

# 由灰体辐射场驱动的二能级原子的发射谱 \*

郭 红 李高翔 彭金生

(华中师范大学物理系, 武汉 430079)

(1999年5月23日收到; 1999年9月19日收到修改稿)

给出了与灰体辐射场相互作用的二能级原子发射谱的一般公式, 研究了入射场的光子数分布、腔体吸收系数、系统温度和原子偶极矩对原子发射谱的影响。

PACC : 4250

## 1 引 言

原子发射谱蕴涵着原子与场相互作用的大量信息, 因而一直受到人们的普遍关注<sup>[1-4]</sup>。早在1983年Sanchez-Mondragon等人研究了好腔中与单模辐射场相互作用的单个二能级原子发射谱, 预言了真空拉比分裂现象<sup>[1]</sup>。而处于相干叠加态的原子与单模相干场相互作用时, 原子发射谱与原子和场间的相对位相有关<sup>[2]</sup>, 在适当的位相条件下, 由于原子和场的相干耦合, 原子发射谱由对称的三峰带结构演变为不对称的双峰结构。但假如初始时刻腔场处于压缩真空态, 则原子发射谱与腔场相位无关<sup>[3]</sup>, 这是因为具有双光子关联特性的压缩真空场无法通过单光子过程与原子相干耦合。

上述结论均是在腔体的吸收系数为零的理想情况下得到的。Gea-Banacloche等人还考察了腔体为绝对黑体( $a=1$ )时原子发射谱。但关于处于灰体( $0 < a < 1$ )腔中原子发射谱的研究却至今未见报道, 我们认为该项研究在理论和实验上均有重要意义。1994年Bekenstein等人给出了灰体辐射场的光子数分布<sup>[5]</sup>, 引起了人们对灰体辐射场的兴趣<sup>[6]</sup>, 也为我们的研究奠定了理论基础。

本文研究了由灰体辐射场驱动的二能级原子发射谱, 讨论了入射场的光子数分布、腔体吸收系数、系统温度和原子偶极矩对原子发射谱的影响。

## 2 模型及理论推导

在旋波近似下, 描述单个二能级原子与单模幅

射场单光子相互作用的哈密顿量可以写为

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\omega_A \hat{\sigma}_3 + \omega_c (\hat{a}^+ \hat{a} + \frac{1}{2}) + g(\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{\sigma}_- \hat{a}^+), \quad (1)$$

式中  $\hat{a}^+$  和  $\hat{a}$  是频率为  $\omega_c$  的光场产生和湮没算符,  $\hat{\sigma}_+$ ,  $\hat{\sigma}_-$  和  $\hat{\sigma}_3$  为原子赝自旋算符,  $\omega_A$  是原子跃迁频率,  $g$  为原子和光场耦合系数。

通过求解海森伯运动方程<sup>[7]</sup>, 可得

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_- = \exp(-i\omega_c t) & \cdot \exp(i\hat{C}t) \left[ \cos(\hat{\gamma}t) + i\hat{C} \frac{\sin(\hat{\gamma}t)}{\hat{\gamma}} \right] \hat{p}_-(0) \\ & - ig \frac{\sin(\hat{\gamma}t)}{\hat{\gamma}} \hat{p}_+(0) \}, \end{aligned} \quad (2)$$

这里

$$\hat{C} = \frac{1}{2}\Delta\hat{\sigma}_3 + g(\hat{a}^+ \hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+ \hat{a}), \quad (3)$$

$$\hat{\gamma} = \sqrt{g^2(\hat{N} + 1) + \frac{\Delta^2}{4}}, \quad (4)$$

$$\hat{N} = \hat{a}^+ \hat{a} + \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-, \quad (5)$$

$$\Delta = \omega_A - \omega_c, \quad (6)$$

其中  $\hat{C}$  和  $\hat{N}$  为运动常数。

如果入射光场所处状态由下式描述,

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle. \quad (7)$$

当腔体与辐射场达到热平衡时, 腔场的光子数概率分布

$$P_n = \sum_{m=0}^{\infty} |F_m|^2 P_a(n|m), \quad (8a)$$

\* 国家自然科学基金(批准号: 19774024)及留学回国人员科研启动基金资助的课题。

这里  $P_a(n|m)$  是入射场光子数为  $m$  时, 灰体辐射场的光子数为  $n$  的概率<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} P_a(n|m) = & \frac{(e^x - 1)^m a^{m+n}}{(e^x - 1 + a)^{m+n+1}} \\ & \cdot \sum_{k=0}^{\min(m,n)} \frac{(-1)^k (m+n-k)!}{k! (n-k)! (m-k)!} \\ & \cdot \left[ 1 - 4 \times \frac{1-a}{a \times a} \sinh^2(x/2) \right]^k, \quad (8b) \end{aligned}$$

式中  $a$  为腔体吸收系数,  $x = \hbar\omega/kT'$ ,  $T'$  为腔体温度. 从上式不难看出腔体吸收系数及其温度直接影响着腔场的统计性质.

如果初始时刻原子处于相干叠加态

$$|\psi_a\rangle = \cos(\theta/2)|-\rangle + \sin(\theta/2)e^{i\varphi}|+\rangle, \quad (9)$$

则系统的初态可用密度算符

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n |n\rangle \langle \psi_a| - |n\rangle \langle \psi_a|, \quad (10)$$

描述, 在共振条件下 ( $\omega_A = \omega_c$ )

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_+(t_1) \hat{\sigma}_-(t_2) = & \sum_{n=0}^{\infty} \{ P_n \sin^2(\theta/2) \\ & \cdot \cos[\beta_0(t_1 - t_2)] \cos(\beta_1 t_1) \cos(\beta_1 t_2) \\ & + P_{n+1} \cos^2(\theta/2) \cos[\beta_0(t_1 - t_2)] \\ & \cdot \sin(\beta_1 t_1) \sin(\beta_1 t_2) \} \\ & \cdot \exp[i\omega_c(t_1 - t_2)], \quad (11a) \end{aligned}$$

式中

$$\beta_0 = g\sqrt{n}, \quad (11b)$$

$$\beta_1 = g\sqrt{n+1}. \quad (11c)$$

原子的发射谱可由下式计算,

$$\begin{aligned} S(\omega) = & 2\Gamma \int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t_1) \\ & - (\Gamma + i\omega)(T - t_2)] \hat{\sigma}_+(t_1) \hat{\sigma}_-(t_2), \quad (12) \end{aligned}$$

式中  $\Gamma$  为光谱探测器的通带宽度,  $T$  是光谱的测量时间<sup>[8]</sup>.

将(11)式代入(12)式可得

$$\begin{aligned} S(\omega) = & \frac{\Gamma}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \{ P_n \sin^2(\theta/2) [F(\beta_0, \beta_1) \\ & + F(\beta_0, -\beta_1)]^2 + [F(-\beta_0, \beta_1) \\ & + F(-\beta_0, -\beta_1)]^2 \} + P_{n+1} \cos^2(\theta/2) \\ & \cdot [ |F(\beta_0, \beta_1) - F(\beta_0, -\beta_1)|^2 \\ & + |F(-\beta_0, \beta_1) - F(-\beta_0, -\beta_1)|^2 ] \}, \quad (13a) \end{aligned}$$

式中

$$F(x, y) = \frac{\exp[(x+y-\omega+\omega_c)\Gamma] - \exp[-\Gamma T]}{\Gamma + (x+y-\omega+\omega_c)}. \quad (13b)$$

下面从(13)式出发分析原子辐射谱特性.

### 3 分析与结论

#### 3.1 入射光为相干光

将强激光入射到温度很低的腔中, 腔场光子数分布与入射光场光子数分布相似, 从图1可看出具有最大概率的光子数随着腔体吸收系数的增大而减小. 因此原子光谱仍呈三峰带结构, 两边峰中心的相对距离随着  $a$  的增大而减小(如图2所示).

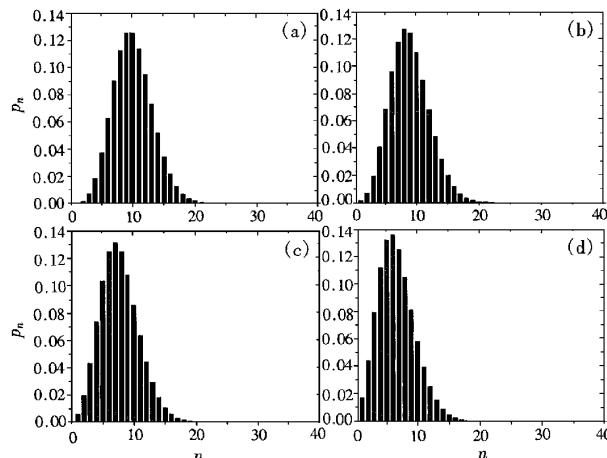


图1 腔场的光子数分布, 入射场的平均光子数  $\langle n \rangle = 10$ , 热场平均光子数  $\langle m \rangle = 0.5$ . (a)  $a = 0$ ; (b)  $a = 0.12$ ; (c)  $a = 0.24$ ; (d)  $a = 0.36$

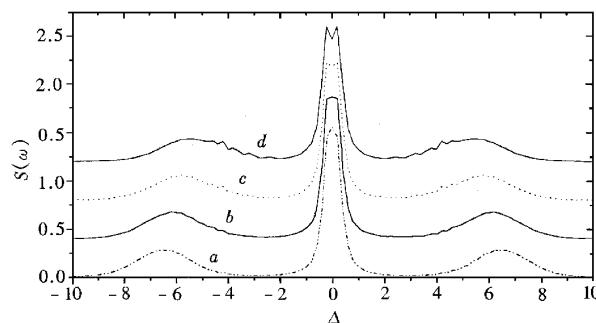


图2 原子发射谱  $S(\omega)$ , 入射场是平均光子数  $\langle n \rangle = 10$  的相干光场, 热场平均光子数  $\langle m \rangle = 0.5$ ,  $\Gamma = 0.2$ ,  $T = 20$ , 曲线 a 为  $a = 0$ , 曲线 b 为  $a = 0.12$ ,  $S(\omega) + 0.4$ ; 曲线 c 为  $a = 0.24$ ,  $S(\omega) + 0.8$ ; 曲线 d 为  $a = 0.36$ ,  $S(\omega) + 1.2$

如果腔体温度较高,即使腔体吸收系数不大,由于腔体有较强的辐射能力,腔场光子数分布具有热场光子数分布的特点——真空态的概率最大,包络曲线的宽度约为平均光子数的量级,所以原子辐射谱的两边峰消失,中峰强度增大,形成如图3所示的单峰结构.

在平均光子数很小的情况下,相干场光子数分

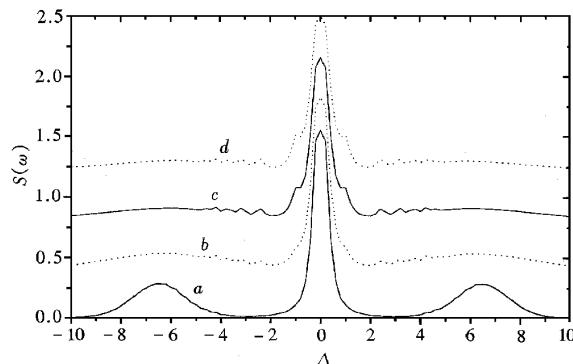


图3 与图2相同,但热场的平均光子数 $\langle m \rangle = 12$ . 曲线a为 $a=0$ ,曲线b为 $a=0.2$ , $S(\omega)+0.4$ ;曲线c为 $a=0.4$ , $S(\omega)+0.8$ ;曲线d为 $a=0.6$ , $S(\omega)+1.2$

布与热场光子数分布相似,所以当入射光强度很弱,并且腔体温度很低时,腔体吸收系数对腔场光子数分布的影响较小,因而在不同吸收系数的条件下,原子发射谱具有相似的结构(如图4所示).但当腔体温度升高时,腔体吸收系数直接影响着腔场的光子数分布,所以原子发射谱因腔体吸收系数不同而存在很大差异(如图5所示).

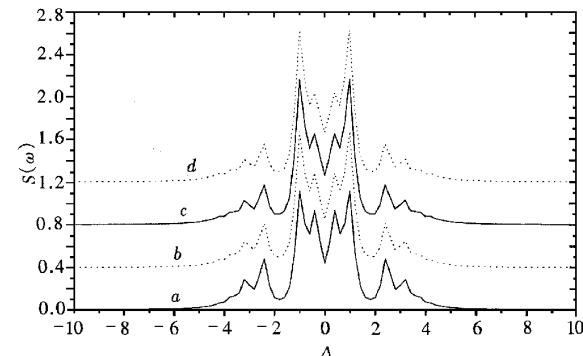


图4 与图2一样,但入射场平均光子数 $\langle n \rangle = 1$ . 曲线a为 $a=0$ ,曲线b为 $a=0.2$ , $S(\omega)+0.4$ ;曲线c为 $a=0.4$ , $S(\omega)+0.8$ ;曲线d为 $a=0.6$ , $S(\omega)+1.2$

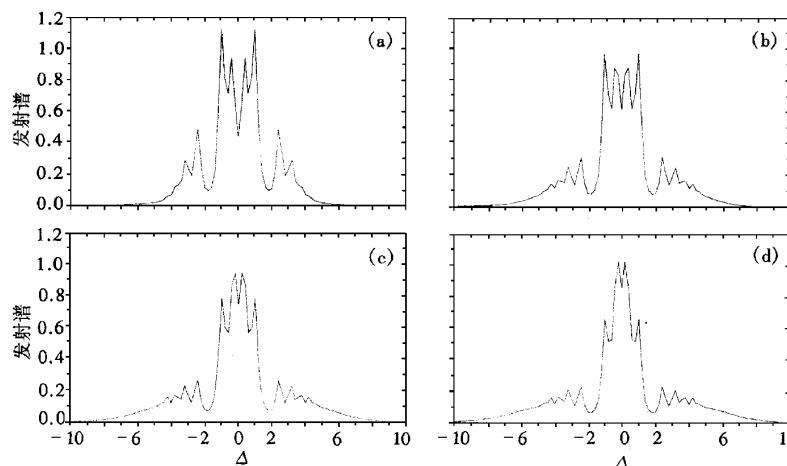


图5 与图2相同但 $\langle n \rangle = 1$ 和 $\langle m \rangle = 6$  (a)  $a=0$  (b)  $a=0.2$  (c)  $a=0.4$  (d)  $a=0.6$

### 3.2 入射光处于粒子数态

在吸收系数很小且温度很低的腔体中射入光子数较大的光场,原子发射谱仍呈三峰带结构,与腔体吸收系数为零时原子发射谱比较,三个峰的带宽均变大了,它们的强度都下降了,且两边峰的强度比中心峰的强度小得多,两边峰中心间的距离减小(如图6所示).这是因为腔场不再处于光子数纯态而处于

光子数混和态,并且腔场平均光子数比入射场的小.当腔体温度较高时,既使腔体吸收系数较小,腔场的光子数分布与热场类似,故原子发射谱呈单峰结构.

当入射场光子数较小,腔场光子数分布对腔体吸收系数和系统温度非常敏感,所以在图7和图8中我们看到腔体吸收系数和系统温度的改变都会导致原子发射谱结构的改变.

在腔体的吸收系数不为零时,腔场处于光子数

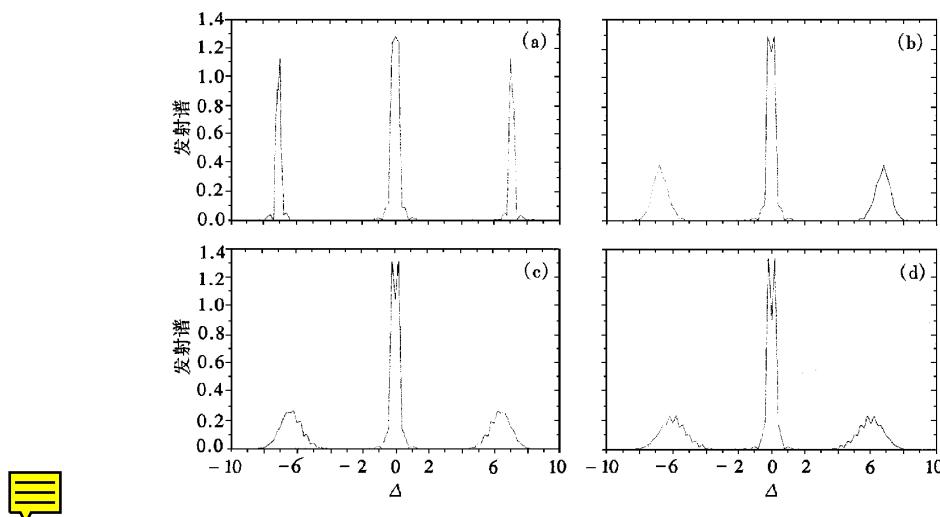


图 6 与图 2 相同 ,但入射场是光子数  $n=12$  的纯数态.( a ) $\alpha=0$  ( b ) $\alpha=0.1$  ( c ) $\alpha=0.2$  ( d ) $\alpha=0.3$

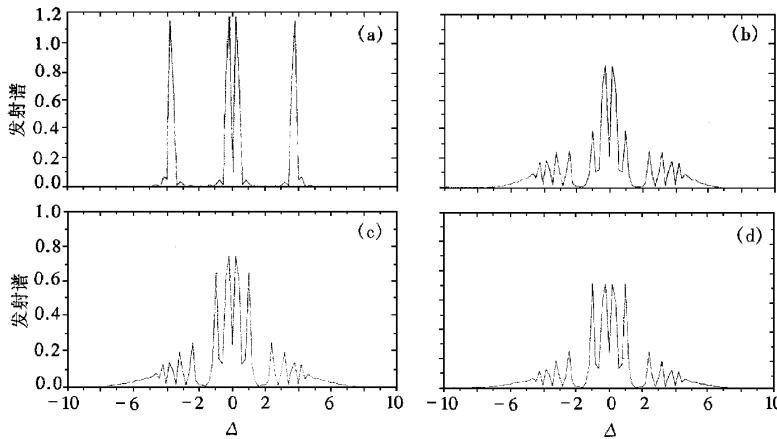


图 7 与图 6 相同 ,但  $n=3$  和  $<m>=3$  ( a ) $\alpha=0$  ( b ) $\alpha=0.3$  ( c ) $\alpha=0.6$  ( d ) $\alpha=0.9$

混和态 ,因而原子发射谱与原子偶极矩的相位无关而只与原子偶极矩大小有关.( 13 式证实了这一点 ,如图 9 所示在腔场的平均光子数较小时 ,原子发射谱每个峰的强度和边峰的中心位置会因  $\theta$  的不同而不同.当腔场平均光子数较大时 ,原子偶极矩大小对原子发射谱的影响较小.

综上所述 ,原子发射谱与原子偶极矩大小及腔场光子数分布有关 ,而腔场光子数分布又依赖于腔体吸收系数 . 当腔体为好腔( $\alpha=0$ )时 ,腔场性质

与入射场性质完全一致 ,在腔体为绝对黑体( $\alpha=1$ )时 ,腔场性质与入射场无关 ,只取决于系统温度 . 在大多数情况下 ,腔体为灰体( $0<\alpha<1$ ) ,腔场性质不仅与入射场有关而且与系统温度有关 ,并且腔体吸收系数越大 ,系统温度对腔场性质的影响越大 ,入射场对腔场性质的影响越小 ,所以在实验上 ,通过增大入射场强度、减少腔体吸收系数和降低系统温度来减少腔体辐射对原子发射谱的影响 .

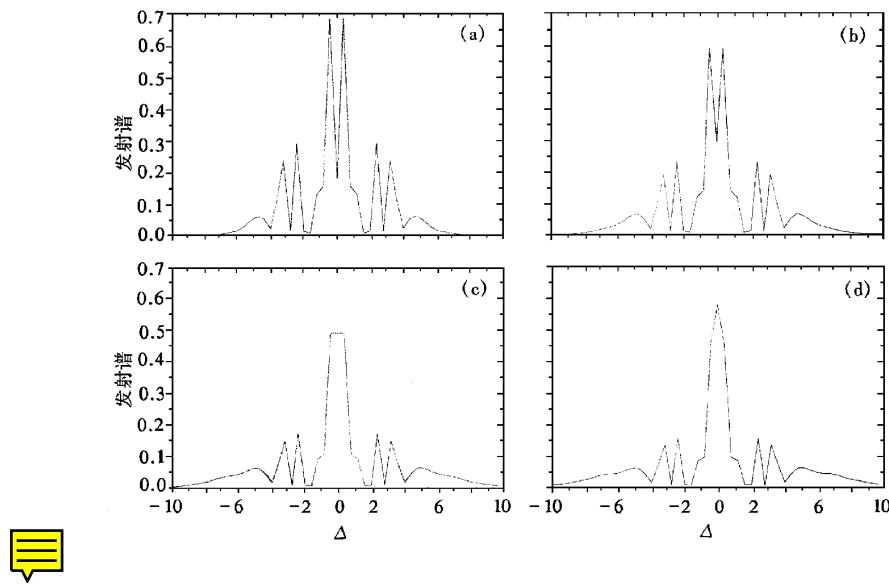


图 8 与图 7 相同 ,但  $a = 0.5$  (a)  $\langle m \rangle = 2$  (b)  $\langle m \rangle = 4$  (c)  $\langle m \rangle = 8$  (d)  $\langle m \rangle = 10$

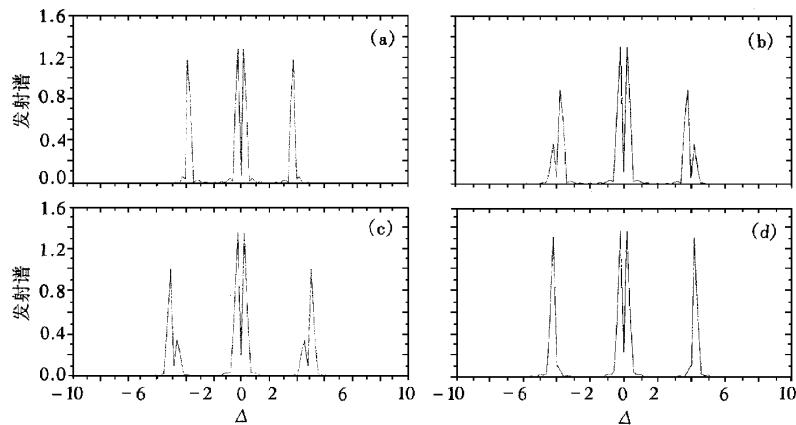


图 9 与图 6 相同 ,但  $n = 4$  和  $a = 0$  (a)  $\theta = 0$  (b)  $\theta = \pi/6$  (c)  $\theta = \pi/3$  (d)  $\theta = \pi/2$

- [1] J. J. Sanchez-Mondragon , N. B. Narozhny , J. H. Eberly , *Phys. Rev. Lett.* , **51**( 1983 ) 550.
- [2] K. Zaheer M. S. Zubairy , *Phys. Rev.* , **A39**( 1989 ) 2000.
- [3] J. Gea-Banacloche , R. R. Schlicher , M. S. Zubairy , *Phys. Rev.* , **A38**( 1988 ) 3514.
- [4] P. Zhou , S. Swain , G. X. Li , J. S. Peng , *Optics Communication* , **134**( 1997 ) 455.
- [5] J. D. Bekenstein , M. Schiffer , *Phys. Rev. Lett.* , **72**( 1994 ), 2512.
- [6] C. T. Lee , *Phys. Rev.* , **A52**( 1995 ) 1594.
- [7] J. R. Ackerhalt , K. Rzazewski , *Phys. Rev.* , **A12**( 1975 ), 2549.
- [8] J. H. Eberly , K. Wodkiewicz , *J. Opt. Soc. Am.* , **67**( 1977 ), 1252.

# EMISSION SPECTRUM FOR A TWO-LEVEL ATOM INTERACTING WITH GRAY-BODY RADIATION FIELD \*

GUO HONG LI GAO-XIANG PENG JIN-SHENG

( Department of Physics ,Huazhong Normal University ,Wuhan 430079 ,China )

( Received 23 May 1999 ; revised manuscript received 19 September 1999 )

## ABSTRACT

A general expression of emission spectrum for a two-level atom interacting with gray-body radiation field is given in this paper. We investigate how the photon-number distribution of the incident field , the absorptivity of the cavity and the temperature of the system affect the time – dependent physical spectrum.

PACC :4250

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 19774024 ).