

光场及原子-光场耦合的非线性 对腔内原子辐射谱的影响^{*}

冯 健^{1) 2) 3)} 王继锁^{1) 2) 3)} 高云峰³⁾ 詹明生¹⁾

¹⁾ 中国科学院武汉物理与数学研究所波谱与原子分子物理国家重点实验室, 武汉 430071)

²⁾ 中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放研究实验室, 合肥 230031)

³⁾ 聊城师范学院光通信研究所, 聊城 252059)

(2000 年 9 月 5 日收到, 2000 年 10 月 20 日收到修改稿)

研究了包括任意的光场非线性和原子-光场非线性依赖强度耦合 J- α Jaynes-Cummings)模型中单原子的辐射谱, 分析了上述非线性对辐射谱的影响. 结果表明, 原子的辐射谱强烈地依赖于光场的非线性项 $R(a^+a)$ 及原子-光场非线性耦合因子 $f(a^+a)$ 的形式, 其谱结构与标准 J-C 模型中原子的辐射谱明显不同. 当腔内充满的非线性介质使得 $f(a^+a) = 1/\sqrt{a^+a}$ 时, 对于任意的初始光场态, 辐射谱总是显示固定的三峰结构, 而与初始光场态的分布无关, 这表明具有形如 $f(a^+a) = 1/\sqrt{a^+a}$ 耦合因子的非线性介质与初始态光子数分布对辐射谱的影响相互抵消. 用解析方法对上述谱特性进行了分析.

关键词: 辐射谱, 非线性耦合

PACC: 4250, 3150

1 引 言

腔内原子辐射谱^[1]的结构特征反映了原子与光场间相互作用的性质, 对于深入探讨原子与辐射场之间的相互作用机理等具有重要的指导作用, 它已成为光与物质相互作用研究领域十分活跃的前沿课题之一. 近年来, 人们已对单模及双模腔中原子的辐射谱进行了广泛研究^[2-7], 发现了包括辐射谱的真空场拉比劈裂^[2]在内的一系列非经典现象, 在实验上已观察到光学腔中单个原子的真空场拉比劈裂^[8]. 但上述研究都限于腔内无非线性介质的情形, 随着高 Q 腔中单模微波激射器的成功运转^[9], 人们对光场及原子-光场相互作用的非线性效应产生了极大兴趣^[10-15], 这是因为在强场情况下, 原子-光场间的非线性相互作用变得很重要, 而光场的非线性也将显现出来^[10]. 文献 10 研究了包括任意光场非线性和原子-光场非线性相互作用的 J-C (Jaynes-Cummings) 模型中原子反转和光子数算符. 文献 11] 考虑含有 Kerr 介质的单模微激射器, 发现 Kerr 介质

腔的非线性对微激射器场的光子统计性质有显著影响, 通过引入适当的非线性介质可使微激射器处于低光子数态. 文献 12] 研究了处于任意依赖强度耦合介质中单(多)模运动量子化 J-C 模型的动力学行为, 发现不同的依赖强度耦合形式对单模情形下的原子动量和辐射力有显著影响. 文献 13] 给出了附加 Kerr 介质 J-C 模型中场的相位特性. 文献 14] 研究了一种特殊的依赖强度耦合 J-C 模型中单原子的辐射谱, 结果表明, 在共振情况下, 对于任意的初始光场, 辐射谱的中心双峰结构总是存在而未合并成单峰. 文献 15] 则探讨了腔内充满 Kerr 介质时单原子的辐射谱, 发现对于高强度的初始相干态, 辐射谱显示单峰结构, 而不是标准 J-C 模型中的三峰结构. 然而, 上述辐射谱的研究仅限于这两种特殊情形, 关于包括任意光场非线性和原子-光场非线性相互作用 J-C 模型中原子的辐射谱至今未见报道, 而该方面的研究对于系统分析上述非线性对原子-光场相互作用的影响具有重要意义, 对于在实验上探讨不同的非线性介质在原子-光场系统中的作用具有指导意义. 本文研究了包括任意的光场非线性和原子-

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 19774069 和 19734006)及山东省自然科学基金(批准号: Q99A03)资助的课题.

光场非线性耦合 J-C 模型中单原子的辐射谱,分析了上述非线性对辐射谱的影响.文献[14,15]的结果可作为本文的特例得出.

2 模型与理论推导

在旋波近似下,包括任意光场非线性和非线性强度耦合的“单模腔场-单原子”系统的哈密顿量为^[10]

$$H = \omega_c a^\dagger a + \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_z + g[f(a^\dagger a)a^\dagger \sigma + \sigma^\dagger a f(a^\dagger a)] + R(a^\dagger a), \quad (1)$$

式中 $\hbar = 1$, $a, a^\dagger$ 分别为单模腔场的湮没和产生算符, $\sigma_z, \sigma, \sigma^\dagger$ 为原子的赝自旋算符, ω_c 为单模腔场光子的频率, ω_0 为原子跃迁频率, f 和 R 均为厄米算符且分别为光子数算符 $a^\dagger a$ 的任意有理函数, $g f(a^\dagger a)$ 为任意依赖强度原子-光场非线性耦合, $R(a^\dagger a)$ 为光场的非线性项.

(1) 式的本征方程可写为

$$H|\psi_j\rangle = E_j|\psi_j\rangle \quad (j = 1, 2). \quad (2)$$

将 H 的本征函数 $|\psi_j\rangle$ 按“单模腔场-单原子”系统的两个本征基矢 $|\phi_m\rangle$ 展开

$$|\psi_j\rangle = \sum_{m=1}^2 C_{jm} |\phi_m\rangle, \quad (3a)$$

$$|\phi_1\rangle = |+, in\rangle, \quad |\phi_2\rangle = |-, in+1\rangle, \quad (3b)$$

式中两个量子数依次为原子所处的能级及单模腔场所处的数态.由(1)(2)(3a)和(3b)式可求出系统的本征能量 E_j 和本征函数 C_{jm}

$$E_j = \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + P(n) \pm \Omega(n), \quad (4a)$$

$$P(n) = \frac{1}{2} [R(n) + R(n+1)],$$

$$\Omega(n) = \sqrt{\frac{\delta^2}{4} + (n+1)g^2 f^2(n+1)}, \quad (4b)$$

$$C_{j1} = \left\{ \frac{(n+1)g^2 f^2(n+1)}{\left[\frac{\delta}{2} \mp \Omega(n) \right]^2 + (n+1)g^2 f^2(n+1)} \right\}^{1/2},$$

$$C_{j2} = - \left\{ \frac{\left[\frac{\delta}{2} \mp \Omega(n) \right]^2}{\left[\frac{\delta}{2} \mp \Omega(n) \right]^2 + (n+1)g^2 f^2(n+1)} \right\}^{1/2}, \quad (4c)$$

$$\delta = \Delta + R(n) - R(n+1), \quad \Delta = \omega_0 - \omega_c. \quad (4d)$$

(4c) 式中方括号内当 $j = 1(2)$ 时取负(正)号.

“单模腔场-单原子”系统的辐射谱按下式计算^[11]:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(\omega) &= 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \\ &\times \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \\ &\cdot \langle \Phi(0) | \sigma^+(t') \sigma(t) | \Phi(0) \rangle, \quad (5) \end{aligned}$$

式中 Γ 和 T 分别为谱仪带宽和测量时间, $|\Phi(0)\rangle$ 为“单模腔场-单原子”系统的初态.

取初始时刻原子处于激发态 $|+\rangle$, 单模腔场处于任意态, 则系统的初始状态可写为

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_n Q_n |+, in\rangle, \quad (6)$$

式中 Q_n 为光子数态展开系数.

由(3a)(3b)(4a)(4b)(4c)(5)式及反变换(3a)式, 经过繁复的计算, 可以得到辐射谱的一般表达式

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(\omega) &= \sum_n \rho_n S_n(\omega), \\ S_n(\omega) &= \frac{\Gamma}{4} [|F_n(\Omega, \Omega') + F_n(-\Omega, \Omega')|^2 \\ &+ |F_n(-\Omega, -\Omega') + F_n(\Omega, -\Omega')|^2], \\ F_n(\Omega, \Omega') &= \left[1 + \frac{\delta}{2\Omega} \right] \left[1 + \frac{\delta'}{2\Omega'} \right]^{1/2} \\ &\times \frac{\exp[i(\omega_0 - \omega - \Delta + P - P' + \Omega + \Omega')T] - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma + i(\omega_0 - \omega - \Delta + P - P' + \Omega + \Omega')}, \quad (7) \end{aligned}$$

式中 $\Omega \equiv \Omega(n), \Omega' \equiv \Omega(n-1), P \equiv P(n), P' \equiv P(n-1), \delta \equiv \delta(n), \delta' \equiv \delta(n-1), \rho_n = Q_n^* Q_n$ 为腔场的光子数分布函数.

3 讨 论

(7) 式给出了包括任意的光场非线性和原子-光场非线性耦合 J-C 模型中单原子辐射谱的一般表达式.只要给定光场的非线性项 $R(a^\dagger a)$ 及依赖强度的原子-光场非线性耦合因子 $f(a^\dagger a)$ 的具体形式, 即可由(7)式得出相应的辐射谱表达式和谱线.需要指出的是, 文献[14]的结果可令 $R(a^\dagger a) = 0$, $f(a^\dagger a) = \sqrt{a^\dagger a}$ 由(7)式作为特例得出, 而文献[15]的结果可令 $R(a^\dagger a) = \chi a^{\dagger 2} a^2$, $f(a^\dagger a) = 1$ (χ 为 Kerr 介质的非线性参数)由(7)式作为特例得出.

由(4b)和(4d)式可知, Ω, Ω' 与 $R(a^\dagger a)$ 和 $f(a^\dagger a)$ 密切相关, P, P', δ, δ' 由 $R(a^\dagger a)$ 决定, 因此, 原子的辐射谱强烈地依赖于 $R(a^\dagger a)$ 和 $f(a^\dagger a)$ 的形

式,光场的非线性和原子-光场的非线性相互作用特性可以通过原子的辐射谱反映出来.下面着重分析上述非线性对辐射谱的影响.

3.1 初始光场为光子数态

当初始光场为光子数态时,原子的辐射谱由 $S_n(\omega)$ 给出,由(7)式可以看出,一般情况下,辐射谱为非对称的四峰结构,谱的峰位为 $\omega_0 - \omega = \Delta - P + P' \pm (\Omega - \Omega')$ 和 $\omega_0 - \omega = \Delta - P + P' \pm (\Omega + \Omega')$,相对峰高依次为 $\left[1 \mp \frac{\delta}{2\Omega}\right]^2 \left[1 \pm \frac{\delta'}{2\Omega'}\right]$ 和 $\left[1 \mp \frac{\delta}{2\Omega}\right]^2 \left[1 \mp \frac{\delta'}{2\Omega'}\right]$,它们的大小强烈地依赖于 $R(a^+a)$ 和 $g f(a^+a)$ 的形式,即光场的非线性和原子-光场的非线性相互作用对辐射谱有显著影响.

3.2 $R(a^+a)=0, f(a^+a)=\frac{1}{\sqrt{a^+a}}$ 时的辐射谱

最近,文献[12]从理论上分析了处于任意依赖强度耦合介质中单模运动量子化 J-C 模型的动力学行为,发现对应于依赖强度原子-光场非线性耦合因子 $f(a^+a)=a^+a \cdot \frac{1}{a^+a+1} \cdot \sin(a^+a) \cdot \exp(-\sqrt{a^+a})$,原子动量和辐射力的崩塌-恢复现象均发生了剧烈变形,这表明一些特殊的依赖强度耦合形式对原子动量和辐射力有显著影响.受此启发,本节讨论依赖强度原子-光场非线性耦合因子 $f(a^+a)=\frac{1}{\sqrt{a^+a}}$ 的情况,为明确起见,不考虑光场的非线性,即 $R(a^+a)=0$.当初始光场为光子数态时,辐射谱的峰位和相对峰高列于表 1,当 $\Delta=0$ 时,辐射谱为对称的三峰结构,两边峰的间距为 $4g$,相对峰高为中心峰的 $1/2$;当 $\Delta \neq 0$ 时,辐射谱显示出两边峰的相对峰高不等的非对称三峰结构.令人感兴趣的是,对于任意的初始光子数态光场,辐射谱的三峰结构总是保持不变,即谱结构与光子数 n 的变化无关.实际上,对于任意的初始光场态,辐射谱总是显示固定的三峰结

构,而与初始光场态的分布无关.

现在,对上述谱特性从物理上加以解释.当 $R(a^+a)=0, f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$ 时,

$$R(n)=0, P=P'=0,$$
$$\delta=\delta'=\Delta, f(n)=1/\sqrt{n}.$$

由(4b)式可得

$$\Omega=\Omega'=\sqrt{\frac{\Delta^2}{4}+g^2}.$$

(9)式表明推广的拉比频率 $\Omega(\Omega')$ 与光子数 n 无关.将(8)和(9)式代入(7)式,得

$$F_n(\Omega,\Omega')=\left[1+\frac{\Delta}{2\Omega}\right]^{3/2} \times \frac{\exp[\chi(\omega_0-\omega-\Delta+2\Omega)T]-\exp(-\Gamma T)}{\Gamma+\chi(\omega_0-\omega-\Delta+2\Omega)}.$$

(10)式表明 $F_n(\Omega,\Omega')$ 与光子数 n 无关,因此,由(7)式可得 $S_n(\omega)$ 也与光子数 n 无关,从而有

$$\mathcal{S}(\omega)=S_n(\omega).$$

(11)式表明对于任意的初始光场态,辐射谱与初始处于任意光子数态的谱相同,与初始光子数分布 ρ_n 无关,因而它总是显示固定的三峰结构,其辐射谱的峰位和相对峰高如表 1 所示.可见,具有形如 $f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$ 耦合因子的非线性介质与初始态光子数分布对辐射谱的影响相互抵消.这一谱特性与标准 J-C 模型中原子的辐射谱^[3]明显不同,后者强烈地依赖于初始态光子数分布,并且该特性也不同于非线性耦合因子 $f(a^+a)=\sqrt{a^+a}$ 时的辐射谱,理论分析表明^[14],后者尽管在共振情况下,对于任意的初始光场,辐射谱的中心双峰结构总是存在而未合并成单峰,但是初始态光子数分布对其谱结构有明显影响.上述差别充分反映了不同的依赖强度耦合非线性介质对原子-光场相互作用的不同影响,也表明非线性项 $f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$ 对原子与光场间相互作用的影响具有特殊性,这些结果对于理解不同的依赖强度耦合形式对原子-光场系统动力学行为的影响具有重要意义.

表 1 $R(a^+a)=0, f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$ 时原子的辐射谱 $\mathcal{S}(\omega)=S_n(\omega)$

峰位 $(\omega_0 - \omega)$		相对峰高	
$\Delta = 0$	$\Delta \neq 0$	$\Delta = 0$	$\Delta \neq 0$
$\pm 2g$	$\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 + 4g^2}$	1	$\left(1 \mp \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + 4g^2}}\right)^3$
0	Δ	2	$2\left(1 - \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4g^2}\right)$

实验上可通过测得非线性介质中原子的辐射谱而推断出该介质非线性耦合因子 $f(a^+a)$ 的形式.目前,尽管实验上尚未实现具有 $f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$ 耦合因子的非线性介质中原子-光场系统的动力学行为,但上述谱特性对于在实验上寻找具有 $f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$ 耦合因子的非线性介质有着指导作用;并

且,该特性将使得这种非线性介质在原子光学、单原子微激光器中具有潜在的应用价值。

3.3 里德伯原子散射二级修正项对辐射谱的影响

本节讨论另一类原子-光场非线性相互作用——里德伯原子散射二级修正项对辐射谱的影响。在非线性单光子相互作用过程中,里德伯原子散射的二级修正项 $H_n = \lambda a^+aa^+a$ (λ 为非线性散射系数)起着重要作用,文献[16]已讨论了该修正项对单模光场-单原子系统中原子和光场压缩的影响,所研究系统的哈密顿量为^[16]

$$H = \omega_c a^+ a + \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_z + g[a^+ \sigma + \sigma^+ a] + \lambda a^+aa^+a. \quad (12)$$

对比(12)与(1)式可以看出,里德伯原子散射二级修正项 $H_n = \lambda a^+aa^+a$ 的贡献相当于(1)式中 $f(a^+a) = 1$, $R(a^+a) = \lambda a^+aa^+a$ 的情况,因此,本文所得辐射谱的一般公式亦可用于分析里德伯原子散射二级修正项对辐射谱的影响。作为例子,讨论初始光场处于真空态时共振的情况,这时,辐射谱的峰位和相对峰高列于表2,可以看出,真空场拉比劈裂为非对称的双峰结构,两峰的峰位和相对峰高均与非线性散射系

表2 $R(a^+a) = \lambda a^+aa^+a$, $f(a^+a) = 1$, $\Delta = 0$, $n = 0$ 时原子的辐射谱 $S_0(\omega)$

峰位 ($\omega_0 - \omega$)	相对峰高
$-\frac{\lambda}{2} + \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + g^2}$	$2\left(1 + \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 4g^2}}\right)^2$
$-\frac{\lambda}{2} - \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + g^2}$	$2\left(1 - \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 4g^2}}\right)^2$

数 λ 有关,这与高 Q Kerr 介质腔中单光子 J-C 模型中的真空场拉比劈裂^[15]明显不同,后者总是确定的对称双峰结构(间距总为 $2g$)而与 Kerr 介质的非线性参数 χ 的大小无关,本文的结果也不同于标准 J-C 模型中的真空场拉比劈裂^[3],后者为对称的双峰结构。

4 结 论

本文研究了包括任意的光场非线性和原子-光场非线性依赖强度耦合 J-C 模型中单原子的辐射谱,给出了辐射谱的一般解析表达式,着重分析了上述非线性对辐射谱的影响。结果表明,原子的辐射谱强烈地依赖于光场的非线性项 $R(a^+a)$ 及原子-光场非线性耦合因子 $f(a^+a)$ 的形式,其谱结构与标准 J-C 模型中原子的辐射谱明显不同,光场的非线性和原子-光场的非线性相互作用特性可以通过原子的辐射谱反映出来。令人感兴趣的是,当腔内充满的非线性介质使得依赖强度原子-光场非线性耦合因子 $f(a^+a) = 1/\sqrt{a^+a}$ 时,对于任意的初始光场态,辐射谱总是显示固定的三峰结构,而与初始光场态的分布无关,这表明具有形如 $f(a^+a) = 1/\sqrt{a^+a}$ 耦合因子的非线性介质与初始态光子数分布对辐射谱的影响相互抵消。本文给出了上述谱特性的物理解释。

需要指出的是,只要给定 $R(a^+a)$ 和 $f(a^+a)$ 的具体形式,即可由本文结果分析其辐射谱特性;反之,当实验测得原子的辐射谱,则可推断出 $R(a^+a)$ 和 $f(a^+a)$ 的表达式,由此可得知腔内非线性介质的类型。

[1] J. H. Eberly ,K. Wodkiewicz ,*J. Opt. Soc. Am.* ,**67**(1977) ,1252.

[2] J. J. Sanchez-Mondragon ,N. B. Narozhny ,J. H. Eberly ,*Phys. Rev. Lett.* ,**51**(1983) 550.

[3] J. Gea-Banacloche ,R. R. Schlicher ,M. S. Zubairy ,*Phys. Rev.* ,**A38**(1988) 3514.

[4] Z. F. Luo ,L. Xu ,Z. Z. Xu ,*Phys. Lett.* ,**A164**(1992) 83.

[5] H. Guo ,G. X. Li ,J. S. Peng ,*Acta Physica Sinica* ,**49**(2000) ,887 (in Chinese) [郭 红、李高翔、彭金生 ,*物理学报* ,**49**(2000) ,887].

[6] J. Feng ,T. Q. Song ,Y. F. Gao ,*J. Phys. B :At. Mol. Opt. Phys.* ,**31**(1998) 5209.

[7] J. Feng ,T. Q. Song ,W. Z. Wang ,J. Z. Xu ,*Acta Physica Sinica* ,**43**(1994) ,1966 (in Chinese) [冯 健、宋同强、王文正、许敬之 ,*物理学报* ,**43**(1994) ,1966].

[8] R. J. Thomson ,G. Rempe ,H. J. Kimble ,*Phys. Rev. Lett.* ,**68**(1992) ,1132.

[9] M. Brune ,J. M. Raimond ,P. Goy ,L. Davidovich ,S. Haroche ,*Phys. Rev. Lett.* ,**59**(1987) ,1899.

[10] X. X. Yang ,Y. Wu ,K. L. Gao ,*Chin. Phys. Lett.* ,**15**(1998) 802.

[11] B. Deb ,D. S. Ray ,*Phys. Rev.* ,**A48**(1993) ,3191.

[12] J. R. Liu ,Y. Z. Wang ,*Phys. Rev.* ,**A54**(1996) 2326.

[13] M. F. Fang ,*Acta Optica Sinica* ,**13**(1993) 324 (in Chinese) [方 卯发 ,*光学学报* ,**13**(1993) 324].

[14] V. Buzek ,J. Jex ,*Quantum Opt.* ,**2**(1990) ,147.

[15] V. Buzek ,J. Jex ,*J . Mod . Opt .* , **38**(1991) ,987 .

[16] A. B. Bhattacharjee ,*Phys . Rev .* , **A56**(1997) ,796 .

INFLUENCE OF NONLINEARITIES OF BOTH THE FIELD AND THE
INTENSITY-DEPENDENT ATOM-FIELD COUPLING ON THE
EMISSION SPECTRUM OF AN ATOM IN A CAVITY^{*}

FENG JIAN^{1 2 B} WANG JI-SUO^{1 2 B} GAO YUN-FENG³ ZHAN MING-SHENG¹

¹*(State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics ,Wuhan Institute of
Physics and Mathematics ,Chinese Academy of Sciences ,Wuhan 430071 ,China)*

²*(Laser Spectroscopy Laboratory ,Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics ,Chinese Academy of Sciences ,Hefei 230031 ,China)*

³*(Institute of Optical Communication ,Liaocheng Teachers University ,Liaocheng 252059 ,China)*

(Received 5 September 2000 ;revised manuscript received 20 October 2000)

ABSTRACT

The emission spectrum of a single atom in the nonlinear coupling J-C(Jaynes-Cummings) model including any forms of non-linearities of both the field and the intensity-dependent atom-field coupling is studied. The effects of nonlinearities on the spectrum are demonstrated. It is shown that features of the emission spectrum are influenced significantly by the kinds of the field nonlin-earity term $R(a^+a)$ and the intensity-dependent atom-field nonlinear coupling factor $f(a^+a)$. The structure of the spectrum is quite different from that of the standard J-C model. It is found that when $f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$,the emission spectra always show the definite three-peak structure for any initial state of the field ,which implies that the effects on the emission spectrum of both the specific intensity-dependent nonlinear medium with $f(a^+a)=1/\sqrt{a^+a}$ and the initial field photon statistics can be counter-balanced. This feature is analyzed with an analytic method.

Keywords : emission spectrum , nonlinear coupling
PACC : 4250 , 3150

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 19774069 and 19734006) and the Natural Science Foundation of Shan-dong Province ,China (Grant No. Q99A03).