第 49 卷 第 11 期 2000 年 11 月
1000-3290/2000/49(11)/2261-03

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 49, No. 11, November, 2000

杂质引起的非费密液体行为

曹天德 陈 敏 王 庆
(南昌航空工业学院测控工程系,南昌 330034)
(2000 年 4 月 14 日收到)

研究含杂质散射的电子系统的非费密液体行为.采用单杂质模型,通过格林函数的计算,证明无论有无束缚态,$n(=3,2,1)$维电子系统都可出现非费密液体行为.

关键词:杂质,非费密液体行为
PACC:7100

1 引 言

一些高温超导材料在正常态的性质可用强关联电子系统或含杂质的电子系统描述,这些电子系统都表现有非费密液体行为[1—4].Haldane 假设这种行为在一维情形可用 Luttinger 液体描述[5],而一维 Luttinger 液体可过渡到高维费密液体[6,7].对此可提出这样的问题:杂质场与非费密液体行为有何关系?这种行为是否只存在于电子系统的费密面附近?二维或三维电子系统有无这种行为?

本文采用单杂质模型,通过格林函数的计算,分别就无束缚态和有束缚态的情形对上述问题进行了研究.

2 无束缚态的电子系统

采用单杂质模型,传导电子的哈密顿量可取

$$H = \sum_k \xi_k c_k^+ c_k + \sum_{k,k'} V_{kk'} c_k^+ c_{k'}, \tag{1}$$

这里考虑的是非磁性杂质,可以不计电子自旋.$c_k^+(c_k)$是电子产生(湮没)算符.

若定义温度格林函数

$$G_{kk'}(\tau-\tau') = -\langle T_\tau c_k(\tau) c_{k'}^+(\tau')\rangle,$$

则通过建立其运动方程并做傅里叶变换,然后采用叠代法可得

$$G_{kk'}(\mathrm{i}\omega_n) = G_k^{(0)}\delta_{kk'} + G_k^{(0)} V_{kk'} G_{k'}^{(0)} \Big/ \Big(1 - \sum_{k'} V_{kk'} G_{k'}^{(0)}\Big), \tag{2}$$

这里

$$G_k^{(0)} = 1/(\mathrm{i}\omega_n - \xi_k), \quad \xi_k = \varepsilon_k - \mu,$$

进而得知推迟温度格林函数的自能为

$$\Sigma_{\mathrm{ret}}(k) = V_{kk}\Big/\Big[1 - \sum_{k'(\neq k)} V_{kk'} G_{\mathrm{ret}}^{(0)}(k')\Big],$$

这里

$$G_{\mathrm{ret}}^{(0)}(k) = 1/(\omega - \xi_k + \mathrm{i}\delta).$$

在 $\mathrm{Im}\Sigma_{\mathrm{ret}}=0$ 的频率范围内,有

$$\Sigma_{\mathrm{ret}}^R = \mathrm{Re}\Sigma_{\mathrm{ret}} = V_{kk}\Big/\Big[1 - \sum_{k'(\neq k)} V_{kk'}/(\omega - \xi_{k'})\Big]. \tag{3}$$

通过计算重整化因子[8]

$$Z(k) = \left(1 - \frac{\partial}{\partial\omega}\Sigma_{\mathrm{ret}}^R\right)^{-1} \quad (\omega \to E_k - \mu), \tag{4}$$

可看出准费密子是否有效.当散射矩阵取对角形式 $V_{kk'} = V_k\delta_{kk'}$,(1)式在费密算符下是对角化的,准费密子有效,此时由(4)式也得到 $Z(k)=1$.一般存在非对角散射 $V_{kk'}$,电子系统的动量不守恒.如取 $V_{kk'}=V$,电子在带宽 $-D<\varepsilon_k<D$ 内的态密度取常数 ρ,则不难得知当 $\omega\to -D-\mu$(当 $\mu<0$)或 $\omega\to D-\mu$(当 $\mu>0$)时,$Z(k)\to 0$,即对于 $n(=3,2,1)$维电子系统,在 $\omega=-D-\mu$ 或 $\omega=D-\mu$ 附近,准费密子不存在,因而具有非费密液体行为.

为了进一步讨论空间维数的影响,设电子能级 $\varepsilon_k\propto k^2$,由于取 $V_{kk'}=V$ 而限定能级 $0<\varepsilon_k<D$,则有关 $\sum_{k'} V_{kk'}/(\omega-\xi_{k'})$,对于一维,$\propto\int_0^D \frac{\varepsilon^{-1/2}\mathrm{d}\varepsilon}{\omega+\mu-\varepsilon}$,对于二维,$\propto\int_0^D \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\omega+\mu-\varepsilon}$,对于三维,$\propto\int_0^D \frac{\varepsilon^{1/2}\mathrm{d}\varepsilon}{\omega+\mu-\varepsilon}$.完成积分再利用(4)式得到:对一维、

二维和三维，当 $\omega\to D-\mu$ 时，$Z(k)\to 0$，这也表明无论是一维、二维还是三维电子系统，都会由于杂质散射而具有非费密液体行为.

当然，上面假定杂质散射矩阵 V 有限，由于 V 正比于杂质浓度 n_{i}，当 $n_{\mathrm{i}}\to 0$，则 $V\to 0$，此时至多有个别点的 $Z(k)=0$，准费密子有效. 因此，电子系统表现出非费密液体行为要求杂质浓度不能太低，对此种情形，电子的束缚态不可忽略.

3 有束缚态的电子系统

当电子存在虚束缚态共振时，取哈密顿量

$$H=\xi_d c_d^{+}c_d+\sum_{k}\xi_{k}c_{k}^{+}c_{k}+\sum_{k}(V_{k}c_d^{+}c_{k}+V_{k}^{*}c_{k}^{+}c_d),\tag{5}$$

这里 $c_d^{+}(c_d)$ 是束缚态电子产生(湮没)算符.

与前面类似，得到传导电子格林函数

$$G_{kk'}(\mathrm{i}\omega_n)=G_{k}^{(0)}\delta_{kk'}+G_{k}^{(0)}V_{k}V_{k'}^{*}G_{k'}^{(0)}G_d^{(0)}\Big/\Big(1-\sum_{k'}|V_{k'}|^2G_{k'}^{(0)}G_d^{(0)}\Big),$$

这里

$$G_d^{(0)}=1/(\mathrm{i}\omega_n-\xi_d).$$

由此得到当推迟格林函数虚部 $\mathrm{Im}\Sigma_{\mathrm{ret}}=0$ 时，

$$\Sigma_{\mathrm{ret}}^{\mathrm{R}}=|V_{k}|^2\Big/\Big[\omega-\xi_d-\sum_{k'(\neq k)}|V_{k'}|^2/(\omega-\xi_{k'})\Big].$$

类似前面无束缚态的情形，也存在 $Z(k)\to 0$ 的情况，但要注意当 $Z(k)\to 0$ 时，是否出现束缚态. 当束缚态格林函数的虚部 $\mathrm{Im}\Sigma_{\mathrm{ret}}(d)=0$ 时，其实部

$$\Sigma_{\mathrm{ret}}^{\mathrm{R}}(d)=\sum_{k}|V_{k}|^2/(\omega-\xi_{k}),$$

得知当 $Z(k)\to 0$ 时，也有 $Z(d)\to 0$，即传导电子在某能级附近准费密子失效时，不是因为激发了束缚态准费密子，因此有束缚态时也可出现非费密液体行为.

如果加入传导电子和束缚态电子的散射，哈密顿量取

$$H=\xi_d c_d^{+}c_d+\sum_{k}\xi_{k}c_{k}^{+}c_{k}+\sum_{k,k'}V_{kk'}c_{k}^{+}c_{k'}c_d^{+}c_d,\tag{6}$$

则对传导电子格林函数，(2)式仍然有效，只是作变换 $V_{kk'}\to x_{kd}V_{kk'}$，其中 $x_{kd}=n_d-\bar{G}_dG_{dk}(0)$，这里 $n_d=\langle c_d^{+}c_d\rangle$，$\bar{G}_d=1/(-\mathrm{i}\omega_n+\xi_d+n_kV_{kk})$，而 $G_{dk}(0)=-\langle T_\tau c_d(\tau)c_{k}^{+}(\tau)\rangle$，$n_k=\langle c_{k}^{+}c_{k}\rangle$. 同样，(3)式在作相应变换下也有效. 进一步求解可发现在频率空间增加了 $Z(k)\to 0$ 的位置，因此束缚态电子和传导电子作用使电子系统更易出现非费密液体行为.

4 结果与讨论

采用单杂质模型，无束缚态电子系统具有非费密液体行为. 考虑杂质浓度较高时，电子存在束缚态，仍然有非费密液体行为，而且束缚态电子与传导电子的散射使这种行为更为明显. 不难猜测的是，计入杂质间的关联，不会消除这种行为. 结果也表明，这种行为不限于一维系统. 另外，如上所述，非费密液体行为不一定发生在费密面($\omega=\mu$)附近，例如，在 $\omega\to D-\mu$，准费密子失效，利用[8]

$$n_k=\int\mathrm{d}\omega\,\frac{1}{2\pi}n_{\mathrm{F}}(\omega)A(\omega,k),$$

可推知在 $\omega=D-\mu$ 附近，粒子数分布 n_k 偏离费密分布. 文献[1]的结果是，粒子数分布 n_k 偏离费密分布发生在费密面附近. 这种差别的意义还可研究，但同样影响系统的物理性质. 例如，非费密液体行为如果不发生在费密面($\omega=0$)附近，电导就不是由费密面附近的费密子决定，非费密液体行为也影响电导.

[1] N. Kawakami, S. K. Yang, *J. Phys.: Condens. Matter*, **3** (1991), 5983.

[2] K. Levin, J. H. Kim, J. P. Lu *et al.*, *Physica*, **C175** (1991), 449.

[3] I. E. Perakis, C. M. Varma, *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993), 3467.

[4] G. M. Zhang, L. Yu, *Phys. Rev. Lett.*, **72** (1994), 2474.

[5] F. D. M. Haldane, *J. Phys. C: Solid State Phys.*, **14** (1981), 2585.

[6] C. Castellani, C. D. Castro, W. Metzner, *Phys. Rev. Lett.*, **72** (1994), 316.

[7] E. Arrigoni, *Phys. Rev. Lett.*, **83** (1999), 128.

[8] G. D. Mahan, Many-Particle Physics, 2nd ed. (Plenum, New York, 1990), p. 157.

NON-FERMI-LIQUID BEHAVIOR WITH ONE-BODY IMPURITY POTENTIAL

CAO TIAN-DE CHEN MIN WANG QING
(*Department of Measuring and Control Engineering*,
Nanchang Institute of Aeronautical Technology, *Nanchang* 330034, *China*)

(Received 14 April 2000)

ABSTRACT

The non-Fermi liquid behavior of electrons with one-body impurity potential has been investigated. The electrons in an $n(=3,2,1)$ dimensional system may have non-Fermi liquid properties, whether the electrons are in bound state or not, when a single-impurity model is introduced.

Keywords: impurity, non-Fermi-liquid behavior
PACC: 7100