in R^r, z^2 \in R^{n-r},$$

$$z_i^1 = L_f^{i-1}h(x), i = 1 \ 2 \dots \ r,$$

$$a(x) = L_f h(x),$$

$$b(x) = L_g L_f^{r-1}h(x),$$

$$\begin{aligned} \phi(x) &= [h(x), L_f h(x), \dots, L_f^{r-1}h(x), z_1^2, z_2^2, \\ &\dots, z_{n-r}^2]^T. \end{aligned}$$

(9) 式中 $z^1=0$ 对应的 $\dot{z}^2 = q(0, z^2)$ 称为零动态方程. 特殊情况当系统的相对阶 $r=n$ 时, 零动态方程不再出现.

假设 1 参考信号 $\hat{y}(t)$ r 阶连续可导, $\hat{y}$ 的 i 阶导数记为 $\hat{y}^{(i)} (i=1 \ 2 \dots \ r)$, 且

$$|\hat{y}^{(r)}(t)| < M_1, \forall t \in [0, \infty), M_1 \in R^+.$$

假设 2 对于单输入单输出系统 (3) 和 (4) 式, 无论其处于平衡点、周期、拟周期、混沌或超混沌状态, 总有

$$\|x(t)\| < M_2, \forall t \in [0, \infty), M_2 \in R^+,$$

$$\|a(x)\| = \|L_f^r h(x)\| < M_3,$$

$$\forall t \in [0, \infty), M_3 \in R^+,$$

$$\|b(x)\| = \|L_g L_f^{r-1}h(x)\| < M_4,$$

$$\forall t \in [0, \infty), M_4 \in R^+,$$

以及

$$\|L_f^r h(x) - \hat{y}^{(r)}\| < W, \forall t \in [0, \infty), W \in R^+ \tag{11}$$

成立, 其中 r 为系统的相对阶.

定义部分变量同步误差为

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^1 \\ z_2^1 \\ \vdots \\ z_r^1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{y}^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{y}^{(r-1)} \end{bmatrix}, \tag{12}$$

因此有

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \vdots \\ \dot{e}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1^1 \\ \dot{z}_2^1 \\ \vdots \\ \dot{z}_r^1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\hat{y}}^{(1)} \\ \dot{\hat{y}}^{(2)} \\ \vdots \\ \dot{\hat{y}}^{(r)} \end{bmatrix} = Az^1 \\ &\quad + B(a(x) + b(x)u) - A \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{y}^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{y}^{(r-1)} \end{bmatrix} - B\hat{y}^{(r)}, \end{aligned}$$

即

$$\dot{e} = Ae + B(a(x) - \hat{y}^{(r)}) + Bb(x)u. \tag{13}$$

(13) 式的导出, 已实现了单输入单输出系统 (3) 和 (4) 式的输出 y 同步于标量参考信号 $\hat{y}(t)$ 的问题, 在合适的控制输入 u 作用下, 向 (13) 式有大范围渐近稳定平衡点 $e=0$ 问题的转化.

文献 7 给出如下定理:

定理 1 若单输入单输出系统 (3) 和 (4) 式在特定的 $g(x)$ 下有相对阶 r , 且满足假设 1 与假设 2 的条件, 控制器 u 取如下形式:

$$u = -\frac{1}{2b(x)} \{ R^{-1}B^T P e + k_0 \operatorname{sgn}(e^T P B) \}, \tag{14}$$

其中 P, R 为正定对称阵, 并满足矩阵 Riccati 方程

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P = -Q, \tag{15}$$

其中矩阵 $Q \in R^{r \times r}$ 亦为对称正定阵. 当有 $k_0 > 2W$ 成立时, 对于所有的初始条件 $x(0) \in R^n, \hat{y}(0) \in R^r$ 都有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0.$$

正如文献 7 所指, 虽然定理中的控制器比较简单, 但在实际使用中需要估计 k_0 的大小. 当选择的 k_0 不满足 $k_0 > 2W$ 时, 则不能实现同步控制; 当选择的 k_0 远大于 $2W$ 时, 虽然能实现同步控制且有较快的同步速度, 但所需的控制能量较大, 而较大的控制能量在一些场合是不允许的. 因此, 正确估计 k_0 的大小并实现同步控制是必要的.

3 自适应控制器设计

为了正确估计 k_0 的大小并实现同步控制, 在参考信号和受控系统满足假设 1 和假设 2 的前提下, 以定理 1 中的非线性反馈控制器为基础, 对控制系数 k_0 引入自适应机制, 得到如下定理:

定理 2 若单输入单输出系统 (3) 和 (4) 式在特定的 $g(x)$ 下有相对阶 r , 且满足假设 1 与假设 2 的

条件, 控制器 u 取如下形式:

$$u = -\frac{1}{2k(x)} \{ R^{-1} B^T P e + k(t) \operatorname{sgn}(e^T P B) \}, \quad (16)$$

其中 P, R 为正定对称阵, 并满足矩阵 Riccati 方程 (15), $k(t)$ 按下式变化:

$$\dot{k}(t) = e^T P B \operatorname{sgn}(e^T P B), \quad (17)$$

则对于所有的初始条件 $x(0) \in R^n, e(0) \in R^r, k(0) \in R^+$ 有如下结论成立:

$$(1) \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = k_0 < +\infty;$$

$$(2) \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0.$$

证明 虽然在控制器 (16) 式中取用了 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 函数, 但由 (13) (16) 和 (17) 式形成的组合系统, 除 $e=0$ 之外处处连续. 因此, 对任意的 $x(0) \in R^n, e(0) \in R^r, k(0) \in R^+$ 在区间 $[0, \omega)$ 上组合系统存在解 $(e(\cdot), k(\cdot))$.

现选择函数

$$V(e, k) = e^T P e + \frac{1}{2} (2W - k)^2, \quad (18)$$

由于 P 为一个对称正定阵, 因此对所有的 $e \in R^r, k \in R, V(e, k)$ 总是一个大于零的函数. 对 (18) 式沿着 (13) (17) 式对时间 t 求导, 并把 (16) 式代入, 得

$$\begin{aligned} dV(e, k)/dt &= e^T P \dot{e} + e^T P \dot{e} - (2W - k) \dot{k} \\ &= e^T A^T P e + e^T P A e + 2e^T P B (a(x) - \hat{y}^{(r)}) + 2e^T P B k(x) u - 2W \dot{k} + k \dot{k} \\ &= e^T A^T P e + e^T P A e + 2e^T P B (a(x) - \hat{y}^{(r)}) - e^T P B R^{-1} B^T P e - k e^T P B \operatorname{sgn}(e^T P B) \\ &\quad - (e^T P B) - 2W e^T P B \operatorname{sgn}(e^T P B) \\ &\quad + k e^T P B \operatorname{sgn}(e^T P B) \\ &\leq -e^T Q e + 2 \|e^T P B\| \|a(x) - \hat{y}^{(r)}\| - 2W e^T P B \operatorname{sgn}(e^T P B). \end{aligned}$$

由于

$$e^T P B \operatorname{sgn}(e^T P B) = \|e^T P B\|,$$

进一步考虑 (11) 式的关系后, 有

$$\begin{aligned} dV(e, k)/dt &\leq -e^T Q e - 2W - \|a(x) - \hat{y}^{(r)}\| \|e^T P B\| \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|e\|^2, \end{aligned}$$

其中 $\lambda_{\min}(Q)$ 为正定矩阵 Q 的最小特征值. 所以, 沿着解 $(e(t), k(t))$ 对所有的 t 有

$$\dot{V}(e(t), k(t)) \leq -\lambda_{\min}(Q) \|e(t)\|^2. \quad (19)$$

(19) 式的结果意味着 $(e(\cdot), k(\cdot))$ 有界, 且 $\omega = \infty$.

由假设及组合系统可得 $\|e(t)\| \leq T, T > 0$ 的结论. 进一步, 由于 $k(\cdot)$ 在区间 $[0, \infty)$ 上单调, 因而其也会收敛到一个有限的极限值.

现设 Ω 表示解 $(e(\cdot), k(\cdot))$ 的 ω -极限集. 由于 $(e([0, \infty)), k([0, \infty)))$ 有界, 则其 ω -极限集 Ω 非空.

现证明定理 2 中的第二个结论, 即 $\Omega \subset \{(e, k) \in R^n \times R | e = 0\}$.

用反证法, 先设 $\Omega \not\subset \{(e, k) \in R^n \times R | e = 0\}$, 则存在 $\xi = (e, k) \in \Omega$ 和 $\varepsilon > 0$, 有 $\lambda_{\min}(Q) \|\bar{e}\|^2 > 2\varepsilon$, $\bar{e}$ 表示 $e(t)$ 对应的 ω -极限点. 设 $\delta > 0$, 当有 $\|e(t) - \bar{e}\| < \delta$ 成立时, 可得 $\lambda_{\min}(Q) \|e(t)\|^2 > \varepsilon$. 由 ω -极限点的定义知, 必存在一个序列 $t_n \subset R^+$, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 有 $(e(t_n), k(t_n)) \rightarrow (\bar{e}, \bar{k})$. 进一步, 可找到一个 n^* , 当 $n > n^*$ 时, 有 $\|e(t_n) - \bar{e}\| < \frac{1}{2}\delta$ 成立. 于是, 由 $V(e, k)$ 的连续性及其充分大的 n , 有

$$V(e(t_n), k(t_n)) - V(\xi) < \frac{\varepsilon \delta}{4T}, \quad (20)$$

其中 $(\varepsilon \delta / 4T)$ 是为了表示方便而任意设定的. 再者, 当 t 在区间 $(t_n, t_n + \frac{\delta}{3T})$ 变化时, 有 $\|e(t) - \bar{e}\| < \delta$, 并且 $\lambda_{\min}(Q) \|e(t)\|^2 > \varepsilon$, 所以

$$\begin{aligned} V(e(t_n), k(t_n)) - V(\xi) &\geq \lambda_{\min}(Q) \int_{t_n}^{t_n + \frac{\delta}{3T}} \|e(t)\|^2 dt \leq \frac{\varepsilon \delta}{3T}. \end{aligned} \quad (21)$$

显然 (21) 与 (20) 式形成了相互矛盾的结果, 因此, 必有

$$\Omega \subset \{(e, k) \in R^n \times R | e = 0\}. \quad (22)$$

这样就完成了定理的证明.

注 1 定理 2 中结论的正确性也可以通过定理 1 作如下解释: 由定理 1 知, 当 $k(t) < 2W$ 时, 有 $e(t) \neq 0$ (17) 式又保证在 $e(t) \neq 0$ 时单调增, 随时间 t 的增大, 必有 $k(t) \geq 2W$. 一旦 $k(t) \geq 2W$ 成立, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 就有 $e(t) \rightarrow 0$, 而 $e(t) \rightarrow 0$ 就意味着 $k(t)$ 趋于一个定值.

注 2 由于在控制器中引入了自适应环节, 当参考信号或受控系统中出现不确定的干扰因素时, 在一定的条件下控制强度 $k(t)$ 可以跟踪干扰变化, 增加 $k(t)$ 来抑制干扰. 亦即 (16) 和 (17) 式确定的自适应控制器在实现混沌或超混沌同步控制时, 有一定的鲁棒性.

4 计算机模拟结果

采用定理 2 中给出的自适应控制器,对文献[7]中采用反馈控制器实现同步控制的例子进行研究.

1) Lorenz 系统同步控制

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha\hat{x}_1 + \alpha\hat{x}_2 \\ -\hat{x}_1\hat{x}_3 + \beta\hat{x}_1 - \hat{x}_2 \\ \hat{x}_1\hat{x}_2 - \gamma\hat{x}_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

表示的 Lorenz 系统,当取 $\alpha = 10, \gamma = 8/3, \beta = 28$ 时,其处于混沌状态.以 $\hat{x}_3$ 作为输出时,可采用(14)式的控制器实现同步控制.现采用(16)和(17)式作为控制器,来同步两个 Lorenz 系统的 $\hat{x}_3$ 和 x_3 .

受控系统表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_1x_1 + \alpha_1x_2 \\ -x_1x_3 + \beta_1x_1 - x_2 \\ x_1x_2 - \gamma_1x_3 \end{bmatrix} + g(x)u, \quad (24)$$

$$y = h(x) = x_3, \quad (25)$$

取 $g(x) = [x_2, x_1, 0]^T$ (24)和(25)式有相对阶 $r = 2$,且

$$L_g L_f^2 h(x) = x_1^2 + x_2^2 \neq 0, \forall x \neq 0. \text{ 同时取}$$

$$R = I, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

可求得

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

于是可求得控制器为

$$u = \frac{-1}{2(x_1^2 + x_2^2)} (R^{-1}B^T P e + k(t) \operatorname{sgn}(e^T P B)),$$

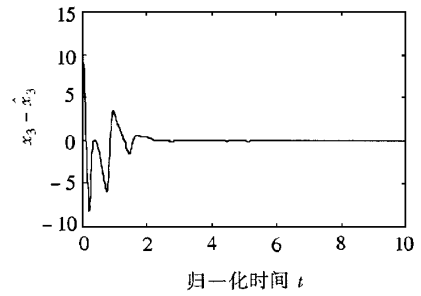
其中

$$e = \begin{bmatrix} z_1^1 - \hat{x}_3 \\ z_2^1 - \hat{x}_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 - \hat{x}_3 \\ x_1x_2 - \gamma_1x_3 - \hat{x}_3^{(1)} \end{bmatrix},$$

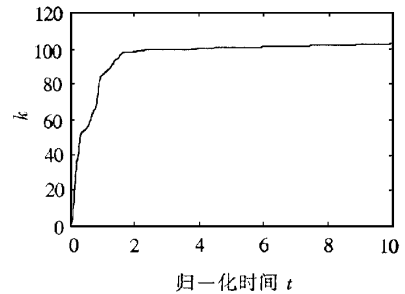
$$\dot{k}(t) = e^T P B \operatorname{sgn}(e^T P B).$$

图 1 分别给出 $\alpha_1 = \alpha, \beta_1 = \beta, \gamma_1 = \gamma$ 时, $e_1 = x_3 - \hat{x}_3$ 及 k 随时间变化的结果.从图 1 可以看出, x_3 与 $\hat{x}_3$ 实现了同步,同步误差 $e \rightarrow 0$,且有 $k \rightarrow k_0 \approx 105$.但将图 1(a)同步过程与文献[1]直接采用反馈控制器相比后,可以发现,由于在自适应控制器中存

在估计控制系数 $k(t)$ 的过程,使同步时间变长,且在控制开始阶段同步误差 $e(t)$ 呈振荡减小.



(a) $(x_3 - \hat{x}_3)-t$ 关系曲线



(b) $k-t$ 关系曲线

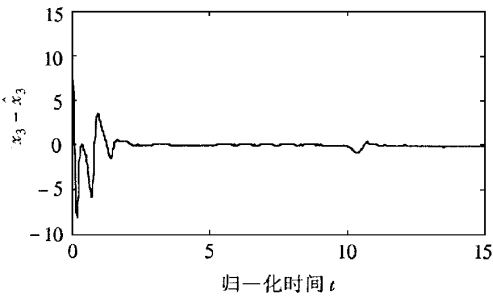
图 1 $k(0) = 0.1, \hat{x}(0) = (5, 10, 8), x(0) = (5.1, 10.3, 18)$ 对应的混沌同步误差及 $(k-t)$ 关系图

虽然在采用自适应控制器实现标量混沌或超混沌信号同步控制时与反馈控制器相比有相对较长的同步时间,但可以根据系统或需同步的信号变化自动调整控制强度的大小,以最小的控制能量,实现同步控制,并且使控制器具有一定的鲁棒性.图 2 给出产生参考信号的 Lorenz 系统在归一化时间 $t = 10$,将系统参数 $\gamma = 8/3$ 变化为 $\gamma = 7/3$,并持续至 $t = 11$ 所产生的扰动的控制结果.从图 2 可以看出,本已趋于零的误差信号在扰动下又出现了波动, $k(t)$ 也随误差的出现继续增大,直至新的同步得以实现.即(16)和(17)式给出的控制器具有一定的鲁棒性.

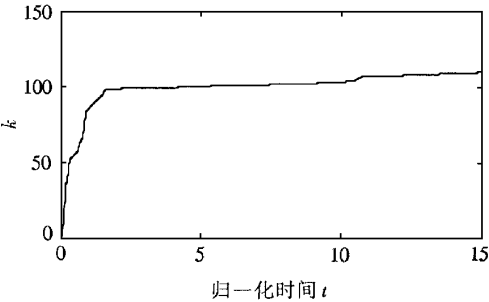
2) 超混沌 Rössler 系统

有两个正 Lyapunov 指数的四阶超混沌 Rössler 系统方程^[9]为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_2 - x_3 \\ x_1 + 0.25x_2 + x_4 \\ 3.0 + x_1x_3 \\ -0.5x_3 + 0.05x_4 \end{bmatrix}. \quad (26)$$



(a) $(x_3 - \hat{x}_3)-t$ 关系曲线



(b) $k-t$ 关系曲线

图2 $k(0)=0.1, \hat{x}(0)=(5,10,8), x(0)=(5.1,10.3,18)$ 对应的混沌同步扰动控制结果

选择状态变量 $h(x)=x_1$ 作为输出, $g(x)=[0\ 1\ 1\ 0]^T$, 受控系统有全局相对阶 $r=2$ 和 $L_g L_f h(x)=-2 \neq 0$,

再进一步取

$$R=I, \quad Q=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

有

$$p=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

于是

$$u=\frac{1}{4}(e_1+2e_2+k(t)\operatorname{sgn}(e_1+2e_2)),$$

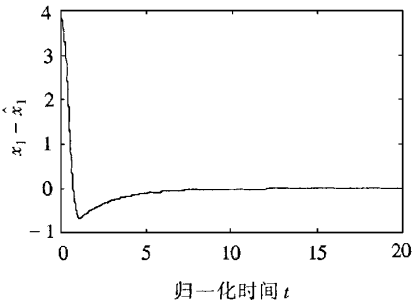
其中

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1-\hat{x}_1 \\ -x_2-x_3-\hat{x}_1^{(1)} \end{bmatrix},$$

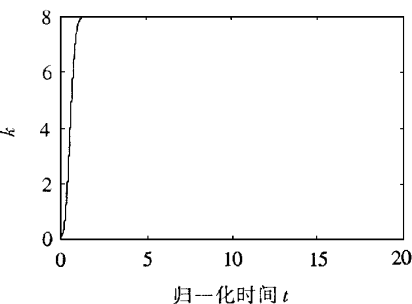
$$\dot{k}(t)=(e_1+2e_2)\operatorname{sgn}(e_1+2e_2).$$

当取 $k(0)=0.1, \hat{x}(0)=(0.14,0.8,2.2,0.8), x(0)=(4.0,0.6,2.3,0.7)$ 时, 有图 3 所示的模拟结果, 从结果中可以看到文中给出的控制策略也可以实现连续时间标量超混沌信号的同步. 同步

过程开始时, 同步误差也有一定的振荡出现, 但随着时间的增加, 最终获得了 $e \rightarrow 0, k(t) \rightarrow k_0 \approx 8$ 的结果.



(a) $(x_1 - \hat{x}_1)-t$ 关系曲线



(b) $k-t$ 关系曲线

图3 超混沌 Rössler 系统同步误差及 $k-t$ 关系曲线

5 结 论

本文给出的实现两个连续时间(超)混沌系统的标量混沌信号大范围渐近同步的自适应控制策略, 既解决了控制器中的控制强度估计问题, 又使控制具有一定的鲁棒性. 由于所设计的控制策略是针对一般系统进行证明的, 因此该控制策略可应用于所有满足假设条件的(超)混沌系统的标量混沌信号的同步控制.

[1] G. Chen, X. Dong, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **3**(1993), 1363.
[2] C. W. Wu, L. O. Chua, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **4**(1994), 979.
[3] M. di. Bernardo, *Phys. Lett.*, **A214**(1996), 139.
[4] Jin-feng Gao, Xian-jue Luo, Xi-kui Ma *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 1618; in Chinese 【高金峰、罗先觉、马西奎等】*物理学报* **48**(1999), 1618].
[5] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1196.
[6] C. W. Wu, T. Yang, L. O. Chua, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **6**(1996), 455.
[7] Jin-feng Gao, Xian-jue Luo, Xi-kui Ma, *Acta Physica Sinica*,

49(2000) 838 in Chinese] 高峰、罗先觉、马西奎 , 物理学报 49(2000) 838].

[8] Xiao-fan Wang ,Zhi-quan Wang , *IEEE Trans. Circuits Syst.*

I 45(1998) ,1103.

[9] G. Grassi ,S. Mascolo , *IEEE Trans. Circuits Syst.* I , 44(1997) ,1014.

AN ADAPTIVE APPROACH FOR REALIZING ANY CONTINUOUS TIME SCALAR(hyper)CHAOTIC SIGNAL SYNCHRONIZATION CONTROL *

GAO JIN-FENG MA XI-KUI LUO XIAN-JUE

(College of Electrical Engineering ,Xi 'an Jiaotong University ,Xi 'an 710049 ,China)

(Received 30 December 1999)

ABSTRACT

Based on the nonlinear feedback approach for realizing any continuous time scalar(hyper)chaotic signal synchronization control ,we have designed an adaptive feedback controller for controlling the scalar output signal of a smooth(hyper)chaotic system to synchronize with any continuous time scalar(hyper)chaotic signal under some assumptions. The result ,which is rigorously proved by means of stability theory ,not only can adaptively estimate the control parameter ,but also has some robustness against parameter variations and external disturbances. An application to the synchronization of two (hyper)chaotic systems is given.

Keywords : chaos , synchronigation , adaptive control

PACC : 0545

* Project supported by the Doctorate Foundation of Xi 'an Jiaotong University ,China (Grant No. DFXJU 1999-15).