

# 二能级原子与双模场喇曼相互作用模型的腔场谱 \*

高云峰<sup>1)</sup> 冯 健<sup>2)</sup> 史舒人<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 聊城师范学院教育工程系, 聊城 252059

<sup>2)</sup> 中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放实验室, 合肥 230031

<sup>3)</sup> 聊城师范学院光通信研究所, 聊城 252059

(2001 年 2 月 14 日收到, 2001 年 3 月 12 日收到修改稿)

研究了在高  $Q$  腔内二能级原子与双模量子化光场发生双光子共振喇曼相互作用过程的腔场谱. 发现原子初态的不同不改变腔场谱结构的基本特征. 两模光场初态均为光子数态或均为相干态时, 每模腔场谱一般都为双线结构, 两条谱线的频差与另一模初始场强大致成正比, 改变一模初始场可以调节另一模谱线频率.

关键词: 腔场谱, 喇曼相互作用, 双模光场

PACC: 4250, 3280, 4265

## 1 引 言

喇曼散射是一种重要的原子与光相互作用过程. 近年来, 随着高  $Q$  腔中原子与腔场相互作用的非经典特性, 例如辐射谱真空场拉比劈裂<sup>[1]</sup>、原子反转度的塌缩与恢复<sup>[2]</sup>等, 逐渐被实验所证实<sup>[3,4]</sup>, 人们对高  $Q$  腔中原子与光场的喇曼相互作用倍加关注. 简并二能级原子与单模腔场、非简并二能级原子与双模腔场的喇曼相互作用动力学特性、原子辐射谱和交流斯塔克位移对场强和缠绕的影响等都得到了深入研究<sup>[5-10]</sup>. 另一方面, 作为获得原子与光场相互作用信息的重要方法, 光谱结构的研究一直受到人们的重视. 继原子辐射谱之后, 腔场谱(cavity field spectra)近年来又成为新的研究热点<sup>[11-14]</sup>. 例如, Ashraf<sup>[12]</sup>研究了非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型的腔场谱, 本文作者也研究了两原子初态交换对称性对双光子 Jaynes-Cummings 模型腔场谱的影响<sup>[13]</sup>. 虽然辐射谱和腔场谱从不同侧面给出了“原子-腔场”相互作用的信息, 但后者在研究双模腔场的谱结构时具有前者无法替代的作用, 因为这时腔场谱的研究可以具体讨论一模光场对另一模频率、强度的影响<sup>[14]</sup>而辐射谱对此无能为力. 研究两模光场的相互影响对于实现两模双光子激光具有重要意义<sup>[12]</sup>. 目前, 关于原子与双模腔场喇曼相互作用模型腔场谱的研究尚未见报道, 本文将对此予以讨论.

## 2 模型与理论推导

处于高  $Q$  腔内的原子具有两个非简并能级  $|+\rangle$  和  $|-\rangle$ , 通过虚能级  $|J\rangle$  与双模光场发生喇曼相互作用, 并且, 双模腔场光子的频率  $\omega_1, \omega_2$  之差等于原子的跃迁频率  $\omega_0$ , 即发生双光子共振,  $\omega_1 - \omega_2 = \omega_0$ . 如图 1 所示. 原子与双模腔场系统在上述喇曼过程中的哈密顿量为<sup>[7]</sup> (取  $\hbar = 1$ )

$$H = \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_z + g(a_1 a_2^\dagger \sigma^+ + \sigma a_2 a_1^\dagger), \quad (1)$$

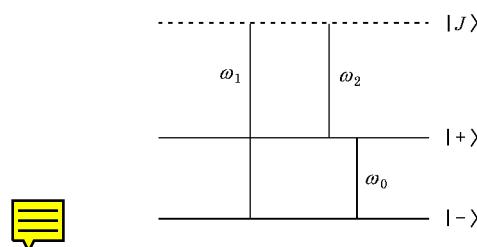


图 1 原子与双模光场喇曼相互作用  $|+\rangle$  和  $|-\rangle$  是原子的非简并能级,  $|J\rangle$  是虚能级

其中  $a_i^\dagger, a_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为模  $i$  腔场的光子产生和湮没算符,  $\sigma^+$ ,  $\sigma$  和  $\sigma_z$  为原子的赝自旋算符,  $g$  为原子与腔场的喇曼耦合常量.

\* 山东省自然科学基金(批准号: Q99A03)资助的课题.

## 2.1 原子初态处于基态

为计算方便,可将系统的基矢取为

$$|\Psi_1^N\rangle = |-, n_1, n_2\rangle, \\ |\Psi_2^N\rangle = |+, n_1 - 1, n_2 + 1\rangle, \quad (2)$$

其中三个量子数 $+( - ), n_1$ 和 $n_2$ 分别表示原子所处的能级和模 $i$ 腔场的光子数, $N$ 代表( $n_1, n_2$ ).

(1)式的本征方程为

$$H |\varphi_j^N\rangle = E_j^N |\varphi_j^N\rangle \quad (j = 1, 2), \quad (3)$$

$$|\varphi_j^N\rangle = \sum_{m=1}^2 C_{jm}^N |\Psi_m^N\rangle \quad (j = 1, 2). \quad (4)$$

利用标准方法可求出 $H$ 的本征值和相应的本征态为

$$E_{1,2}^N = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - \frac{1}{2} \omega_0 \pm g \sqrt{n_1(n_2 + 1)}, \quad (5)$$

$$C_{11}^N = C_{12}^N = C_{21}^N = -C_{22}^N = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (6)$$

(5)和(6)式适用于 $n_1 \geq 1, n_2 \geq 0$ 的情况.当 $n_1 = 0$  ( $n_2 = -1$ )时,与 $N$ 相应的本征态只有一个,即 $|\Psi_1^N\rangle$  ( $|\Psi_2^N\rangle$ ).

按照Eberly物理谱的定义,该系统的腔场谱按以下式计算<sup>[15]</sup>:

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' e^{-(\Gamma - i\omega)T - t'} \int_0^T dt e^{-(\Gamma + i\omega)T - t} \\ \cdot |\Phi(0)| A^+(t') A(t) |\Phi(0)\rangle, \quad (7)$$

其中 $\Gamma$ 是谱仪的带宽, $T$ 是测量时间, $|\Phi(0)\rangle$ 是系统的初态, $A(t) = a_1(t) + a_2(t)$ .若初始时刻原子处于基态而双模腔场处于任意态,即

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} q_{n_1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} |-, n_1, n_2\rangle,$$

经过繁杂的计算可以得到(令 $q_{-1}^{(i)} = 0$ )

$$S(\omega) = 2\Gamma \sum_{n_1=-1}^{\infty} \sum_{n_2=-1}^{\infty} \sum_{m=1}^2 \left| \sum_{j=1}^2 \left( q_{n_1+1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} G_{jm}^N Z_{jm}^N \right. \right. \\ \left. \left. + q_{n_1}^{(1)} q_{n_2+1}^{(2)} F_{jm}^N Y_{jm}^N \right) \right|^2, \quad (8a)$$

$$G_{jm}^N = \sum_{k=1}^2 C_{j1}^N C_{jk}^N b_{1k}^N C_{mk}^N, \quad (8b)$$

$$F_{jm}^N = \sum_{k=1}^2 C_{j2}^N C_{jk}^N b_{2k}^N C_{mk}^N, \quad (8c)$$

$$Z_{jm}^N = \frac{e^{i[\omega - (E_j^N - E_m^N)]T} - e^{-i\Gamma T}}{\Gamma + i[\omega - (E_j^N - E_m^N)]}, \quad (8d)$$

$$Y_{jm}^N = \frac{e^{i[\omega - (E_j^N - E_m^N)]T} - e^{-i\Gamma T}}{\Gamma + i[\omega - (E_j^N - E_m^N)]}, \quad (8e)$$

$$b_{1k}^N = \sqrt{n_1 + k - 1}, b_{2k}^N = \sqrt{n_2 + k - 1}, \quad (8f)$$

其中 $N_1$ 代表( $n_1 + 1, n_2$ ), $N_2$ 代表( $n_1, n_2 + 1$ ).

利用(5)(6)和(8)式,可以计算双模光场的腔场谱.

如果一模腔场的初态为光子数态或压缩真空态,则(8a)式中的 $q_{n_1+1}^{(i)}$ 和 $q_{n_2}^{(i)}$ 不可能同时不为零,这时系统的腔场谱等于两模腔场谱的简单叠加,即

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega), \quad (9a)$$

$$S_1(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' e^{-(\Gamma - i\omega)T - t'} \int_0^T dt e^{-(\Gamma + i\omega)T - t} \\ \cdot |\Phi(0)| a_1^+(t') a_1(t) |\Phi(0)\rangle, \quad (9b)$$

$$S_2(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' e^{-(\Gamma - i\omega)T - t'} \int_0^T dt e^{-(\Gamma + i\omega)T - t} \\ \cdot |\Phi(0)| a_2^+(t') a_2(t) |\Phi(0)\rangle. \quad (9c)$$

当两模腔场的初态都处于相干态时,可以证明(9)式仍是很好的近似<sup>[14]</sup>.

## 2.2 原子初态处于激发态

为计算方便,可将系统的基矢取为

$$|\Psi_1^N\rangle = |+, n_1, n_2\rangle, \\ |\Psi_2^N\rangle = |-, n_1 + 1, n_2 - 1\rangle, \quad (2')$$

这时(5)式变为

$$E_{1,2}^N = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 + \frac{1}{2} \omega_0 \pm g \sqrt{(n_1 + 1)n_2}, \quad (5')$$

且适用范围变为 $n_1 \geq 0, n_2 \geq 1$ .相应地(8f)式变为

$$b_{1k}^N = \sqrt{n_1 + k - 1}, b_{2k}^N = \sqrt{n_2 + k - 1}. \quad (8f')$$

在用(5')和(8f')式分别代替(5)式和(8f)式后,计算腔场谱的其他各式的形式均保持不变.

## 3 结果与讨论

### 3.1 原子初态处于基态

当原子初态为基态时,如果模Ⅰ光场处于真空态,则原子无法从光场吸收光子而跃迁到激发态,即原子与光场无法产生喇曼耦合作用.数值计算结果也得出,此时无论模Ⅱ初始光场如何变化,腔场谱中

只有频率为  $\omega_2$  的经典共振谱. 但当模 I 光场不处在真空态时, 则无论模 II 初始场强是否为零, 两模腔场谱都将产生劈裂并随初态的不同而显现出不同的结构, 呈现出腔内喇曼散射的非经典特性. 下面对模 I 初始场强不为零的情况进行分析.

### 1. 光场初态为光子数态

两模初始光场均为光子数态时, 系统腔场谱可视为两模腔场谱的简单叠加. 分析(8)式可知, 模 I (模 II) 腔场谱的峰位和相对峰高分别由  $\omega = E_j^N - E_m^N (E_j^N - E_m^{N_2})$  和  $|G_{jm}^N|^2 (|F_{jm}^N|^2)$  决定, 这里  $N_1$  代表  $(n_1 - 1, n_2)$ ,  $N_2$  代表  $(n_1, n_2 - 1)$ . 结果列于表 1.

表 1 基态原子与两模数态光场喇曼相互作用过程的腔场谱 ( $n_1 \geq 1, n_2 \geq 0$ )

峰 位	相对峰高
$\omega_1 \pm g \frac{\sqrt{n_2 + 1}}{\sqrt{n_1} + \sqrt{n_1 - 1}}$	$2n_1 - 1 + \lfloor n_1(n_1 - 1) \rfloor^{1/2}$
$\omega_1 \pm g \frac{\sqrt{n_2 + 1}}{\sqrt{n_1} - \sqrt{n_1 - 1}}$	$2n_1 - 1 - \lfloor n_1(n_1 - 1) \rfloor^{1/2}$
$\omega_2 \pm g \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2 + 1} + \sqrt{n_2}}$	$2n_2 + 1 + \lfloor n_2(n_2 + 1) \rfloor^{1/2}$
$\omega_2 \pm g \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2 + 1} - \sqrt{n_2}}$	$2n_2 + 1 - \lfloor n_2(n_2 + 1) \rfloor^{1/2}$

由表 1 可知, 每一模腔场谱都是对称四峰结构, 但其中两峰的高度随初态光子数  $n_1$  ( $n_2$ ) 的增大而变高, 另两峰则随  $n_1$  ( $n_2$ ) 的增大而迅速变小, 结果每模腔场谱一般只能看到双峰. 就每模腔场谱中强度较大的两谱线而言, 其频率随另一模初始场强的增加而逐渐远离中心频率, 但随本模初始场强的增加而逐渐向中心频率靠拢. 图 2(a) 给出了模 II 光场处于真空态 ( $n_2 = 0$ ) 而模 I 光场为不同的光子数态时的腔场谱. 由于峰位重合, 模 II 腔场谱 (本文取  $\omega_1 - \omega_2 = 10g$ , 横轴  $-\omega_2$  处即对应模 II 场的频率  $\omega_2$ ) 只有两个峰, 峰高与模 I 初始场强无关, 但峰间距随着  $n_1$  的增大而增加; 模 I 腔场谱在  $n_1$  较小时为双峰, 随着  $n_1$  的增大, 双峰逐渐靠拢, 最后合并为单一的经典共振峰. 如果两模初始场的光子数相同, 每模腔场谱都是对称双峰结构 (图 2(b)), 当  $n$  较大时, 谱线频率趋于  $\omega_i \pm g/2$ , 这种特征与非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型的腔场谱基本一致<sup>[12]</sup>, 但两模腔场谱的峰高不同, 与非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型腔场谱中四峰等高结构<sup>[12]</sup> 有明显差别, 这反映了喇曼散射过程中两模场所处的地位不同.

文献 [13] 指出, 当高  $Q$  腔内原子与双模光场发生双光子共振相互作用时, 一模初始场强的变化会影响另一模腔场谱的频率. 在本文讨论的喇曼相互作用中, 模 II 腔场谱两谱线按相反方向偏离中心, 其裂距与  $\sqrt{n_i}$  成正比, 这与“两原子-双模腔场”系统中一模初始场强对另一模腔场谱频率的相互影响形式相同, 但后者只能影响三峰中强度较弱的边峰<sup>[13]</sup>.

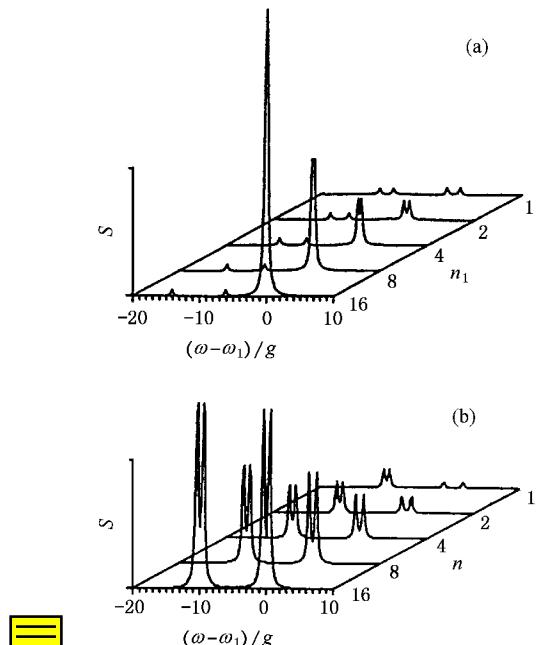


图 2 两模光场均处于光子数态 (a)  $n_2 = 0$  和 (b)  $n_1 = n_2$  时的腔场谱  $\Gamma = 0.2g$ ,  $T = 20/g$ ,  $\omega_1 - \omega_2 = 10g$

### 2. 初始场为光子数态的叠加态

若光场的初态为光子数态的叠加态, 由(8a)式可知, 腔场谱一般也是数态光场腔场谱的叠加结果, 它的主要特征也可以由数态的结果反映出来. 但是不同叠加态的腔场谱结构仍有不同的特点, 本文讨论两模均处于相干态或压缩真空态的情况.

首先讨论两模初态均为相干态的情况. 当模 II 处于真空态 ( $n_2 = 0$ ) 而模 I 为相干态时, 斯托克斯谱线仍为双线, 线宽比数态光场的谱线明显加宽, 双线频差仍随模 I 初始场强的增大而增加. 模 I 腔场谱在初始场很弱时出现多峰, 在初始场较强时仍为单一的经典共振峰 (图 3(a)). 当两模均处于相干态且平均光子数相等时, 腔场谱结构如图 3(b) 所示. 在初始场很弱时, 模 II 腔场谱只有单峰, 而模 I 中出现多峰, 这与非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型的谱结构明显的不同, 后者两模谱结构相同且都是双峰<sup>[12]</sup>. 随着初始场的增强, 每模腔场谱都变为中心

对称双峰结构,峰位趋于  $\omega_i \pm g/2$ ,这与光场初态为光子数态的结论相同,与非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型在相同的初态光场时的谱结构<sup>[12]</sup>基本相同。

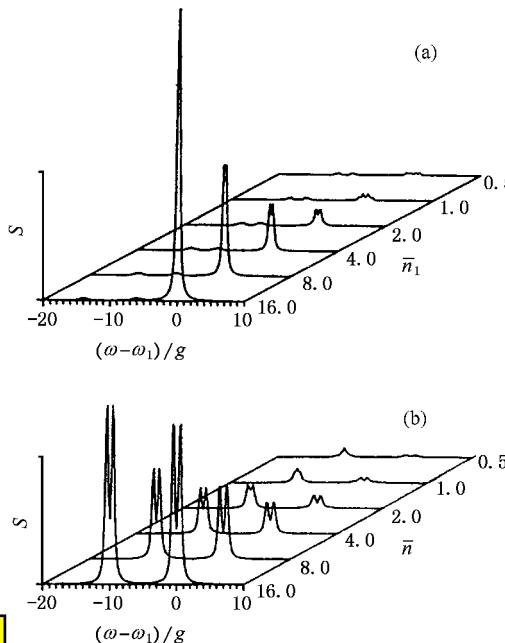


图 3 两模光场均处于相干态 (a)  $\bar{n}_2 = 0$  和 (b)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2$  时的腔场谱  
 $\Gamma = 0.2g$ ,  $T = 20/g$ ,  $\omega_1 - \omega_2 = 10g$

当模 II 处于真空态 ( $\bar{n}_2 = 0$ ) 而模 I 为压缩真空态时,模 II 腔场谱为多峰结构,但各峰高度都很小,模 I 腔场谱在初始场很弱时为双峰,随  $\bar{n}_1$  的增大很快合并为单峰(图 4(a))。当两模均处于压缩真空态且平均光子数相等时,腔场谱结构如图 4(b)所示。在强场条件下,两模腔场谱都只有单峰,即使在初始场很弱时,也只有模 I 中出现双峰,模 II 腔场谱仍为单峰。这表明喇曼相互作用过程中,压缩真空态光场的腔场谱只在弱场条件下才具有非经典特性。在初始场较强时,压缩真空态光场的腔场谱只有单一共振峰,这一点与非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型和“两原子-双模腔场”系统的腔场谱结构特点相同<sup>[12,14]</sup>。

### 3.2 原子处于激发态

在原子初态为激发态时,系统腔场谱的特性与 3.1 段十分相似,只是两模光场所处的地位要互相交换。如果这时模 II 场处于真空态,则原子无法从模

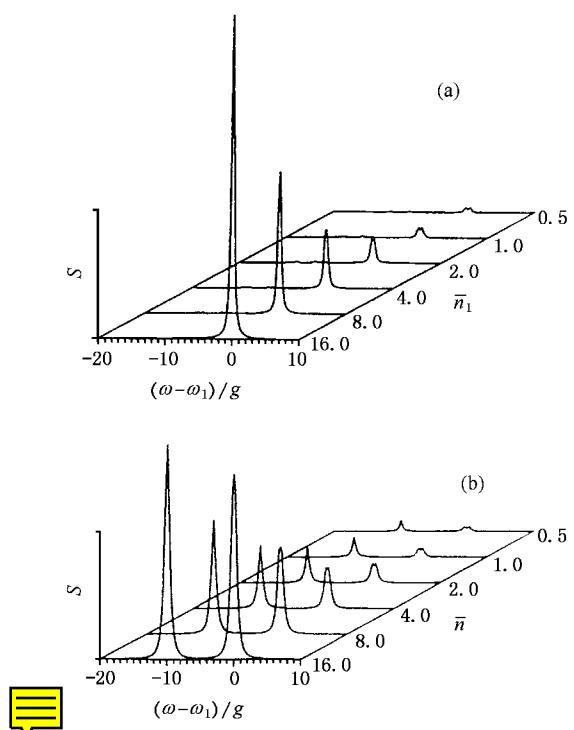


图 4 两模光场均处于压缩真空态 (a)  $\bar{n}_2 = 0$  和 (b)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2$  时的腔场谱.  $\Gamma = 0.2g$ ,  $T = 20/g$ ,  $\omega_1 - \omega_2 = 10g$

II 光场吸收光子(并辐射反斯托克斯光子)而跃迁到基态,故此时原子无法与光场产生喇曼耦合作用,因而腔场谱中也只有频率为  $\omega_1$  的经典共振谱。但当模 II 光场不处在真空态时,两模腔场谱也会显现出不同的结构。分析表明,只要把图 2,3,4 中的  $n_1$  与  $n_2$  对换、把横轴的方向倒转并把下面的  $\omega_1$  改为  $\omega_2$ ,就可得到原子处于激发态时的腔场谱。由此可知,在原子与光场喇曼相互作用过程中,原子处于基态或激发态并不改变腔场谱结构的特征。

## 4 结 论

原子在高  $Q$  腔内与双模量子化光场发生双光子共振喇曼相互作用时,原子初态的不同不改变腔场谱结构的基本特征。两模光场初态均为光子数态或均为相干态时,每模腔场谱一般为双峰,峰间距近似与本模初始场强成反比而与另一模初始场强成正比,改变一模初始场可以调节另一模谱线频率。压缩真空态腔场谱在强场条件下为单峰,只有在两模场强都很弱时才会出现双峰。

- [ 1 ] G. S. Agarwal , *J. Opt. Soc. Am.* , **B**2( 1985 ), 480.
- [ 2 ] J. H. Eberly , N. B. Narozhny , J. J. Sanchez-Mondragon , *Phys. Rev. Lett.* , **44**( 1980 ), 1323.
- [ 3 ] R. J. Thompson , G. Rempe , H. J. Kimble , *Phys. Rev. Lett.* , **68** ( 1992 ), 1132.
- [ 4 ] G. Rempe , H. Walther , N. Klein , *Phys. Rev. Lett.* , **58**( 1987 ), 353.
- [ 5 ] Z. F. Luo *et al.* , *Acta Phys. Sin.* **A1**( 1992 ), 1950( in Chinese ) [ 罗振飞等 *物理学报* **A1**( 1992 ), 1950 ].
- [ 6 ] T. Q. Song , J. Feng , W. Z. Wang , J. Z. Xu , *Phys. Rev.* , **A51** ( 1995 ), 2648.
- [ 7 ] D. A. Cardimona , V. Kovanic , M. P. Sharma , A. Gavrielides , *Phys. Rev.* , **A43**( 1991 ), 3710.
- [ 8 ] J. Feng *et al.* , *Acta Phys. Sin.* **A5**( 1996 ), 1304( in Chinese ) [ 冯健等 *物理学报* **A5**( 1996 ), 1304 ].
- [ 9 ] J. Feng , T. Q. Song , Y. F. Gao , *J. Phys.* , **B31**( 1998 ), 5209.
- [ 10 ] S. M. Ao *et al.* , *Acta Phys. Sin.* **50**( 2001 ), 52( in Chinese ) [ 敖胜美等 *物理学报* **50**( 2001 ), 52 ].
- [ 11 ] Tahira Nasreen , M. S. K. Razmi , *J. Opt. Soc. Am.* , **B10**( 1993 ), 1292.
- [ 12 ] M. M. Ashraf , *Phys. Rev.* , **A50**( 1994 ), 5116.
- [ 13 ] Y. F. Gao *et al.* , *Acta Phys. Sin.* **A8**( 1999 ), 1650( in Chinese ) [ 高云峰等 *物理学报* **A8**( 1999 ), 1650 ].
- [ 14 ] Y. F. Gao *et al.* , *Acta Opt. Sin.* , **20**( 2000 ), 1194( in Chinese ) [ 高云峰等 *光学学报* **20**( 2000 ), 1194 ].
- [ 15 ] J. H. Eberly , *J. Opt. Soc. Am.* , **67**( 1977 ), 1252.

## CAVITY FIELD SPECTRA OF AN ATOM INTERACTING WITH TWO-MODE FIELD THROUGH RAMAN PROCESS<sup>\*</sup>

GAO YUN-FENG<sup>1)</sup> FENG JIAN<sup>2)</sup> SHI SHU-REN<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Education Engineering , Liaocheng Teachers University , Liaocheng 252059 , China

<sup>2)</sup> Laboratory of Laser Spectroscopy , Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Hefei 230031 , China

<sup>3)</sup> Institute of Optical Communication , Liaocheng Teachers University , Liaocheng 252059 , China

( Received 14 February 2001 ; revised manuscript received 12 March 2001 )

### ABSTRACT

The cavity field spectra of a two level atom interacting with two-mode field through Raman process are investigated. It is shown that the basic features of the spectra is unchanged whether the atom is in the high or low level state initially. Symmetrical two-peak structure appears in the spectrum for each mode when the initial fields are both in the pure number states or both in the coherent states. The split of the two peaks is proportional to the field intensity of the other mode.

**Keywords** : cavity field spectrum , Raman interaction , two-mode fields

**PACC** : 4250 , 3280 , 4265

<sup>\*</sup> Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province , China ( Grant No. Q99A03 ).