

一类低反射率分形膜系的设计^{*}

李 岩 何大韧

(扬州大学物理系 扬州 225002)

(2000 年 2 月 5 日收到 2000 年 5 月 31 日收到修改稿)

讨论了一类分形电磁波吸收膜层的设计. 基于一种简化模型解析计算了膜系反射率, 并得出了一系列选择膜层材料以降低反射率的判据. 对由这些判据所选的一些理想和实际材料所构成的膜系的反射率进行了数值模拟. 结果表明, 符合材料判据构成的分形膜系的反射率会随分形级数的增加而逐渐降低. 最低的平均反射率为 0.01.

关键词: 分形, 薄膜系, 电磁波吸收

PACC: 4278H, 6860

1 引 言

对一定波长范围的电磁波低反射的涂层材料在许多应用领域极为重要, 例如航天事业、军事工业、现代窗口材料等^[1-6]. 降低反射的方法有多种, 例如干涉法、选取更有效的吸收材料等. 本文试图建议一个新途径, 即采用特殊设计的分形膜系. 近年来, 分形几何已为人熟悉, 并在许多领域都得到了广泛的应用^[7]. 梁昌洪等人曾讨论了一类无吸收介质的 Cantor 分形膜系的反、透射谱的自相似特性^[8]. 我们曾讨论含有吸收介质的这类 Cantor 分形膜系的反射率. 结果表明, 频率高于一阈值的反射谱仍是近似自相似的^[9]. 图 1 是这种分形膜系的示意图. 黑色和白色部分分别表示材料 1 和材料 2, 其电导率、磁导率及介电常数分别为 $\sigma_1, \mu_1, \epsilon_1$ 和 $\sigma_2, \mu_2, \epsilon_2$. 膜系可以将厚度为 L 的材料 1 薄膜不断从中间挖去 $1/R$ 厚度 ($R > 1$) 并加入材料 2 而构成. 图 1 中

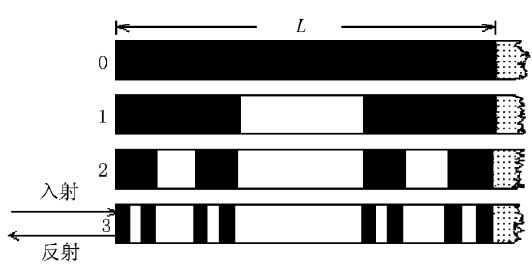


图 1 $1/3$ 居中的分形膜系的各级构造与正入射示意图

阴影所示为衬底. 左边的数字表示分形的级数. 一个 n 级的膜系共有 $2^{n+1} - 1$ 层和 $s = 2^{n+1}$ 个界面. 由图 1 容易理解这 $2^{n+1} - 1$ 层可根据厚度分为 $n + 1$ 种. 用 d_0 和 d_q ($q = 1, 2, \dots, n$) 表示它们的厚度. d_0 和 d_q 的表示式将在后面给出.

2 膜系材料选择的判据

本文仅考虑电磁波垂直入射到一个对电磁波理想地完全反射的衬底上的膜系的情况. 并且认为膜系由强吸收介质构成, 因此可以近似地仅考虑入射电磁波在每个界面上的单次反、透射而忽略多次反、透射. 尽管如此任意 n 级膜系的计算仍是困难的. 我们设计低反射率膜系的总体思想是使相邻两界面的反射干涉相消. 这种干涉相消的可能性来自上述的自相似性. 这样, 膜系的反射率就只取决于膜系表面及其下面临近的一个界面上的反射, 从而达到极小值. 为达到此目的我们将建议一系列的近似计算条件, 这些近似计算条件就给出选择膜系材料的判据.

当满足条件 $f > f_a$ (其中 $f_a = \left\{ \frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_1\delta}, \frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_2\delta} \right\}$, $0 < \delta \ll 1$, δ 表示取二者中较大者) 时, 可以由一些薄膜光学公式计算得膜系的振幅反射系数 r_m ($m = 1, 2, \dots, s$, 其中 $s = 2^{n+1}$) 如下^[10] (具体计算步骤见附录 A):

^{*} 第三世界科学组织网 (TWNISO) 编号 02/95 资助的课题.

$$\begin{aligned}
 r_{1r} &= r_1, \\
 r_{(h)r} &= (-1)^h \Delta_1 \Delta_2^{h-2} r_2 e^{-D_h \cos \theta_h f} \quad (1) \\
 (h &= 2, 3, \dots, s-1), \\
 r_{(s)r} &= \Delta_1 \Delta_2^{s-2} r_s e^{-D_s \cos \theta_s f},
 \end{aligned}$$

其中 f 为入射波的频率, $r_1 = (\eta_0 - \eta_1) / (\eta_0 + \eta_1)$, $r_2 = (\eta_1 - \eta_2) / (\eta_1 + \eta_2)$ (η_0, η_1, η_2 分别为入射介质、材料 1、材料 2 的导纳) 分别为膜系的最上表面和第二上表面的振幅反射系数. 此外, 所有材料 1 的上表面的振幅反射系数为 $r_{2\xi-1} = (\eta_1 - \eta_2) / (\eta_1 + \eta_2) = -r_2$, 所有材料 2 的上表面的振幅反射系数为 $r_{2\xi} = (\eta_1 - \eta_2) / (\eta_1 + \eta_2) = r_2$ ($\xi = 2, \dots, 2^{n-1}$). 最下一个界面, 即衬底表面的振幅反射系数为 $r_s = (\eta_1 - \eta_s) / (\eta_1 + \eta_s)$. (1) 式中 $\Delta_1 \Delta_2^{h-2}$, $\Delta_1 \Delta_2^{s-2}$ 为电磁波的透射量, $\Delta_1 = 4\eta_0 \eta_1 / (\eta_0 + \eta_1)^2$, $\Delta_2 = 4\eta_1 \eta_2 / (\eta_1 + \eta_2)^2$. D_h, D_s 定义为振幅衰减系数, 可表示为

$$\begin{aligned}
 D_h &= [h/2] \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 d_0 + \sum_{t=1}^n \left[\left(h + \sum_{l=1}^{t-1} 2^l \right) / 2^{t+1} \right] \\
 &\quad \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 d_t, \\
 D_s &= 2^n \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 d_0 + \sum_{t=n-1}^0 2^t \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 d_{n-t}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中 $[\alpha]$ 为不超过 α 的最大整数, $d_0 = \frac{L}{2^n} \left(1 - \frac{1}{R} \right)^n$,

$d_t = \frac{L}{2^{n-t}} \left(1 - \frac{1}{R} \right)^{n-t} \frac{1}{R}$ 为各种膜层的厚度.

(1) 式中 $\theta_h f$ 和 $\theta_s f$ 为振幅反射系数的相位, 其中

$$\begin{aligned}
 \theta_{2\xi-1} &= 4\pi (\xi - 1) \alpha_0 + \alpha_1, \\
 \theta_{2\xi} &= 4\pi (\xi \alpha_0 + \alpha_1), \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\alpha_0 = d_0 \sqrt{\mu_1 \epsilon_1}, \quad \alpha_1 = \sum_{t=1}^n \left[\frac{h + \sum_{l=0}^{t-1} 2^l}{2^{t+1}} \right] d_t \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}, \quad (4)$$

因此, 相邻两界面的振幅反射系数的相位差为

$$\begin{aligned}
 \beta &= \theta_{2\xi} f - \theta_{2\xi-1} f = 4\pi \alpha_0 f \\
 &= 4\pi L f \sqrt{\mu_1 \epsilon_1} \frac{1}{2^n} \left(1 - \frac{1}{R} \right)^n, \quad (5)
 \end{aligned}$$

相邻两界面的振幅衰减系数之差为

$$\Gamma = D_{2\xi} - D_{2\xi-1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 \frac{L}{2^n} \left(1 - \frac{1}{R} \right)^n. \quad (6)$$

将单次振幅反射系数 r_{mr} 作如下分组: r_{1r}, r_{2r}

为一组, 称为上层振幅反射系数. $r_{(s-1)r}, r_{sr}$ 为一组, 称为下层振幅反射系数. $r_{3r}, r_{4r}, r_{5r}, r_{6r}, \dots; r_{(2\xi-1)r}, r_{2\xi r}, \dots$; 各为一组, 均称为中间层振幅反射系数, 则膜系的总振幅反射系数 r 可表示为

$$r = \sum_{m=1}^s r_{mr} = \text{上层振幅反射系数} + \text{中间层振幅反射系数的和} + \text{下层振幅反射系数}.$$

显然, 当分形级数 $n \rightarrow \infty$ 且 $\Delta_2 \rightarrow 1$ 时, 所有的中间层的振幅反射系数干涉相消. 同时, 当 $n \rightarrow \infty$ 且

$$\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 > \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 \text{ 时, 可证明 (见附录 B) } D_{s-1} \text{ 和 } D_s$$

趋于同一常数, 因此膜系的总振幅反射系数将仅依赖于上层振幅反射系数 $r_{1r} + r_{2r}$.

$$\begin{aligned}
 r_{1r} &= r_1 \\
 r_{2r} &= \Delta_1 r_2 e^{-D_2 \cos \theta_2 f} \quad (\theta_2 = 4\pi d_0 \sqrt{\mu_1 \epsilon_1}). \quad (7)
 \end{aligned}$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $r_{1r} + r_{2r} \rightarrow r_1 + \Delta_1 r_2$. 如选择膜系材料使 $\eta_0 = \eta_1 = \eta_2$, $r_1 + \Delta_1 r_2$ 将达到最小值, 膜系的反射率 $R_e = r \cdot r^*$ (其中 $*$ 表示复共轭) 也将随分形级数 n 的增大而减小, 并最终趋于一最小值. 若考虑 $\Delta_2 \rightarrow 1$, 应使 $\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$, 且 $\eta_2 < \eta_1 < \eta_0$. 由此可得到选择膜系材料的判据如下:

1) $f > f_a$. 为了降低 f_a , 应尽量减小 σ_1 / ϵ_1 和 σ_2 / ϵ_2 , 且使 $\sigma_1 < \sigma_2$.

2) $\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 > \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1$, 且两者均较大.

3) $\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$, 且 $\eta_2 < \eta_1 < \eta_0$.

考虑到以上公式推导过程中所用的条件以及各个参数的实际界限, 这组判据适用的频率范围约为 $10^8 - 10^{14}$ Hz. 这正是在实践中极为重要的高频电磁波至远红外光波频段.

3 膜系材料选择的数值实验

根据上述判据, 使用一组理想材料、三组实际材料进行了数值实验. 材料参数如表 1 所示. 表 2 中各量为表 1 中前两组材料对应的计算参量和膜系反射率的主要部分 $R'_e = (r_1 + \Delta_1 r_2)^2$.

图 2 示出材料参数为表 1 中第一组数据时数值计算所得的膜系的反射谱. 其中膜系厚度 $L = 0.5$ mm, 分形参数 $R = 3$. 图 2 中指向不同曲线的数字 1, 6, 12 表示分形级数, 横坐标为入射波的频率 f , 纵坐标为膜系的反射率 R_e . 这组材料是尽可能按照

表 1 材料参数(各量单位均为国际单位制单位)

	σ_1	μ_1	ϵ_1	σ_2	μ_2	ϵ_2
第一组	1.00	1.89×10^{-5}	1.15×10^{-10}	100	1.51×10^{-5}	1.59×10^{-10}
第二组	1.00	2.51×10^{-3}	1.33×10^{-10}	100	1.51×10^{-5}	1.59×10^{-10}
第三组	10^{-6}	3.14×10^{-5}	1.42×10^{-10}	100	1.51×10^{-5}	1.59×10^{-10}
第四组	10^{-5}	12.6×10^{-7}	8.90×10^{-12}	10	12.6×10^{-3}	5.93×10^{-8}

表 2 表 1 前两组材料对应的计算参量和 R'_e
(各量单位均为国际单位制单位)

	Δ_2	$\sqrt{\mu_1/\epsilon_1}\sigma_1$	$\sqrt{\mu_2/\epsilon_2}\sigma_2$	R'_e
第一组	0.981	4.05×10^2	3.08×10^4	0.010
第二组	0.247	4.35×10^3	3.08×10^4	0.344

上述判据选择的,其中参数为 $\sigma_1, \mu_1, \epsilon_1$ 的材料为镍
锌铁氧体材料,参数为 $\sigma_2, \mu_2, \epsilon_2$ 的材料为镍铁氧体
材料^[11,12]. 可以看到,随分形级数的增大,膜系反射
率逐渐减小,反射谱的脉动也逐渐减小,逐渐趋于一
固定曲线. 这与我们的理论分析一致. 而且表 2 所列
的 R'_e 的数值与图 2 中 $n = 12$ 的反射率谱线的最低
反射率值也符合很好.

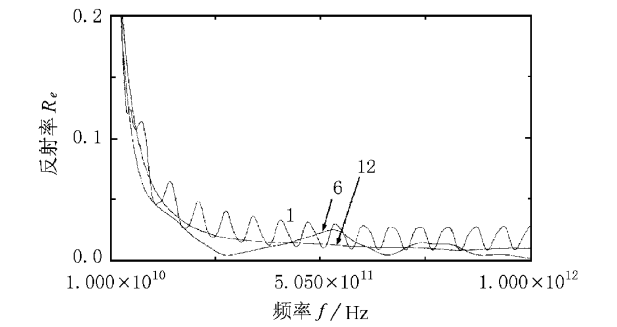


图 2 材料参数为表 1 中第一组数据时的膜系反射谱 分形参
数 $R = 3$, 数字表示分形级数

图 3 示出材料参数为表 1 中第三组数据时数值
计算所得的膜系的反射谱. 数据来源同上. 膜系厚度
 $L = 0.5 \text{ mm}$, 分形参数 $R = 3$. 图中所示结果与我们的
理论分析符合更好.

图 4 示出材料参数为表 1 中第四组数据时数值
计算所得的膜系的反射谱. 这是一组理想材料. 膜系
厚度 $L = 16.7 \text{ mm}$, 分形参数 $R = 34$. 这时反射谱的脉
动逐渐减小并趋于一固定曲线的过程收敛最快.
作为与图 2 至图 4 显示情况的对比,图 5 所用材料
的参数为表 1 中第二组数据. 其中参数为 $\sigma_1, \mu_1, \epsilon_1$
的材料为南京电子技术研究所提供的一种铁氧体粉
末,参数为 $\sigma_2, \mu_2, \epsilon_2$ 的材料为镍铁氧体材料. 膜系

厚度 $L = 0.5 \text{ mm}$, 分形参数 $R = 3$. 这是有意识地选
择一组不满足上述判据的材料以作对比. 虽然得到
了这两种材料,但由于设备所限尚未能成功地制备
膜系样品. 图 5 所示仍是根据样品参数所作的数值
计算结果.

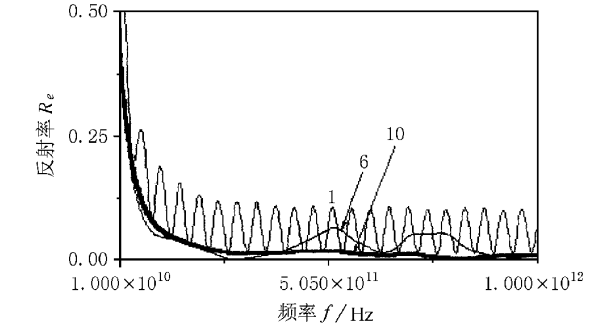


图 3 材料参数为表 1 中第三组数据时的膜系反射谱 分形参
数 $R = 3$, 数字表示分形级数

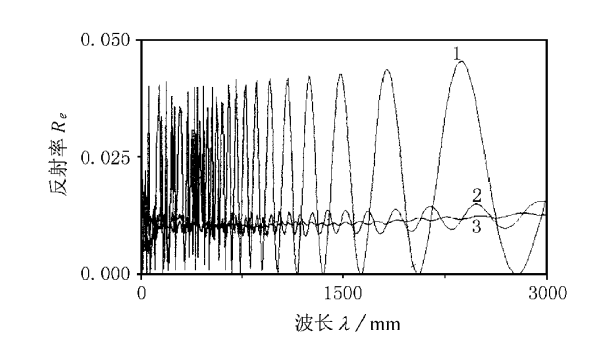


图 4 材料参数为表 1 中第四组数据时的膜系反射谱 分形
参数 $R = 34$, 数字表示分形级数

由与之对应的表 2 中第二组数据可以看出,虽
然膜系中的两种材料的吸收强度都较大,但由于中
间层振幅反射系数干涉相消的主要条件 $\Delta_2 \rightarrow 1$ 未
能得到很好的满足,中间层的振幅反射系数必不能
很好地相消,因而图 3 显示膜系的反射率很高,且随
分形级数 n 的增大,膜系反射率没有明显下降. 这
从反面证明了我们得到的判据的正确性.

如果考虑膜层内的多重反射和多重吸收,则上

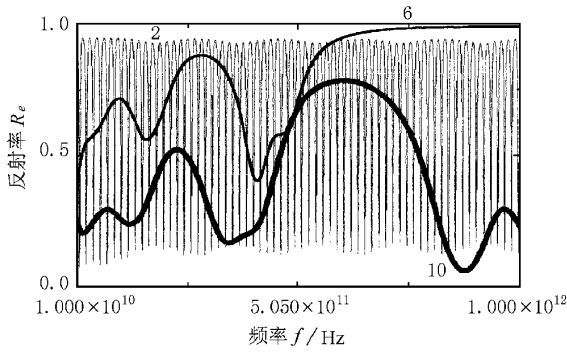


图5 材料参数为表1中第二组数据时的膜系反射谱 分形参数 $R=3$, 数字表示分形级数

面讨论的判据会变得非常复杂,甚至根本不能方便地表示和讨论.当膜层的任一材料的吸收都很强时,多重反射引起的多重吸收会极快地降低,因而忽略多重反射和多重吸收的影响不大.这与以上数值结果给出的结论一致.若膜层的一种材料的吸收并不很强,本文的模型就需要根本性地修改.相应的讨论也将更加困难.

总之,按本文建议的一组判据选择的材料构成的分形膜系的反射谱可以随分形级数 n 的增大而减小,且变平滑.

特别感谢西北工业大学郑修麟、刘正堂、耿东生和西北大学王若宝、姚合宝、贺庆丽等教授的长期帮助和十分宝贵的讨论.

附录 A

设第 m ($m=1, 2, \dots, s$) 层界面处的振幅反射系数为 r_m , 振幅透射系数为 t_m^+ , 逆向振幅透射系数为 t_m^- , 且令 $t_0^+ t_0^- = 1$, 则出射到膜系表面的电磁波的振幅反射系数为

$$r(m) = \frac{E_m}{E_0} = \left(\prod_{i=1}^{m-1} t_i^+ t_i^- \right) r_m e^{-2i\delta}, \quad (A1)$$

$$\delta = \left[\frac{m}{2} \right] \delta_0 + \sum_{i=1}^n \left[\frac{m + \sum_{l=0}^{i-1} 2^l}{2^{i+1}} \right] \delta_i,$$

其中 E_0 为入射电场强度, E_m 为经第 m 层界面反射后出射到膜系表面的电场强度.

由菲涅尔公式可得 $t_i^+ t_i^-$ 为

$$\begin{aligned} t_1^+ t_1^- &= \frac{4\eta_0 \eta_1}{(\eta_0 + \eta_1)^2} = A_1, \\ t_i^+ t_i^- &= \frac{4\eta_1 \eta_2}{(\eta_1 + \eta_2)^2} = A_2 \quad i = 2, 3, \dots, s-1. \end{aligned} \quad (A2)$$

衬底的导纳, 膜层的相位厚度及导纳分别为

$$\eta_s = \sqrt{\frac{\sigma_s}{2\pi\mu_0 f}} e^{-i\frac{\pi}{4}}, \quad (A3)$$

$$\begin{aligned} \delta_0 &= 2\pi\sqrt{\frac{\mu_1 \epsilon_1}{2}} d_0 f \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_1 f} \right)^2}} \\ &\quad - i \frac{\sigma_1 \mu_1 d_0}{\sqrt{2\mu_1 \epsilon_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_1 f} \right)^2}}}, \end{aligned} \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} \delta_q &= 2\pi\sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{2}} d_q f \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_2 f} \right)^2}} \\ &\quad - i \frac{\sigma_2 \mu_2 d_q}{\sqrt{2\mu_2 \epsilon_2} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_2 f} \right)^2}}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \sqrt{\frac{\epsilon_1}{2\mu_1}} \left\{ \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_1 f} \right)^2}} \right. \\ &\quad \left. - i \frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_1 f} \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_1 f} \right)^2}}} \right\}, \end{aligned} \quad (A5)$$

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \sqrt{\frac{\epsilon_2}{2\mu_2}} \left\{ \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_2 f} \right)^2}} \right. \\ &\quad \left. - i \frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_2 f} \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_2 f} \right)^2}}} \right\}, \end{aligned}$$

其中 d_0, d_q ($q=1, 2, \dots, m$) 分别为与 δ_0, δ_q 相对应的膜层的厚度.

若设 $f_a = \left\{ \frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_1 a}, \frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_2 a} \right\}$, $0 < a \ll 1$, 则当 $f > f_a$ 时 (A4), (A5) 式可化为

$$\delta_0 = 2\pi d_0 \sqrt{\mu_1 \epsilon_1} f - i \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 d_0, \quad (A6)$$

$$\delta_q = 2\pi d_q \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} f - i \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 d_q,$$

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \sqrt{\epsilon_1 / \mu_1}, \\ \eta_2 &= \sqrt{\epsilon_2 / \mu_2}. \end{aligned} \quad (A7)$$

将此代入 (A1) 式, 即可得 (1) 式.

附录 B

以 D_s^k 表示当 $n=k$ 时的 D_s , 以 D_s^{k+1} 表示当 $n=k+1$ 时的 D_s .

将 d_0 和 d_i 代入 D_s^k 和 D_s^{k+1} , 则有

$$\begin{aligned} D_s^{k+1} - D_s^k &= \left(\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 L \left(1 - \frac{1}{R} \right)^{k+1} + \sum_{i=k}^0 \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 L \left(1 - \frac{1}{R} \right)^i \frac{1}{R} \right) \\ &\quad - \left(\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 L \left(1 - \frac{1}{R} \right)^k + \sum_{i=k-1}^0 \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 L \left(1 - \frac{1}{R} \right)^i \frac{1}{R} \right) \\ &= L \left(1 - \frac{1}{R} \right)^k \frac{1}{R} \left(\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 - \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1 \right), \end{aligned} \quad (B1)$$

所以当 $\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2 > \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sigma_1$ 时, $D_s^{k+1} - D_s^k > 0$. 同理可以证明 $\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sigma_2$

$>\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}\sigma_1$ 时, $D_{s-1}^{k+1}-D_{s-1}^k>0$. 故当 $\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}\sigma_2>\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}\sigma_1$ 时, 随分形级数 n 的增大, D_{s-1} 和 D_s 均增大. 而当 $n\rightarrow\infty$ 时, 有

$$\begin{aligned}\lim_{n\rightarrow\infty}D_s &= \lim_{n\rightarrow\infty}\left(\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}\sigma_1L\left(1-\frac{1}{R}\right)^n\right. \\ &\quad \left.+\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}\sigma_2L\left(1-\left(1-\frac{1}{R}\right)^n\right)\right)=\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}\sigma_2L, \\ \lim_{n\rightarrow\infty}D_{s-1} &= \lim_{n\rightarrow\infty}\left(\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}\sigma_1L\left(1-\frac{1}{2^n}\right)\left(1-\frac{1}{R}\right)^n\right. \\ &\quad \left.+\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}\sigma_2L\left(1-\left(1-\frac{1}{R}\right)^n\right)\right)=\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}\sigma_2L,\end{aligned}$$

所以当 $n\rightarrow\infty$ 时, D_{s-1} 和 D_s 趋于同一常数.

[1] J. H. Goldberg , *Tech. Rev.* , **92** (1989) , 31.

[2] S. D. Calif , *Aviation Week & Space Tech.* , **18** (1989) , 109.

[3] R. A. Stonier , *Sample J.* , **27** (4) (1991) , 9.

[4] R. A. Stonier , *Sample J.* , **27** (5) (1991) , 9.

[5] C. M. Lampert , C. G. Granqvist , Large-Area Chromogenics : Materials and Devices for Transmittance Control (SPIE Opt. Eng. Press , Bellingham , 1990).

[6] C. G. Granqvist , *Thin Solid Films* , **193/194** (1990) , 730.

[7] B. B. Mandelbrot , *The Fractal Geometry of Nature* (Freeman , San Francisco , 1982).

[8] T. J. Cui , C. H. Liang , *J. Phys.* , **D20** (1990) , 1843 ; L. J. Chen *et al.* , *Acta Photonica Sinica* , **22** (3) (1993) , 1 (in Chinese); *Acta Physica Sinica* , **42** (1993) , 1914 (in Chinese); 陈陆君等 , *光子学报* , **22** (3) (1993) , 1 ; *物理学报* , **42** (1993) , 1914]

[9] Y. Li , Q. L. He , D. R. He , *Acta Physica Sinica* , **46** (1997) , 1354 (in Chinese); 李 岩、贺庆丽、何大韧 , *物理学报* , **46** (1997) , 1354]

[10] J. F. Tang , P. F. Gu , *Thin Film Optics and Technology* (Machinery Industrial Press , Beijing , 1989) , pp. 1—24 (in Chinese); 唐晋发、顾培夫 , *薄膜光学与技术* (机械工业出版社 , 北京 , 1989) , 第 1—24 页]

[11] Y. Y. Li , G. D. Li , *Physics of Ferrite* (Science Press , Beijing , 1978) (in Chinese); 李荫远、李国栋 , *铁氧体物理学* (修订本) (科学出版社 , 北京 , 1978)]

[12] Z. G. Zhou *et al.* , *Ferrite Magnetic Materials* (Science Press , Beijing , 1981) (in Chinese); 周志刚等 , *铁氧体磁性材料* (科学出版社 , 北京 , 1981)]

DESIGN OF A KIND OF FRACTAL FILM SETS WITH LOW-REFLECTION*

LI YAN HE DA-REN
(Department of Physics , Yangzhou University , Yangzhou 225002 , China)
(Received 5 February 2000 ; revised manuscript received 31 May 2000)

ABSTRACT

This paper discusses the design of a kind of fractal film set showing good absorption for electromagnetic waves. Based on a simplified model , we have calculated analytically the reflectivity of the film set , and obtained a group of criterions for selection of suitable materials for the set layers so as to decrease the reflectivity. Numerical simulations have been done to obtain the reflectivity of some film sets constructed by ideal or practical materials selected according to the criterions. The results show that the reflectivity of the set decreases when the total degree number of the fractal increases. The lowest reflectivity obtained is 0.01.

Keywords : fractal , thin film set , absorption of electromagnetic waves
PACC : 4278H , 6860

* Project supported by the Foundation of the Third World Nations Scientific Organization (Grant No. 02/95).