

# 强流加速器中束晕-混沌的小波间隔反馈控制

高 远<sup>1)</sup> 翁甲强<sup>1)</sup> 方锦清<sup>2)</sup> 罗晓曙<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 广西师范大学物理与电子科学系 桂林 541004)

<sup>2)</sup> 中国原子能科学研究院 北京 102413)

(2000 年 10 月 14 日收到 2001 年 3 月 6 日收到修改稿)

在束晕-混沌的小波函数控制已实现的基础上,给出了一种形式更为简单的小波函数控制器,并研究了束晕-混沌的多周期间隔反馈控制方法.以控制初始条件遵从 Kapchinskij-Vladimirskij 分布的离子束为例进行模拟,结果表明,通过适当选择间隔的周期数和小波控制器的控制参数,仍能很有效地对束晕-混沌进行控制,并能达到消除束晕及其再生现象的理想结果.研究结果可望为实用强流加速器的研制提供有价值的参考.

关键词:小波函数控制器,多周期间隔,束晕-混沌,强流离子束

PACC: 0545, 4265

## 1 引 言

强流离子加速器是洁净核能开发系统的重要组成部分<sup>[1]</sup>,且在激光、国防等各个领域也有着广泛的应用前景.由于强流加速器运行时会产生显著的束晕-混沌现象,使散射离子打击在加速器器壁上,从而导致超标的放射性剂量和损坏结构元件等严重后果,因此解决这一问题成了该加速器研制的一个关键.自 20 世纪 90 年代以来,科学工作者在不断探索束晕-混沌的形成机理<sup>[2,3]</sup>的同时,也在不断寻求束晕-混沌的控制方法<sup>[4,5]</sup>.鉴于束晕-混沌是一种非线性极强、对外界干扰较为敏感的时空混沌,文献[5]从一般的混沌控制<sup>[6,7]</sup>策略出发,提出了用非线性反馈控制方法去控制周期性聚焦磁场通道中离子运动产生的束晕-混沌现象.即在离子径向受力方程等号的右边加上一个非线性控制器  $G$ ,使径向力成为

$$F_r = -q \nabla \Phi(r, z) + G. \quad (1)$$

借助  $G$  改变离子受力情况,从而达到对束晕-混沌进行有效的控制.我们已在文献[8]中报道了用小波函数构造的反馈控制器:

$$G = -g \frac{2}{a} \left[ \left( 1 - \frac{2}{a} r_{\text{rms}}^2 \right) e^{-r_{\text{rms}}^2/a} - \left( 1 - \frac{2}{a} a_m^2 \right) e^{-a_m^2/a} \right]. \quad (2)$$

在适当选择控制参数和采用连续周期反馈控制的条件下,实现了对束晕-混沌的有效控制,消除了束晕及其再生现象.不过,此控制器形式比较复杂,虽然

在计算机模拟中可以实现,但在工程中实现却有困难,而且每周期都加控制也不方便,所以在实现控制的基础上研究更好的小波函数控制器和多周期间隔控制方法就成了进一步需要考虑的问题.

本文一方面利用小波函数的局域化特征,选择了一形式较为简单的小波函数构造反馈控制器,发现它一样可以达到理想控制效果;另一方面根据要使离子束的半径限定在某个稳定的范围,描述束晕-混沌控制效果的统计量首先必须趋近一个稳定的变化范围(或近似稳定的状态)的束晕-混沌控制思想,提出了束晕-混沌多周期间隔控制的方法.即先让离子束在周期聚焦通道中用小波函数反馈控制器连续反馈控制,使离子束的统计量进入一个稳定的变化范围(或近似稳定的状态),之后再实施多周期间隔控制,使束晕-混沌现象继续得到控制.本文以初始条件遵从 Kapchinskij-Vladimirskij(K-V)分布的离子束的控制为例进行模拟,结果表明,只要选择适当的周期间隔,则小波函数控制器的多周期间隔反馈控制方法仍能达到令人满意的效果.

## 2 小波函数和小波函数控制器的构造及系统状态描述

### 2.1 小波函数的定义及选取

设  $f(\xi)$  为一平方可积函数,即  $f(\xi) \in L^2(R)$ , 其中  $L^2(R)$  表示定义在实轴上可测得的平方可积函数空间,即  $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\xi)|^2 d\xi < \infty$ , 其中  $f(\xi)$  的

Fourier 变换  $\Psi(\omega)$  应满足

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|}{\omega} d\omega < \infty. \quad (3)$$

(3) 式称为小波函数可容性条件. 小波函数  $f(\zeta)$  可进行伸缩和平移, 对于一维情形, 可表为

$$f_{ab}(\zeta) \equiv f\left(\frac{\zeta - b}{a}\right). \quad (4)$$

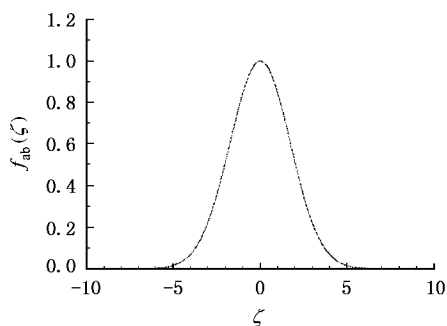
它满足性质: 当  $a < 1$  时,  $f_{ab}(\zeta)$  在  $\zeta$  轴上压缩; 当  $a > 1$  时,  $f_{ab}(\zeta)$  在  $\zeta$  轴上展宽. 文献 [8] 用到的小波函

数正具有这种性质.

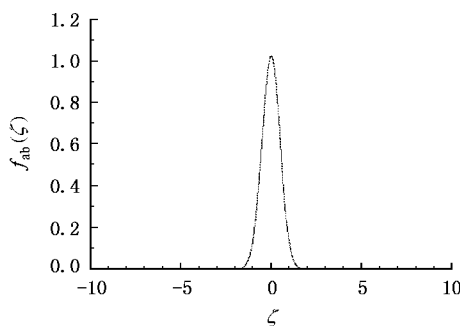
本文采用更为简单的小波函数形式:

$$f_{ab}(\zeta) = e^{-(\zeta - b)^2/a}, \quad (5)$$

它是一个正态分布函数. 选择平移参数  $b$  可以改变  $\zeta$  的定位中心 (改变波形平移), 调整伸缩参数  $a$  可改变波形在  $\zeta$  轴上的伸缩程度. 图 1(a)(b) 为 (5) 式的小波波形图.



(a) 小波函数参数  $a = 6, b = 0$



(b) 小波函数参数  $a = 0.5, b = 0$

图 1

## 2.2 小波函数控制器的构造

针对束晕-混沌控制, 构造的函数控制器具有如下一般形式:

$$G = g[f_{ab}(r_{\text{rms}}) - f_{ab}(a_m)], \quad (6)$$

式中  $g$  是控制器的增益因子;  $r_{\text{rms}}$  为离子束的均方根半径, 它是控制器的反馈变量;  $a_m$  为离子束的匹配半径, 它起着束晕-混沌控制的限制作用. 当  $r_{\text{rms}} \rightarrow a_m$  时, 则控制器不起作用. 为简单起见, 本文选择平移参数  $b = 0$ , 于是利用 (5) 式构造出的小波函数控制器形式如下:

$$G = g[e^{-r_{\text{rms}}^2/a} - e^{-a_m^2/a}]. \quad (7)$$

对不同初始分布的离子束, 可适当选择控制参数  $a$  和  $g$  以及控制间隔的周期数  $\Delta P$ , 以实现束晕-混沌的有效控制. 对于初始条件遵从 K-V 分布的离子束, 可取控制器形式为

$$G = -15.5[e^{-r_{\text{rms}}^2/2.8} - e^{-a_m^2/2.8}]. \quad (8)$$

## 2.3 衡量束晕-混沌控制效果的有关物理量及其符号约定

非线性反馈控制方法就是在离子的径向受力方

向加上一个适当的外力, 使其抑制离子由于在运动过程中与束核相互作用而向外逃逸的倾向, 从而达到控制束晕-混沌的目的. 由于在研究过程中跟踪离子束中单个离子的运动变化状态并不现实, 所以本文采用如下一些统计量来描述系统状态:

1) 束晕强度因子 (简称晕度)  $H$ , 为处于半径大于  $1.75a_m$  的离子数与参与模拟的所有离子数之比, 它是束晕-混沌控制的定量测度. 与之相关的离子束的最大束晕强度因子用  $H_{\text{max}}$  表示. 单周期晕度的平均值用  $H_{\text{av}}$  表示.

2) 单周期离子束横向截面动量平方平均值用  $P_{\text{av}}^2$  表示.

3) 单周期最大半径统计平均值用  $r_{\text{max av}}$  表示.

4) 单周期横向截面  $x$  方向相对于初始状态的平均发射度和  $y$  方向平均发射度, 分别用  $\epsilon_{x \text{ av}}$  和  $\epsilon_{y \text{ av}}$  表示. 相应  $x$  与  $y$  方向的最大平均发射度, 分别用  $\epsilon_{x \text{ av max}}$  和  $\epsilon_{y \text{ av max}}$  表示.

采用这些物理量, 不难量度束晕-混沌的控制效果. 这些物理量越小, 则控制效果越好.

## 3 数值模拟与分析

3.1 模拟参数

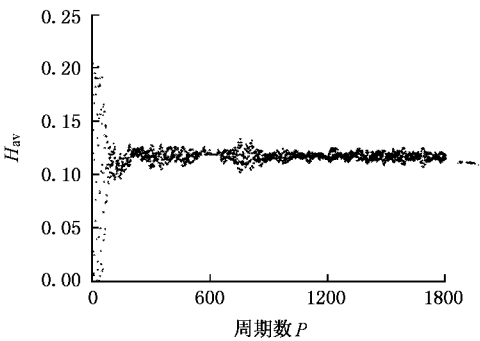
本文的模拟系统采用 50000 个离子,有关参数取调谐衰减因子为  $\eta=0.8$ ,失匹配因子为  $M=2$ ,真空相移为  $\sigma=115^\circ$ .由此可计算出的束匹配半径为  $a_m=0.7891642$ ,导流系数为  $K=0.9032079$ .在选取适当的控制间隔周期数目  $\Delta P$  后,采用聚焦通道众离子运动的多粒子模拟程序(PIC 程序),利用小波函数控制器(8)式,对初始满足 K-V 分布的离子束进行 1800 个周期的模拟控制.

3.2 间隔控制思想及对策

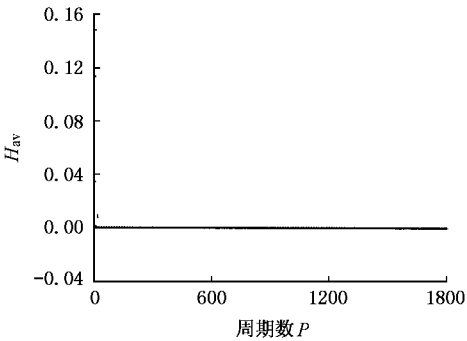
在计算中发现,采用控制器(8)式对 K-V 分布的离子束进行模拟,如果一开始就实施多周期间隔反馈控制,则会有离子很快从加速器通道逸出.表 1 给出了这种控制下离子逸出时的周期位置.

表 1

间隔周期数 $\Delta P$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
逸出时的位置 $P$	3	15	8	15	24	14	103	18	30	44	24	91	28	30	50

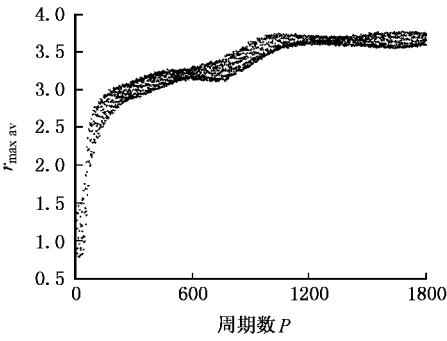


(a)无控制

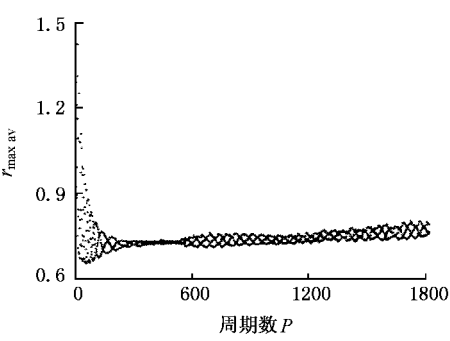


(b)有控制

图 2



(a)无控制



(b)有控制

图 3

由表 1 可以看出,这种情况下有离子逸出的时间很短(大都不超过 100 个周期).图 2(a)和(b)分别给出了初始离子遵从 K-V 分布时,在有无用小波函数控制器(8)式作连续周期控制的束平均晕度  $H_{av}$  随周期  $P$  的变化.由图 2 可以看到在连续控制条件下( $\Delta P=1$ ),晕度在 60 个周期以内就开始变为零.图 3(a)和(b)分别给出相同初始分布条件下的离子束在有无用小波函数控制器(8)式作连续控制的平均最大半径  $r_{max\ av}$  随周期  $P$  的变化比较.由图 3 可见,在无控制器控制时, $r_{max\ av}$  的变化范围较大,并有增大的趋势.有控制时  $r_{max\ av}$  的数值迅速下降(不超过 50 个周期),且能稳定在很小的变化范围内.图 2 和 3 也说明了要使众多离子运动的横向半径限定在某个稳定的变化范围内,离子的统计平均量首先要趋于一个稳定的变化范围(或近似稳定的状态).因此我们采取先让系统连续受控,使其趋近于较稳定的变化状态,然后再施行多周期间隔的反馈控制以达到继续控制的目的.模拟结果表明,用这种控制方法,只要适当选择控制参数和加控制的间隔周期数,也能达到很好的控制效果.

3.3 数值模拟结果及分析

本文采用小波函数控制器(8)式,先对初始满足K-V分布的离子束连续控制100个周期,然后实施多周期间隔反馈控制直至1800个周期.表2给出了不同间隔周期数 $\Delta P$ 下,离子束演化1800个周期得到的统计量与不加控制时的结果比较.为了比较连

续反馈控制的效果,我们也列出了连续周期( $\Delta P = 1$ )控制的统计量结果.由于 $x$ 方向的平均发射度 $\epsilon_{x\text{ av}}$ 和 $y$ 方向的平均发射度 $\epsilon_{y\text{ av}}$ 数值相差很小,它们的最大平均发射度 $\epsilon_{x\text{ av max}}$ 和 $\epsilon_{y\text{ av max}}$ 也相差很小,且控制后变化范围较小,故这里只给出 $x$ 方向的最大平均发射度 $\epsilon_{x\text{ av max}}$ 有无控制的数值.

表2 初始为K-V分布的离子束在小波函数控制器(8)式先连续控制,然后施行间隔周期数为 $\Delta P$ 的周期间隔控制的条件下,在 $P = 1\,000$ 个周期后取值的有无加控制的结果比较

周期间隔 $\Delta P$	$H_{\text{max}}$ 控制有/无	$r_{\text{max}}/a_{\text{m}}$ 控制有/无	$P_{\text{av}}^2$ 控制有/无	$\epsilon_{x\text{ av max}}$ 控制有/无
1	0.000/0.14802	1.1579/5.2281	1.3674/3.6513	1.0023/2.8409
2	0.000/0.14802	1.4659/5.2281	1.6492/3.6513	1.0035/2.8409
3	0.000/0.14802	1.6138/5.2281	1.6138/3.6513	1.0019/2.8409
4	0.000/0.14802	1.5625/5.2281	1.5625/3.6513	0.9998/2.8409
6	0.000/0.14802	1.6346/5.2281	1.3773/3.6513	1.0011/2.8409
9	0.000/0.14802	1.7126/5.2281	1.6231/3.6513	1.0031/2.8409
11	0.000/0.14802	1.6451/5.2281	1.4514/3.6513	1.0126/2.8409

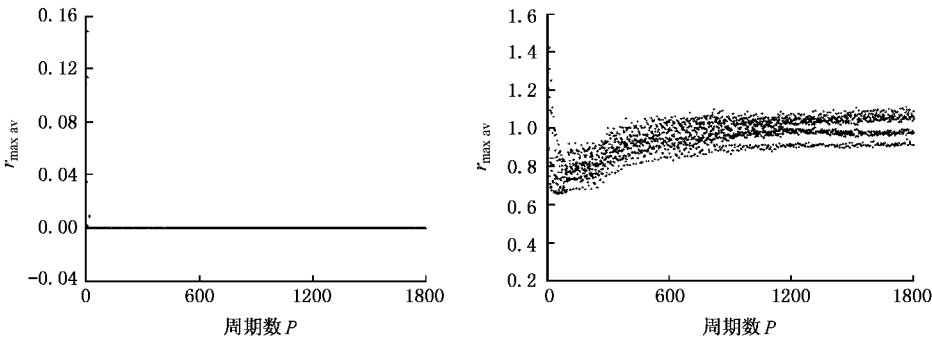
从表2不难看出,用(8)式进行多周期间隔控制,可以得到以下结果:

- 1) 控制后最大晕度 $H_{\text{max}}$ 转变为零,这也就说明晕度 $H$ 在控制后全部为零,而且没有束晕的再生现象.这是对束晕进行控制的一个理想结果.
- 2) 离子的横向截面动量平方平均值 $P_{\text{av}}^2$ 有控制后减小将至原来的 $1/3$ 左右,即离子在横向的能量被大大减小了.因此加控制后横向离子散射半径将大大地减小. $r_{\text{max}}/a_{\text{m}}$ 在1000个周期的演化后也减小到原来的 $1/3$ 至 $1/5$ ,这表明用小波函数控制器进行多周期间隔控制,也可以有效抵消离子的径向斥力,减小离子横向的能量,从而抑制离子向外散射,破坏束晕-混沌产生的主要机理,使达到控制效果.
- 3) 无论离子束 $x$ 方向的最大平均发射度,还是 $y$ 方向的最大平均发射度在加控制后都大大地减小了,在控制1000个周期后,最大平均发散度比不加

控制时的二分之一还小,这说明离子束被约束得更加紧密了.

4) 多周期间隔反馈控制与连续控制的效果几乎相同,而多周期间隔控制可大大减小控制的次数,从而提高了实用强流加速器的可实现性.

图4(a)和(b)分别是周期间隔 $\Delta P = 6$ 时,多周期间隔控制后的平均晕度 $H_{\text{av}}$ 和平均最大半径 $r_{\text{max av}}$ 的演化图.图4(a)和(b)分别与图3(a),图3(b)比较,可以看到无控制时,平均晕度较大,且变化范围也较大的,有控制时,晕度迅速下降至零,并一直维持零晕度状态,即消除了束晕及其再生现象.无控制时,离子束的最大半径的平均值不仅有增大趋势,而且变化范围也较大.有多周期间隔控制时, $r_{\text{max av}}$ 的数值则很快下降,不仅可下降到无控制时的 $1/3$ 左右,而且能较稳定地保持在一个较小的变化范围之内.



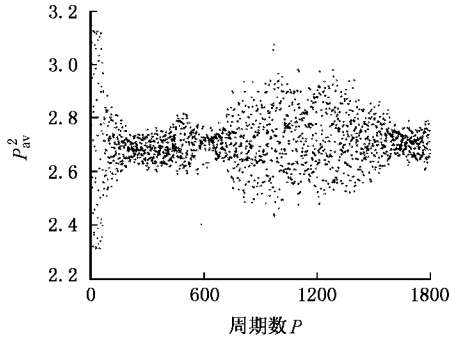
(a) 无控制 (b) 有控制

图4

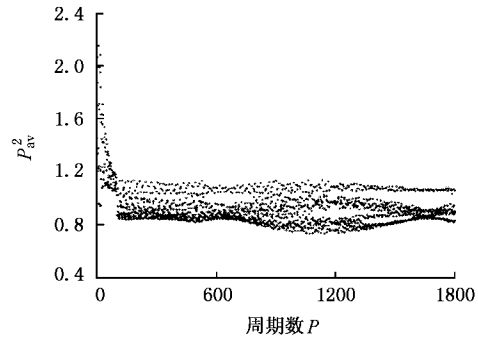
图 5 (a) 和 (b) 分别是周期间隔  $\Delta P = 6$  时, 有无多周期间隔反馈控制的横向动量平方平均值  $P_{av}^2$  随周期  $P$  的变化图. 由图 5 可见, 不加控制时  $P_{av}^2$  不仅数值很大, 而且处于混沌和横向杂乱散射状态, 但经过多周期间隔反馈控制后,  $P_{av}^2$  立即大幅度下降, 这时虽然它仍有一定的变化范围, 但数值比无控制时少了二分之一强, 这说明多周期间隔小波函数控制器反馈控制能有效抑制离子的横向能量, 减少了离

子向外散射.

图 6 (a) 和 (b) 给出了周期间隔  $\Delta P = 6$  时, 有无多周期间隔反馈控制的离子束均方根半径随周期  $P$  的变化. 由图 6 可见, 无控制时离子均方根半径的演化处于混沌状态, 并且振荡幅度变化十分无规则, 但经过多周期间隔反馈控制后, 离子束均方根半径不仅振荡变化比无控制时有规则得多, 而且振荡中心也有了明显的下降.

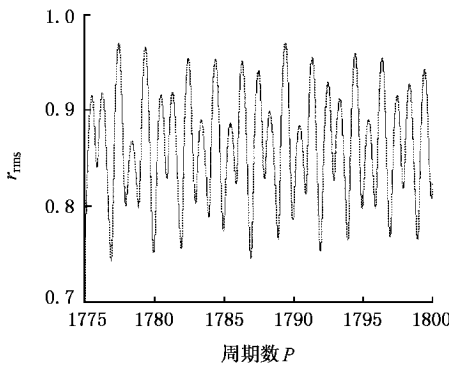


(a) 无控制

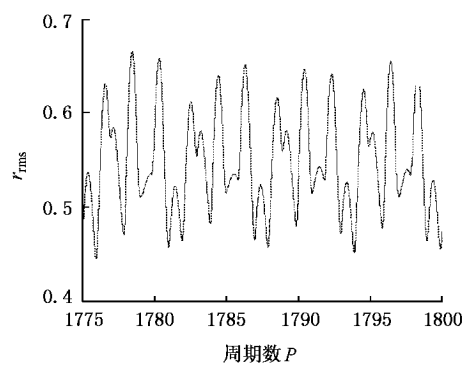


(b) 有控制

图 5



(a) 无控制



(b) 有控制

图 6

图 7 (a) 和 (b) 分别是周期间隔  $\Delta P = 6$  时, 有无多周期间隔反馈控制的离子运动的最大半径演化图. 由图 7 比较可见, 不加控制时离子束最大半径的变化相当剧烈、杂乱无章, 甚至比不加控制的均方根振荡变化幅度还要大、还要无规则. 有控制时, 最大半径的变化幅度有了明显减小, 振荡中心也有了明显的降低 (只有无控制的  $1/3$  左右). 当然, 最大半径的变化也还是没有像均方根变化那样有规则.

图 8 (a) 和 (b) 分别为周期间隔  $\Delta P = 6$  时, 在有无多周期间隔反馈控制条件下, 于周期  $P = 1500$  处横截面上的离子分布图. 图 9 (a) 和 (b) 分别为有无多周期间隔控制条件下, 于周期  $P = 1500$  处的离子分布相图. 由图 8 和 9 可以看到, 不加控制时离子的分布比较松散, 很不均匀, 束晕现象明显; 有控制时, 在  $P = 1500$  处, 空间截面图与相图面积被明显压缩, 只剩原来的  $1/14$  左右. 这就是说, 在多周期间隔反馈控制下, 束晕现象已基本消除, 且离子分布的均匀性得到很好的改善.

图 8 (a) 和 (b) 分别为周期间隔  $\Delta P = 6$  时, 在有

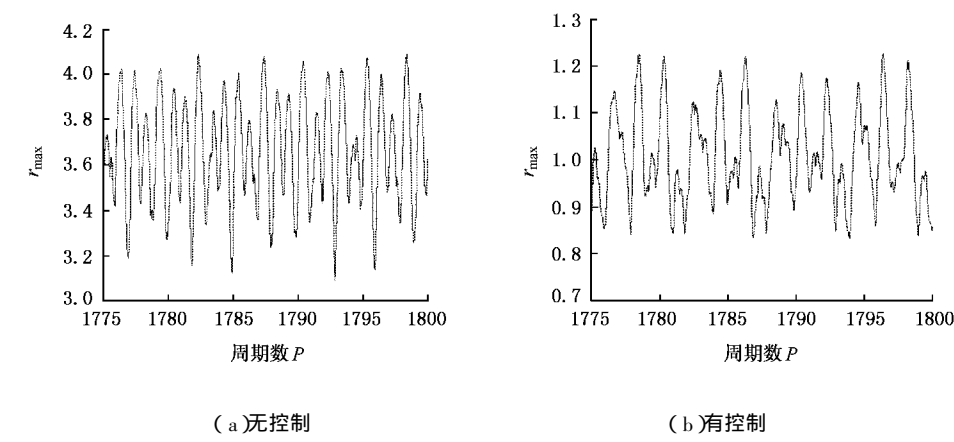


图 7

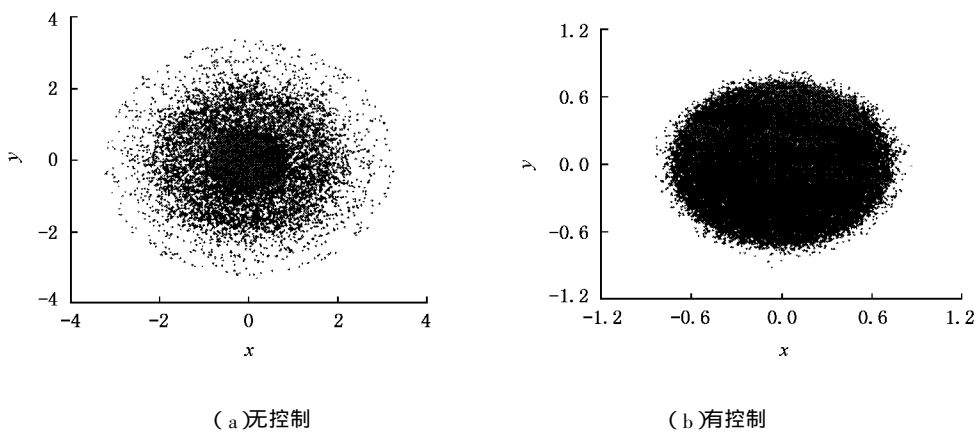


图 8

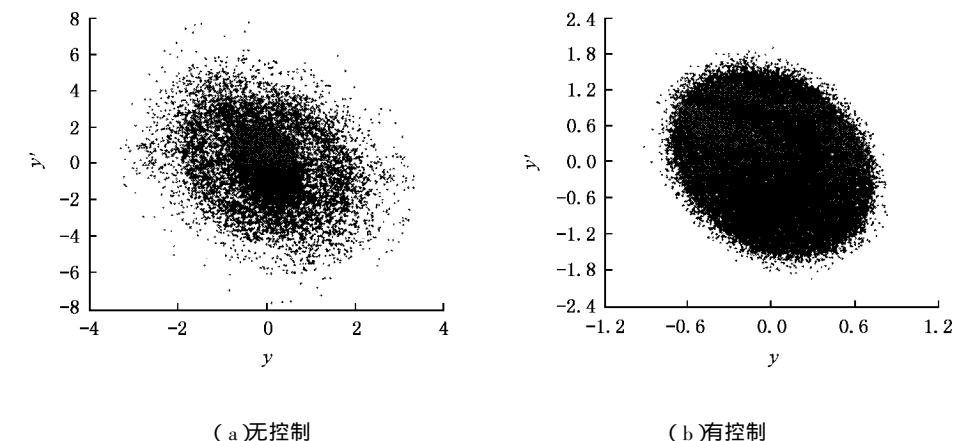


图 9

4 结 语

本文用形式较为简单的小波函数构造函数控制器,研究了多周期间隔控制束晕-混沌的方法.以控制初始满足 K-V 分布的离子束为例进行模拟,结果

表明,选择控制器适当的控制参数和加控制的间隔周期数目,也能对强流加速器的束晕-混沌进行很好的控制,较理想地消除束晕及其再生现象,但却大大地减少了全过程的控制次数.用小波函数构造的反馈控制器多周期间隔控制,同样可以用于其他形式的离子束.小波函数控制器的多周期间隔反馈控制

方法 ,可望较好解决强流离子加速器的束晕-混沌现象问题 ,从而为实用强流加速器的实现提供了参考 .

[ 1 ] D Zh Ding , Science & Technology **3**( 1997 ) , 32 in Chinese [ 丁大钊 , 科技导报 **3**( 1997 ) , 32 ].

[ 2 ] S. Y. Lee Space Charge Dominated Beam and Applications of Hight Brightness Beam( AIP Press ,Woodbury ,New York ,1996 ).

[ 3 ] R.L.Gluckstern , A.V. Fedotor , Phys. Rev. **E58**( 1998 ) , 4977.

[ 4 ] J.Q. Fang , Nature **22**( 2000 ) , 63 in Chinese [ 方锦清 , 自然杂志 **22**( 2000 ) , 63 ].

[ 5 ] J. Q. Fang *et al.* , Progress in Nature Science , **11**( 2001 ) , 113 in both English and Chinese [ 方锦清 , 自然科学进展 , **11**( 2001 ) , 113 ].

[ 6 ] J. Q. Fang ,Progress in Physics **16**( 1996 ) , 137 in Chinese [ 方锦清 , 物理学进展 **16**( 1996 ) , 137 ].

[ 7 ] J. Q. Fang ,M. K. Ali ,Control and Synchronization of Spatiotemporal Chaos ,In : G. Cher( ed. ) ,Control of Bifurcation and Chaos in Engineering Systems( CRC Press , New York ,1999 ) , p. 107.

[ 8 ] J. Q. Fang ,Y. Gao ,J. Q. Weng ,G. R. Chen ,X. S. Luo ,Nature **22**( 2000 ) , 38 in Chinese [ 方锦清、高 远、翁甲强、陈关荣、罗晓曙 , 自然杂志 , **22**( 2000 ) , 38 ].

# A METHOD OF MULTI-PERIODICAL INTERVAL CONTROL BEAM HALO-CHAOS BY WAVELET FEEDBACK CONTROL FUNCTION

GAO YUAN<sup>1)</sup> WENG JIA-QIANG<sup>1)</sup> FANG JIN-QING<sup>2)</sup> LUO XIAO-SHU<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Physics and Electronic Science , Guangxi Normal University , Guilin 541004 ,China )

<sup>2)</sup> China Institute of Atomic Energy , Beijing 102413 ,China )

( Received 14 October 2000 ; revised manuscript received 6 March 2001 )

## ABSTRACT

A simpl wavelet control function is presented on the basis of the realization in control of beam halo-chaos for high intensity ion beam in period-focusing channel by wavelet function , and the feedback control method of multi-periodical intervals is studied . The beam with the K-V distribution is taken as a typical example . The simulation results demonstrate that beam halo-chaos can be controlled well by selecting the parameters of control function and the number of control multi-periodical intervals , and the beam halo and its regeneration can also be eliminated perfectly . The research offers a valuable reference for the application in the control of beam halo-chaos in high intensity accelerators .

**Keywords :** wavelet control funtion , multi-periodical intervals , beam halo-chaos , high-intensity

**PACC :** 0545 , 4265