

# 捕陷原子在大失谐双色场中的量子崩塌-回复特性

王中结<sup>1)</sup> 路轶群<sup>2)</sup> 陆同兴<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(安徽师范大学物理系 芜湖 241000)

<sup>2)</sup>(中国科学院安徽光学精密机械研究所 合肥 230031)

(1999年9月6日收到; 1999年10月23日收到修改稿)

分析了捕陷的二能级原子在大失谐条件下与驻波光场和行波光场共同作用时的动力学。原子的量子平均能量随时间的变化呈现崩塌-回复的特征 表明这个系统的振动态具有压缩效应。系统的非线性(参数  $\mu$ )越大, 崩塌-回复的频率越大, 离子的量子平均能量越小。随着行波场强的增大, 冷却原子的振动态压缩效应愈显著。

PACC : 3280

## 1 引言

众所周知, 描述单个二能级原子与单模辐射场相互作用的 Janyes-Cummings(JCM)模型是量子光学中的一个典型的模型。研究中发现了原子的许多非经典现象, 如原子布居数的崩塌-回复(collapse-revival)特性, 腔内光场的亚泊松分布以及压缩态等<sup>[1-3]</sup>。近来, 人们发现在一定条件下“俘获”离子或原子与辐射场相互作用可用类似于 JCM 模型描述。其原子质心运动也存在非经典现象, 如崩塌-回复特性, 振动态的压缩等<sup>[4-6]</sup>。由于捕陷离子或原子的非经典态在灵敏检测、量子计算机等领域有着潜在的应用<sup>[7]</sup>, 这一课题引起人们广泛的兴趣。到目前为止人们从理论上已实现了捕陷离子或原子的各种非经典态如 Fock 态、相干态和压缩态。现在已有对行波场、驻波场中捕陷离子或原子与辐射场的耦合方式进行研究的报道<sup>[4-6]</sup>。在这些研究中通常假设: 1) 捕陷离子或原子具有二能级或三能级等内部结构, 其状态是内部状态与描述其质心的外部状态(振动态)的直积; 2) 捕陷离子或原子与辐射场构成共振或近共振相互作用; 3) 忽略自发辐射等噪声的影响; 4) 使用 Lamb-Dicke 近似, 即捕陷离子或原子的质心运动范围小于辐射场的波长。文献[8]在原子质心运动尺度小于两辐射场的波长之差条件下获得捕陷离子的振动压缩态。由于崩塌-回复等现象是一种量子相干现象, 原子或离子的高激发态的自发辐射严重破坏这种量子相干现象, 因此为了观测量子相干现象必须最大限度地消去自发辐射。

本文对简谐势束缚的冷却原子与多束激光场相互作用进行了研究。为了最大限度地消去自发辐射的影响, 我们讨论了大失谐情况下的激光场与原子的相互作用, 结果发现冷却原子的质心运动的能量随时间呈现崩塌-回复特性。

## 2 量子模型

考虑一受简谐势束缚的能级差为  $\hbar\omega_0$  的二能级冷却原子(捕陷原子)与激光场相互作用, 假定冷却原子初始处于基态  $|g\rangle$ , 在旋转波近似下, 系统的哈密顿可写为

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2} M\nu^2 x^2 + \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e| - \{dE(x,t)\sigma_+ + H.c.\}, \quad (1)$$

式中  $M$  为原子的质量,  $P$  为原子的质心动量,  $\nu$  为冷却原子的束缚频率,  $\sigma_+$ ,  $\sigma_-$  为 Pauli 自旋算符,  $d$  为原子偶极距,  $|e\rangle$ ,  $|g\rangle$  分别为原子的激发态和基态,  $E(x,t)$  为辐射场的振幅。辐射场由一个驻波场和一个行波场组成, 假定冷却原子处于驻波场的节点, 则辐射场的振幅可表示为

$$E(x,t) = E_0 \sin(k_L x) e^{i\omega_L t + i\phi_0} + E_1 e^{ik_1 x} e^{(\omega_L - \nu)t + i\phi_1}, \quad (2)$$

式中  $k_L$  为驻波场的波数,  $k_1$  为行波场的波数,  $\phi_0$  和  $\phi_1$  分别为驻波场和行波场的初始相位。令原子的状态表为  $\Psi_g(x,t)|g\rangle + \Psi_e(x,t)e^{-i\omega_L t}|e\rangle$ , 系统的运动方程为

$$i\hbar \frac{\partial \psi_g}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} M\nu^2 x^2 \right) \psi_g$$

$$-d\tilde{E}(x,t)\psi_e, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \psi_e}{\partial t} = & \left( -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} M\nu^2 x^2 \right) \psi_e \\ & + \hbar\delta_L \psi_e - d\tilde{E}^*(x,t)\psi_e, \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\tilde{E}(x,t) = E_0 \sin(k_L x) e^{i\phi_0} + E_1 e^{-ik_1 x} e^{-i\nu t + i\phi_1}, \quad (5)$$

$\tilde{E}^*(x,t)$ 是 $\tilde{E}(x,t)$ 的复共轭,  $\delta_L = \omega_0 - \omega_L$ 为失谐量. 假定失谐量足够大, 自发辐射的影响就可以忽略不计, 激发态 $\psi_e$ 可以绝热消去<sup>[9]</sup>. 于是我们就可以进一步推出

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \psi_g}{\partial t} = & \left( -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} M\nu^2 x^2 \right) \psi_g \\ & - \frac{d^2 |\tilde{E}(x,t)|^2}{\hbar\delta_L} \psi_g. \end{aligned} \quad (6)$$

系统的哈密顿可写为

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2} M\nu^2 x^2 - \frac{d^2 |\tilde{E}(x,t)|^2}{\hbar\delta_L}. \quad (7)$$

利用简谐振子的上升算符 $a^+$ 和湮没算符 $a$ 表示, 使用通常 Lamb-Dicke 表示方法, 可令算符 $k_1 x = \eta_1(a + a^+)$ ,  $k_L x = \eta(a + a^+)$ ,  $\eta$ 及 $\eta_1$ 称为 Lamb-Dicke 参数, 并将(5)式代入到(7)式可得(令 $\hbar=1$ )

$$\begin{aligned} H = & \nu a^+ a - g_0 \sin(\eta(a + a^+)) \\ & - g_1 \sin(\eta(a + a^+)) e^{i\eta(a+a^+)} e^{i\nu t + i(\phi_0 - \phi_1)} \\ & - g_2 \sin(\eta(a + a^+)) e^{-i\eta(a+a^+)} e^{-i\nu t + i(\phi_1 - \phi_0)}. \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $g_0 = \Omega_0^2/4\delta_L$ ,  $g_1 = \Omega_0\Omega_1/4\delta_L$ ,  $\Omega_j = 2dE_j/\hbar$ ( $j = 0, 1$ )为 Rabi 频率. 由于常数项仅对波函数的相位有贡献, 故在上式中忽略了常数项. 选择确定的初始相位差, 例如取 $\phi_0 - \phi_1 = \pi$ . 采用 Lamb-Dicke 近似, 忽略 Lamb-Dicke 参数高阶项. 在以下的计算中取 $\nu \ll \omega_L$ . 这样 $k_1 \approx k_L$ ,  $\eta_1 = \eta$ . 在以频率 $\nu$ 旋转坐标系中(8)式描述的相互作用哈密顿变为

$$\begin{aligned} H_{\text{int}} = & -g_0 \eta(a e^{-i\nu t} + a^+ e^{i\nu t}) \\ & + \frac{1}{3} g_0 \eta^4 (a e^{-i\nu t} + a^+ e^{i\nu t})^3 \\ & + g_1 \eta(a e^{-i\nu t} + a^+ e^{i\nu t}) \\ & \cdot [1 + i\eta(a e^{-i\nu t} + a^+ e^{i\nu t})] e^{i\nu t} \\ & + g_2 \eta(a e^{-i\nu t} + a^+ e^{i\nu t}) \{1 - i\eta(a e^{-i\nu t} + a^+ e^{i\nu t})\} e^{i\nu t} \end{aligned}$$

$$+ a^+ e^{i\nu t})] e^{-i\nu t}. \quad (9)$$

只要 $\nu \gg \eta g_0, \eta g_1$ , 上式中的快速时变项就可以忽略不计<sup>[8]</sup>. (9)式可进一步化为

$$H = -2g_0 \eta^2 a^+ a + 2g_0 \eta^4 a^{+2} a^2 + g_1 \eta(a + a^+). \quad (10)$$

上式第一、二项是驻波场的贡献, 第三项表示驻波光场与行波场的耦合.

### 3 动力学分析

为了考察由(10)式描述的量子系统的动力学行为, 分析捕陷原子振动态的相干性. 我们将计算这个系统的平均能量随时间的变化. 根据薛定谔运动方程

$$i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} = H\varphi, \quad (11)$$

将 $\varphi(t)$ 按原子的振动本征态 $|n\rangle$ 展开,

$$\varphi(t) = \sum_n C_n(t) |n\rangle. \quad (12)$$

使用无量纲参数 $\tau = \eta^2 g_0 t / 3$ ,  $G_0 = 6.0$ ,  $\mu = 6\eta^2$ ,  $G_1 = 3g_1/\eta g_0$ , 可得 $C_n(\tau)$ 满足的无量纲微分方程为

$$\begin{aligned} i\dot{C}_n(\tau) = & [-G_0 n + \mu n(n-1)] C_n(\tau) \\ & + G_1 [\sqrt{n+1} C_{n+1}(\tau) + \sqrt{n} C_{n-1}(\tau)]. \end{aligned} \quad (13)$$

假定初始时原子振动本征态的分布 $P_n$ 为泊松分布,

$$P_n = e^{-|\alpha|^2} \cdot \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}, \quad (14)$$

选取参数 $|\alpha| = 2$ , 这个系统的量子平均能量 $\langle n \rangle$ 可表示为

$$\langle n \rangle = \langle a^+ a \rangle = \sum_n n |C_n(\tau)|^2,$$

利用上式, 我们计算出系统的量子平均能量 $\langle n \rangle$ 随无量纲时间的变化. 结果发现 $\langle n \rangle$ 呈现规则的崩塌-回复特征. 如图1所示. 这种规则的崩塌-回复特征是量子系统相干性的表现. 哈密顿中的第二项描述了由驻波场产生的非线性效应(见(10)式). 这个效应取决于驻波场有关的 $g_0$ 和参数 $\eta$ . 经过无量纲化, 就仅取决于参数 $\eta$ (即无量纲非线性系数 $\mu = 6\eta^2$ ). 我们首先讨论一下系统的非线性对原子振动态相干性的影响. 从图1(a)可以发现,  $\langle n \rangle$ 表现出的崩塌-回复规律, 与二能级原子在 Kerr 介质的高

$Q$  腔中和单模光场相互作用模型(即 B-J 模型)中原子布居数差的变化规律相同。随着参数  $\mu$  的增大,  $\langle n \rangle$  的崩塌-回复周期变短, 最大振荡振幅变小, 围绕其振荡的平均值也变小, 如图 1(b)所示。在光场与原子大失谐的情况下, 原子的振动态与原子的电子态耦合程度减弱, 原子的电子态保持不变, 而振动态(各 Fock 态)出现相干干涉, 从而导致原子的振动能量随时间的变化呈现崩塌-回复特征。图 2 表示了在其他参数保持不变的条件下, 行波场强改变时  $\langle n \rangle$  随时间的变化情况。可以看到, 随着行波场强的增大(即  $G_1$  的增大),  $\langle n \rangle$  的崩塌-回复周期基本不变, 最大振荡振幅变小, 但围绕其振荡的平均值却减小。随着参数  $G_1$  进一步增大,  $\langle n \rangle$  的崩塌-回复变得不规则, 这时原子的振动态相干特性消失。

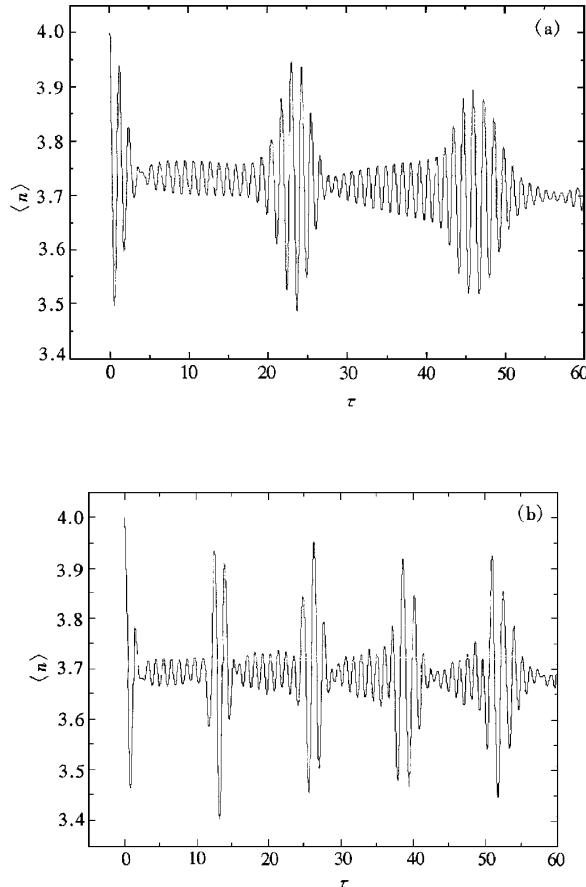


图 1  $G_1=0.3, |\alpha|=2$  时捕陷原子的量子平均能量随时间的变化 (a)  $\mu=0.135$  (b)  $\mu=0.24$

为了研究离子振动态的压缩效应, 我们定义湮没算符

$$\hat{a} = \hat{X}_1(t) + i\hat{X}_2(t),$$

式中,  $\hat{X}_1(t), \hat{X}_2(t)$  满足下列对易关系:

$$[\hat{X}_1(t), \hat{X}_2(t)] = 2iC, C = 1/4. \quad (15)$$

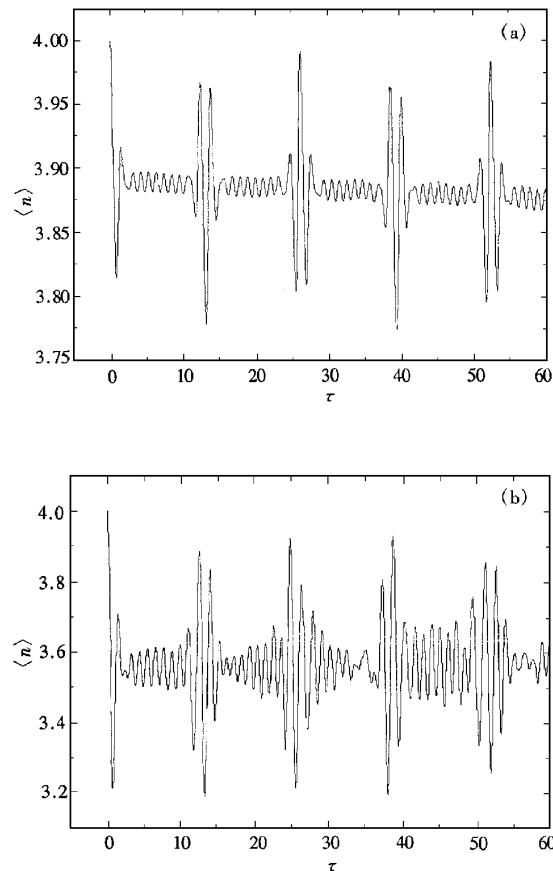


图 2  $\mu=0.24, |\alpha|=2$  时捕陷原子的量子平均能量随时间的变化 (a)  $G_1=0.1$  (b)  $G_1=0.45$

引入两个函数  $S_i(t)$  ( $i=1, 2$ ),

$$S_i(t) = \frac{[(\Delta\hat{X}_i(t))^2 - C]}{C}, \quad (16)$$

式中  $(\Delta\hat{X}_i(t))^2 = \hat{X}_i^2(t) - \hat{X}_i(t)^2$ . 利用(10)式和(12)式可进一步推出  $S_i(t)$  为

$$S_1(t) = 2\langle n \rangle + 2\text{Re}A_2(t) - 4[\text{Re}A_1(t)], \quad (17)$$

$$S_2(t) = 2\langle n \rangle - 2\text{Re}A_2(t) - 4[\text{Im}A_1(t)], \quad (18)$$

式中  $A_i(t)$  ( $i=1, 2$ ) 为  $A_i(t) = \phi(t)|a^i|\phi(t)$ . 众所周知, 产生压缩振动态的条件是  $S_i(t) < 0$ , 最大压缩为  $S_i(t) = -1$ . 图 3 表示了在参数  $\mu = 0.24, |\alpha| = 2$  的条件下对于不同的  $G_1$  值时  $S_i(\tau)$  随标度时间的变化. 当  $G_1 = 0.1$  时, 所能获得的最

大压缩  $S_1(\tau) = -0.27$ , 而当  $G_1$  增大到 0.3 时, 所能得到的最大压缩  $S_1(\tau) = -0.36$ . 这说明随着  $G_1$  的增大, 冷却原子振动态的压缩程度愈深. 从图3还

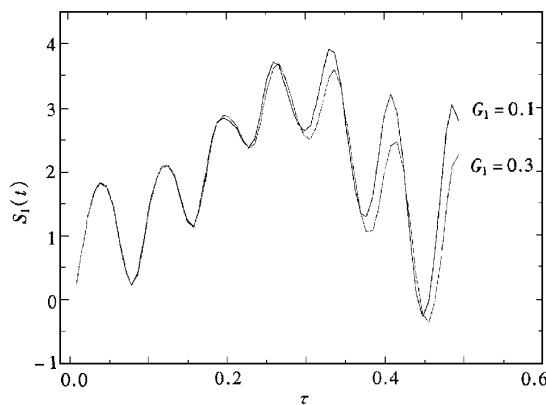


图 3  $\mu = 0.24, |\alpha| = 2, G_1$  分别等于 0.1, 0.3 时函数  $S_1(\tau)$  随标度时间的变化

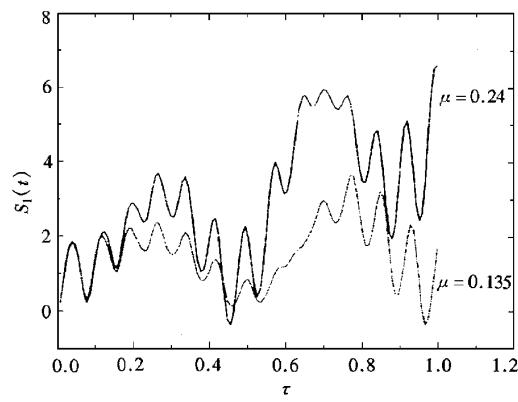


图 4  $G_1 = 0.24, |\alpha| = 2, \mu$  分别等于 0.135, 0.24 时函数  $S_1(\tau)$  随标度时间的变化

可看出  $G_1$  越大, 压缩过程越长. 随着非线性系数  $\mu$  的增大, 冷却原子振动态的压缩程度越深. 如图 4 所示. 通过增大 Lamb-Dicke 参数  $\eta$ , 可使非线性系数  $\mu$  大, 但这导致 Lamb-Dicke 近似失效. 我们的分析结果仅适用于 Lamb-Dicke 参数  $\eta$  不大的情况.

## 4 结 论

本文分析了受简谐势捕陷的二能级原子在驻波光场和行波光场作用下的动力学. 在激光场与冷却原子的跃迁频率间大失谐的情况下, 我们发现冷却原子的量子平均能量随时间的变化呈现崩塌-回复的特征. 这表明原子的振动态存在压缩效应. 系统的非线性越大,  $\langle n \rangle$  的崩塌-回复的频率越大, 围绕其振荡的平均值越小. 随着行波场强的增大(即  $G_1$  的增大),  $\langle n \rangle$  的崩塌-回复周期基本不变, 围绕其振荡的平均值却减小.

- [1] V. Buzek, I. Jex, *Opt. Commun.*, **78**(1990), 425.
- [2] A. Joshi, R. R. Puri, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 5056.
- [3] G. X. Li, J. S. Peng, *Acta Physica Sinica*, **42**(1993), 1443 [in Chinese] 李高翔 彭金生, 物理学报 **42**(1993), 1443].
- [4] D. Meekhof, C. Monroe, B. E. King *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **76**(1996), 1796.
- [5] J. I. Cirac, R. Blatt *et al.*, *Phys. Rev.*, **A49**(1994), 1202.
- [6] D. Leibfried, D. M. Meekhof *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **77**(1996), 4281.
- [7] Q. A. Turchette, C. J. Hood *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **75**(1995), 4710.
- [8] He-ping Zeng, Fu-cheng Lin, *Phys. Rev.*, **A52**(1995), 809.
- [9] R. Graham, M. Schlautmann *et al.*, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), R19.

# CHARACTERISTIC OF QUANTUM COLLAPSE AND REVIVAL IN THE MOTION OF A TRAPPED ATOM FOR HIGH DETUNING

WANG ZHONG-JIE<sup>1)</sup> LU YI-QUN<sup>2)</sup> LU TONG-XING<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>( Department of Physics , Anhui Normal University , Wuhu 241000 ,China )

<sup>2)</sup>( Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics Chinese Academy of Sciences , Hefei 230031 , China )

( Received 6 September 1999 ; revised manuscript received 23 October 1999 )

## ABSTRACT

In this paper the quantum dynamics of the trapped atom which acts with a standing light field and a travelling light field is investigated. Evolution of the quantum mean energy of the ion with time displays the characteristic of collapse-revival which implies that the vibration states of the system have squeezing effect. The larger the nonlinearity of the system , the higher the frequency of collapse-revival of the system , and the smaller the quantum mean energy of the ion. The higher the intensity of the travelling light field , the higher the degree of squeezing of the vibration states of the system can be observed.

PACC 3280