

衍射光学元件改善激光谐振腔输出特性的研究

陆璇辉 黄凯凯

(浙江大学物理系 杭州 310028)

(2001 年 1 月 9 日收到 2001 年 3 月 12 日收到修改稿)

运用矩阵本征值方法,对用位相型二元光学元件构成的激光谐振腔进行了数值计算,重点分析了圆形反射镜腔在不同菲涅耳数条件下的模结构参量特性。结果表明,这种谐振腔可以有效地提高基模与高阶模的模式分离度,并且可以根据需要,定制出理想的输出光束。

关键词: 模式分离, 衍射光学元件, 激光谐振腔, 矩阵本征值

PACC: 0260, 0340K, 8760G

1 引言

激光谐振腔对激光输出的特性起到主要作用,而激光激活介质的增益对腔的设计有重要影响。对于低增益系数的激活介质,要求谐振腔具有非常低的基模损失。虽然非稳腔可以提供大直径的基模输出,同时具有足够的模式分辨本领。然而由于腔的特性,会给基模也带来大的衍射损失。这使得它并不适合于低增益谐振腔。通常低增益介质主要利用稳定 Fabry-Perot 腔来产生激光。虽然这种腔有很低的基模损耗,然而它也有很多内在的缺点^[1]。近年来,用衍射元件(DMSM)作为反射镜的谐振腔^[2],成为一种新兴的提高模式分离度的方法,并且随着二元光学技术的不断成熟,使得我们可以根据需要设计并定制出输出激光光束。本文运用矩阵本征值方法,对衍射光学元件构成的激光谐振腔进行了理论分析和计算。

2 理论分析

如图 1,DMSM 激光谐振腔由两个相距为 L 的反射镜 M_1 和 M_2 组成, M_1 用平面反射镜作为输出镜, M_2 为 DMSM,如图 1 所示。

DMSM 腔的原理^[2]是:先设定输出镜上希望输出的光场分布 $U_1(x_1, y_1)$,该光场经过空间传输后,到达 M_2 时,形成了 M_2 上的场分布 $U_2(x_2, y_2)$ 。如果 DMSM 对 U_2 产生的反射率满足 $r_2(x_2, y_2)=$



图 1 DMSM 腔示意图

$U_2^*(x_2, y_2)U_2(x_2, y_2)$ 的关系,则可以满足 U_1 振荡的自再现条件,并且由该反射镜产生的,对指定所需模式的损耗为 0。该 DMSM 镜只对 M_1 镜上的 $U_1(x_1, y_1)$ 分布产生的光束有相位共扼作用,而对其他模式并不是相位共扼的。

在反射镜为一维无限长的情况下,Pare 和 Beilanger 等^[3]已用 Prony 算法作了相应的计算,结果表明 DMSM 腔有着较高的模式分离度和较好的基模输出。

在实际情况中,需要考虑到反射镜的有限尺寸,本文对圆形反射镜进行了分析。为讨论方便,取极坐标。设 M_1 上希望输出的光场分布为

$$\psi(r_1) = \exp\left[-\left(\frac{r_1}{w_0}\right)^6\right],$$

其中 w_0 为束斑半径, $\psi(r_1)$ 经过一次渡越后,可以计算出 M_2 上的位相分布 $\psi(r_2)$,从而得到 DMSM 的反射率

$$r(r_2) = \exp(-2I\psi(r_2)).$$

从 M_1 到 M_2 的谐振腔衍射积分方程为^[4]

$$u(r_2, \varphi_2) = \int_0^a \int_0^{2\pi} K(r_2, \varphi_2; r_1, \varphi_1) \cdot u(r_1, \varphi_1) r_1 d\varphi_1 dr_1, \quad (1)$$

式中

$$K(r_2, \varphi_2; r_1, \varphi_1) = \frac{j}{\lambda L} \exp\{-jk[(r_1^2 + r_2^2)/2L - (r_1 r_2/L) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]\} \quad (2)$$

从镜 M_1 经镜 M_2 到镜 M_1 的自再现衍射积分方程为

$$u(r_1, \varphi_1) = \gamma \int_0^b \int_0^{2\pi} K(r_1, \varphi_1; r_2, \varphi_2) u(r_2, \varphi_2) r_2 d\varphi_2 dr_2, \quad (3)$$

式中

$$K(r_2, \varphi_2; r_1, \varphi_1) = K(r_1, \varphi_1; r_2, \varphi_2) \\ = \frac{j}{\lambda L} \exp\{-jk[(r_1^2 + r_2^2)/2L - (r_1 r_2/L) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]\}. \quad (4)$$

应用关系式

$$e^{j[k(\pi/2) - \varphi_2]} J_n\left(k \frac{r_1 r_2}{L}\right) \\ = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\{jk(r_1 r_2/L) \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - jn\varphi_1\} d\varphi_1, \quad (5)$$

式中 J_n 是 n 阶贝塞耳函数.

可以看出 若令

$$u(r_1, \varphi_1) = R_n(r_1) e^{-jn\varphi_1} \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (6)$$

则可以满足积分方程(3). 其中 $R_n(r)$ 有

$$R_n(r_1) = \gamma_n \int_0^b K_n(r_1, r_2) r_2 dr_2 \\ \cdot \int_0^a K_n(r_2, r_1) R_n(r_1) r_1 dr_1, \quad (7)$$

式中

$$K_n(r_1, r_2) = K_n(r_2, r_1) \\ = \frac{j^{n+1}}{L} J_n\left(k \frac{r_1 r_2}{L}\right) e^{-jk(r_1^2 + r_2^2)/2L}. \quad (8)$$

在(7)式中 ,若令

$$K'_n(r_1, r_2) = \frac{j^{n+1}}{L} J_n\left(k \frac{r_1 r_2}{L}\right) e^{-jk(r_1^2 + r_2^2)/2L} r_2, \quad (9)$$

则圆形 DMSM 腔有如下关于半径 r 的本征积分方程

$$R_n(r_1) = \gamma_n \int_0^b K'_n(r_1, r_2) r_2 dr_2 \\ \cdot \int_0^a K_n(r_2, r_1) R_n(r_1) r_1 dr_1. \quad (10)$$

3 计算方法

由于反射镜反射率的非均匀性 ,对衍射元件腔 ,我们只能求其数值解. 最早的谐振腔数值求解方法是 Fox-Li 数值迭代法^[4]: 它可以较好地计算出低次模的本征数据 ,但是当菲涅耳数很大时它的收敛性不好 ,而且只对低阶模有效 ,对高阶模一般是无效的 ,后来 Siegman 等^[5]提出了 Prony 方法 ,该方法是一种矩阵代数方法 ,主要优点是可以同时求出多个腔模的场分布 ,相移损耗等. 但是在计算过程中需要简要检验本征模分解的正确性. 本文作者运用了求解矩阵本征值的方法.

根据复合积分公式^[6] ,为了在 $[a, b]$ 上求解

$$\int_a^b f(x) dx, \quad (11)$$

可将区间 $[a, b]$ 等分 ,记分点为 $x_k = a + kh$ ($k = 1, 2, \dots, n$) ,其中 $h = \frac{b-a}{n}$ 则有

$$\int_a^b f(x) dx \approx T_n \\ = \frac{h}{2} [f(a) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f(x_k) + f(b)]. \quad (12)$$

把上述数值积分方法应用到激光谐振腔 ,设 M_1 的圆形光阑半径为 a , M_2 的光阑半径为 b (10)式可以表为

$$\gamma \epsilon(t_n) = \frac{h}{2} \cdot \frac{h'}{2} \sum_{k=1}^N K(s_k, t_n) D_{nn} \epsilon(t_n) \\ \cdot \sum_{n=1}^N K(s_n, t_n) D_{nn} \epsilon(t_n), \quad (13)$$

表示成矩阵形式就是

$$\begin{pmatrix} \epsilon(s_1) \\ \epsilon(s_m) \\ \epsilon(s_N) \end{pmatrix} = \frac{h}{2} \frac{h'}{2} \begin{pmatrix} K'_{11} & \cdots & K'_{1m} & \cdots & K'_{1N} \\ \vdots & & \ddots & & \\ K'_{m1} & & K'_{mm} & & K'_{mN} \\ K'_{N1} & \cdots & K'_{Nm} & \cdots & K'_{NN} \end{pmatrix} \\ \cdot (D_{nn}) \begin{pmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1m} & \cdots & K_{1N} \\ \vdots & & \ddots & & \\ K_{m1} & & K_{mm} & & K_{mN} \\ K_{N1} & \cdots & K_{Nm} & \cdots & K_{NN} \end{pmatrix}$$

$$\cdot (D_{mn}) \begin{pmatrix} \epsilon(t_1) \\ \epsilon(t_m) \\ \vdots \\ \epsilon(t_N) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

上式中假定我们在两个积分区域上都取值 N 点, $h = a/n$, $h' = b/n$, 矩阵元 K'_{mn} 和 K_{mn} 可以由(9)式乘以 r_2 , (8)式乘以 r_1 得到。 D_{mn} 是对角矩阵, 对角线上的元素等于 $1, 2, 2, 2, \dots, 2, 2, 2, 1$, ϵ 是 N 维矢量, 对应一种可能存在的本征模式的径向分布。由此, 谐振腔的本征方程的求解变成了矩阵本征值问题。应用 Mathematics 或 Matlab 可以求出系列本征值 γ_{mn} 和对应的本征矢。光束往返一次的损耗为 $1 - |\gamma_{mn}|^2$, 相应的本征矢就是对应的模式数值解。

4 结果与讨论

设输出镜上希望输出的光场分布为 3 阶超高斯光束, 即

$$\psi(r_1) = \exp\left[-\left(\frac{r_1}{w_0}\right)^6\right].$$

在 M_1 和 M_2 光阑半径固定为 1mm, 我们计算了在改变腔长后, 模式损耗的变化, 计算中取波长为 $1\mu\text{m}$, 如图 2。图 3 是共焦腔在上述条件下的损耗变化曲线。

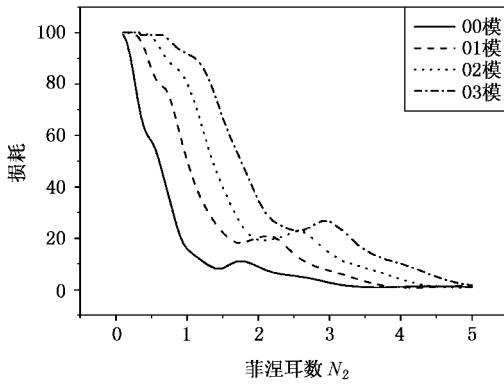


图 2 损耗随腔长变化的关系

由图 3 可见, 在腔长缩短时, DMSM 腔的衍射损耗相对下降得较慢, 而在菲涅耳数大于 5 后, DMSM 腔的各阶模的损耗都趋于 0, DMSM 镜没有显示出明显的模式分离特性, 这是因为 DMSM 对损耗的影响是通过光的相干作用实现的。

在第二种情况, 我们固定输出镜 M_1 的光阑半径

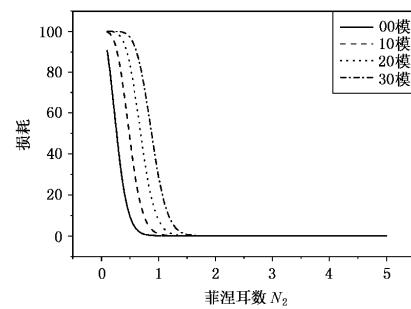


图 3 共焦腔的损耗变化曲线

为 1mm 和腔长为 1m 而改变反射镜 M_2 的光阑半径, 我们分别计算了当反射镜为一维无限长情况和圆形情况下的衍射损耗变化值, 如图 4—图 6, 图 4—6 中 N_2 表示镜 M_2 的菲涅耳数。在一维情况下, 本文的计算结果与 Belanger 等^[3]的结果能很好地符合。

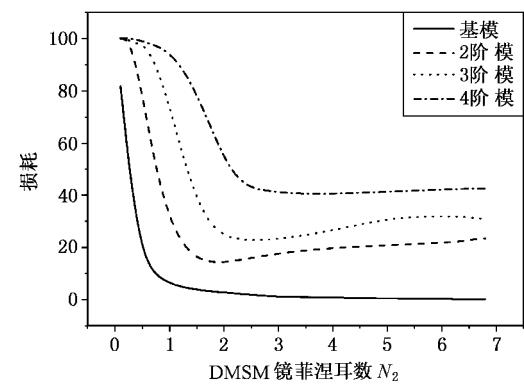


图 4 DMSM 为一维情况下的损耗曲线

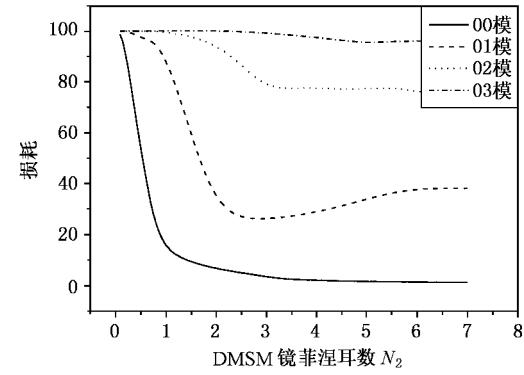
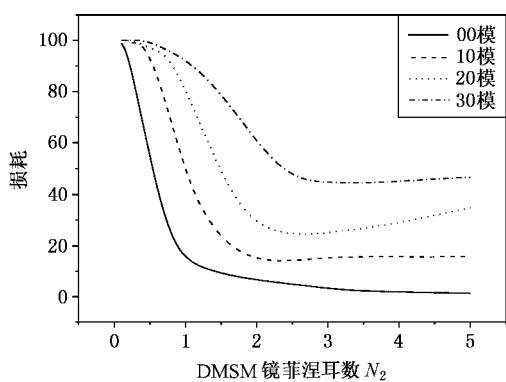
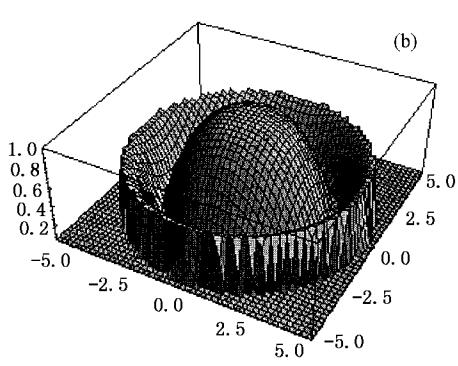
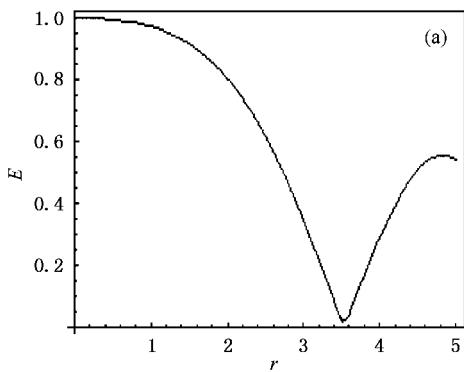
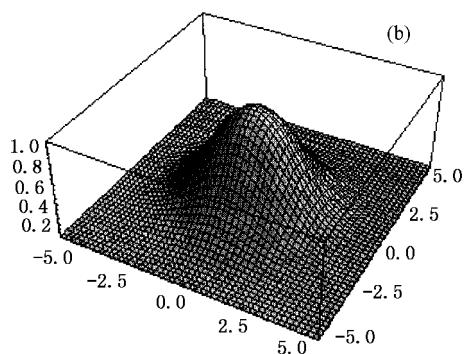
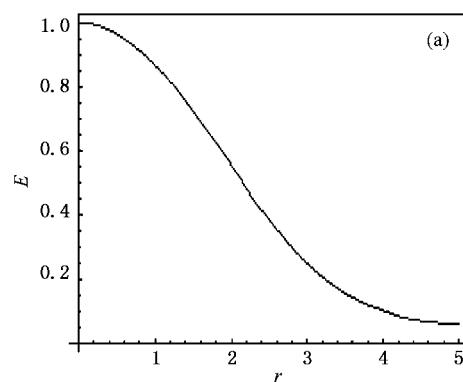
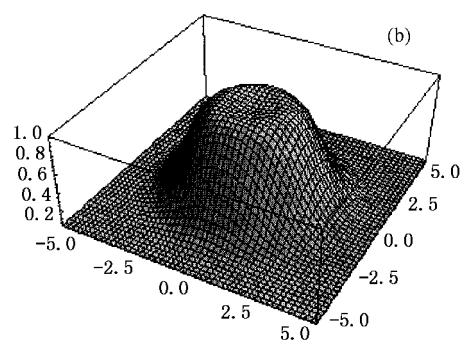
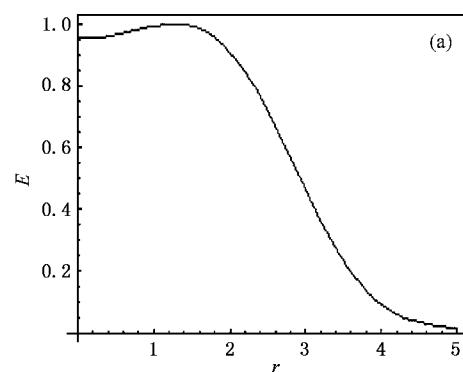


图 5 圆形 DMSM 腔的损耗随 M_2 半径变化

由图可知, DMSM 镜可以起到较好的模式分离作用, 但是 DMSM 为圆形镜时的模式分离度不如在一维情况下的好。一维无限长情况只是一种理想情况, 而实际的反射镜的尺寸是有限的, 所以圆形镜的

图 6 圆形 DMSM 腔的损耗随 M_2 半径变化

情况更符合实际。在 M_2 的菲涅耳数为 2 时,一维无限长腔中的基模与二阶模损耗值之差为 12%,而圆形反射镜腔中的 TEM_{00} 模与 TEM_{10} 模的损耗值之差为 9%, TEM_{00} 与 TEM_{01} 模之差达到 29%。这意味着基模光束在输出光场中占据主导地位,其他模由于损耗大而被抑制下去,直至不能输出。虽然我们无法模拟出输出光场的振幅分布,但分析此时的基模振幅分布就可以代表了输出光场的主要部分。图 7—图 10 是圆形反射镜腔在不同的 M_2 光阑半径情况下的输出基模振幅分布。

图 7 N_2 为 0.1 时 输出的基模振幅分布 (a) 为径向振幅分布 (b) 为三维振幅分布图 8 N_2 为 1 时 输出的基模振幅分布 图注同图 7图 9 N_2 为 3 时 输出的基模振幅分布 图注同图 7

从图 7—图 10 中可见,在 N_2 为 0.1 时,基模光束与

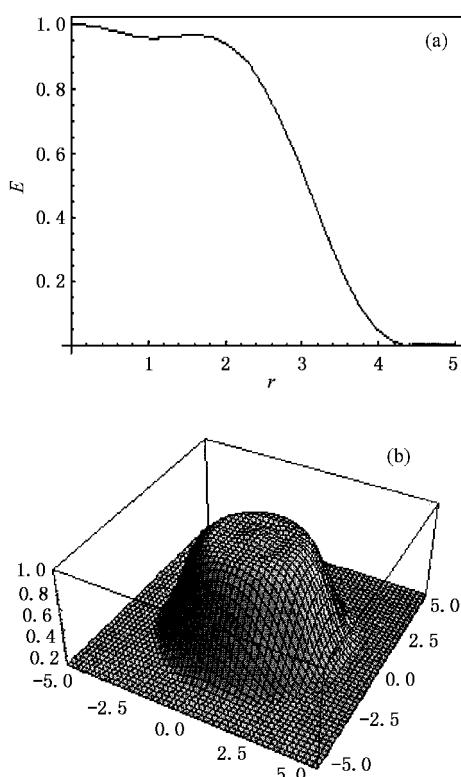


图 10 N_2 为 8 时 输出的基模振幅分布 图注同图 7

基模高斯光束有着很大差异,呈现出共焦腔中高阶模的特性.在 N_2 为 1 时,输出的振幅分布变好,趋于高斯光束分布.在 N_2 为 3 时,输出光束顶部开始平坦化.在 N_2 为 8 时,已接近我们设计的 3 阶超高斯输出.可见随着 M_2 镜的半径扩大,输出的基模光束的分布得到了很大改善,逐渐体现出超高斯特性,也使输出光束的质量得到改善.故在实际应用中,应考虑到尽可能把 DMSM 反射镜做大,一方面改善了输出光束的特性,另一方面也可相应增加光束的模体积,对提高功率有益.

5 结 论

从上述分析和计算可以看出,DMSM 在谐振腔中不仅起到使模式振荡的作用,还是一种较好的模式选择元件,可以根据输出光场的要求,设计和定制 DMSM 镜.定制的 DMSM 镜可以产生所需的输出光束,并使基模与高阶模有较大的模式分离度,大大地改善激光器的光束输出特性.

- [1] James R. Leger, D. N. Chen, Greg Mowry, *Appl. Opt.*, **34** (1995), 2498.
- [2] P. A. Belanger, C. Pare, *Opt. Lett.*, **16** (1991), 1057.
- [3] C. Pare, P. A. Belanger, *J. Quant. Electron.*, **28** (1992), 355.
- [4] A. G. Fox, T. Y. Li, *Bell Syst. Tech. J.*, **40** (1961), 453.

- [5] A. E. Siegman, H. Y. Miller, *Appl. Opt.*, **9** (1970), 2729.
- [6] D. Y. Yi *et al.*, Computing Method (Zhejiang University Press, Hangzhou, 1989), 107 [in Chinese]; 易大义等,计算方法(浙江大学出版社,杭州,1989),第 107 页].

THE RESEARCH ON IMPROVING THE CHARACTERISTICS OF LASER OUTPUT WITH DIFFRACTIVE OPTICAL ELEMENTS

LU XUAN-HUI HUANG KAI-KAI

(Department of Physics , Zhejiang University , Hangzhou 310028 ,China)

(Received 9 January 2001 ;revised manuscript received 12 March 2001)

ABSTRACT

The matrix eigenvalues method is used to analyze the laser cavity in which the traditional spherical mirror is replaced by the phase type diffraction optical elements. The authors analyze the characteristics of the modes under the conditions of different Fresnel number. The results show that this laser cavity can enhance the discrimination between spatial modes effectively and can be used to design the output laser beam.

Keywords : modal discrimination , diffraction optical element , laser cavity , matrix eigenvalues

PACC : 0260 , 0340K , 8760G