

Hénon 混沌系统的追踪控制与同步

李丽香 彭海朋 卢辉斌 关新平

(燕山大学电气工程学院, 秦皇岛 066004)[†]

(2000 年 11 月 11 日收到)

基于离散线性系统的稳定性理论, 实现了 Hénon 混沌系统对参考信号的追踪控制。讨论了系统的同步问题, 给出了“异结构混沌同步”的新概念。数值仿真表明了本文方法的有效性。

关键词: Hénon 混沌系统, 追踪控制, 混沌同步

PACC: 0545

1 引 言

混沌控制是指混沌的控制和诱导, 控制混沌系统和混沌现象是一个新的概念和尝试, 引起了广泛的兴趣^[1-6]。目前提出了多种控制方法, 如参数扰动方法^[2]、纳入轨道和强迫迁徙方法^[3]、工程反馈控制方法^[4]以及滤波控制方法^[5, 6]等。混沌控制的发展不仅为非线性系统动力学与控制领域的旧问题提供圆满的解答, 也会带来新的思想和新的技术。尽管目前已存在大量的研究, 混沌系统和混沌现象的控制仍然是全新的科学前沿。

由于非线性系统的混沌同步在通讯、信息科学、医学、生物、工程等领域中具有很大的应用潜力和发展前景, 已引起国内外的广泛关注与兴趣。然而, 迄今已提出的实现混沌同步的诸多方法中^[7-12], 大多集中于混沌系统的自同步研究, 即同步的响应系统和驱动系统具有相同的系统结构^[7-12]。对于响应系统和驱动系统具有不同系统结构的同步研究目前并不多见。

本文对 Hénon 混沌系统^[13]的追踪控制问题进行了研究。基于线性系统的稳定性理论, 实现了系统对参考信号的追踪控制。如果产生参考信号的系统为混沌系统, 把这个系统作为驱动系统, 而把受控的 Hénon 系统作为响应系统, 那么便可以实现驱动系统和响应系统之间的同步。经过研究发现本文的驱动系统和响应系统可以具有不同的系统结构。本文称这种驱动系统和响应系统具有不同系统结构的

混沌同步现象为“异结构混沌同步”。这和传统的混沌自同步有着根本的不同。混沌自同步是以响应系统和驱动系统具有相同的系统结构为基础的。现有的混沌同步方法大多无法实现异结构混沌同步, 本文对此作了一些尝试性工作。最后给出了三个数值算例, 验证了本文方法的有效性。

2 追踪与同步控制器的设计

考虑如下 Hénon 混沌系统^[13]

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= x_2(n), \\ x_2(n+1) &= 1 + bx_1(n) \\ &\quad - a(x_2(n))^2 + u(n), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 a 和 b 为系统参数, $u(n)$ 为控制信号, 当 $u(n) = 0$ 时系统为混沌系统。

本文的目的是对于任意给定的由确定方程产生的参考信号 $y(n)$, 设计一个控制器 $u(n)$, 使受控系统的(1)式中的 $x_1(n)$ 信号追踪给定的参考信号 $y(n)$, 即满足

$$当 n \rightarrow \infty 时, |x_1(n) - y(n)| = |\epsilon(n)| \rightarrow 0, \quad (2)$$

其中 $\epsilon(n)$ 为信号 $x_1(n)$ 和参考信号 $y(n)$ 之间的误差信号。

定义

$$\begin{aligned} u(n) = & -(1 + bx_1(n) - a(x_2(n))^2) \\ & - k_1x_1(n) - k_2x_2(n) + [y(n+2) \\ & + k_2y(n+1) + k_1y(n)], \end{aligned} \quad (3)$$

[†]E-mail: poweruser@263.net or penghaipeng@sina.com.

其中 k_1, k_2 为控制参数.

将(3)式代入(1)式, 求受控系统信号 $x_1(n+2)$

与参考信号 $y(n+2)$ 之差, 容易得到下列误差信号:

$$\begin{aligned}\epsilon(n+2) &= x_1(n+2) - y(n+2) \\ &= x_2(n+1) - y(n+2) \\ &= -k_1 x_1(n) - k_2 x_2(n) + [y(n+2) \\ &\quad + k_2 y(n+1) + k_1 y(n)] - y(n+2) \\ &= -(k_1 \epsilon(n) + k_2 \epsilon(n+1)),\end{aligned}$$

即

$$k_1 \epsilon(n) + k_2 \epsilon(n+1) + \epsilon(n+2) = 0. \quad (4)$$

根据离散线性系统稳定理论^[14], 适当选择控制参数 k_1, k_2 , 使误差系统(4)式渐进稳定. 也就是说, 误差系统(2)式得到了满足. 追踪控制器(3)式符合追踪控制的要求. 对于同步的讨论见脚注 1.

3 数值研究结果

选取系统(1)式中的参数为 $b = 1.4, a = 0.3$, 当 $u(n) = 0$ 时, 此时系统处于混沌态^[13]. 下面通过三个例子来研究 Hénon 混沌系统追踪控制与同步问题.

3.1 Hénon 混沌系统追踪正弦信号

设参考信号 $y(n) = \sin(n/2)$, 根据文献[14]选择 $k_1 = 0.64, k_2 = 1.6$ 满足(4)式渐进稳定. 利用(3)式, 那么可以实现 Hénon 混沌系统对于参考信号 $y(n) = \sin(n/2)$ 的追踪控制. 图 1 给出了受控 Hénon 混沌系统信号 $x_1(n)$ 与追踪信号 $y(n) = \sin(n/2)$ 的误差信号 $\epsilon(n) = x_1(n) - y(n)$ 的显示结果.

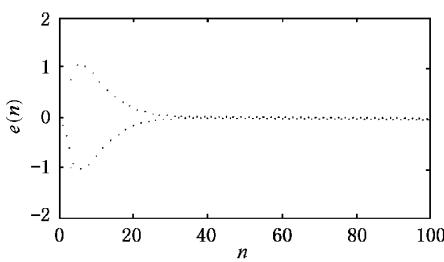


图 1 误差信号 $\epsilon(n) = x_1(n) - y(n)$ 的显示结果

3.2 Hénon 混沌系统的自同步

选择同步系统的驱动系统为

$$y_1(n+1) = y_2(n),$$

$$y_2(n+1) = 1 + b_1 y_1(n) - a_1 (y_2(n))^2,$$

其中 $y_1(n)$ 为驱动信号, $b_1 = 1.35, a_1 = 0.3$ 为系统参数. 此时系统处于混沌状态. 图 2 给出了系统的 $y_1(n)$ - $y_2(n)$ 相图吸引子. 根据文献[14]选择 $k_1 = 0.64, k_2 = 1.6$ 满足(4)式渐进稳定. 利用(3)式, 可以实现 Hénon 混沌系统的自同步. 图 3 给出了误差信号 $\epsilon(n) = x_1(n) - y_1(n)$ 的显示结果, 结果表明系统实现了自同步.

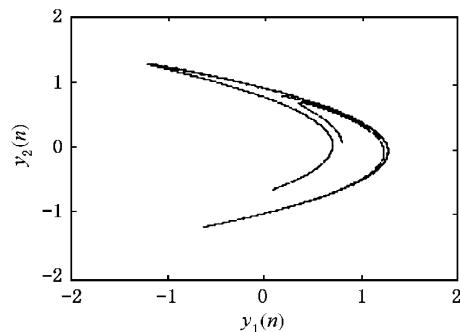


图 2 系统 $y_1(n)$ - $y_2(n)$ 相同吸引子

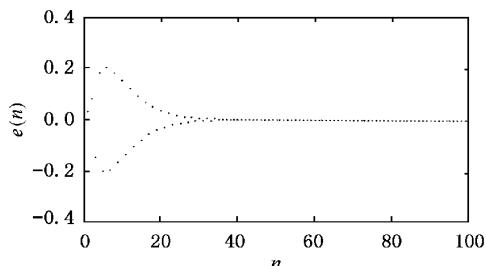


图 3 误差信号 $\epsilon(n) = x_1(n) - y_1(n)$ 的显示结果

3.3 Hénon 混沌系统的异结构混沌同步

首先, 我们对如下系统进行了仿真研究

$$y_1(n+1) = -k \sin(y_2(n)) + y_1(n) \quad (5)$$

$$y_2(n+1) = y_2(n) + y_1(n+1).$$

取 $k = 1.16$, 系统处于混沌状态^[15], 图 4 给出了系统(5)式中 $y_1(n)$ 随 n 变化的曲线图. 选择同步系统的驱动系统为(5)式, $y_1(n)$ 为参考信号. 根

注 1 如果产生参考信号 $y(n)$ 的系统为混沌系统, 那么我们便实现了混沌同步, 称产生参考信号 $y(n)$ 的系统为驱动系统, 称系统(1)式为响应系统. 这里提到的驱动和响应系统在结构上可以相同也可以不同. 从这一角度来看, 这与传统的混沌自同步是不同的, 传统的混沌自同步要求驱动和响应系统具有相同的结构, 比如文献[7—12]. 本文则没有这个要求, 下面的数值研究仿真例子进一步说明了这一点.

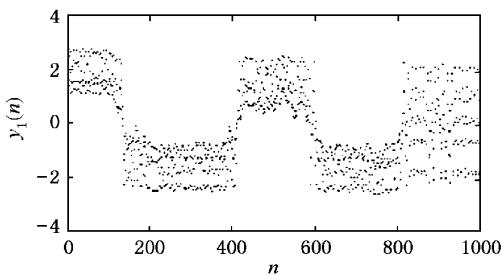


图 4 系统(5)式中 $y_1(n)$ 随 n 变化的曲线图

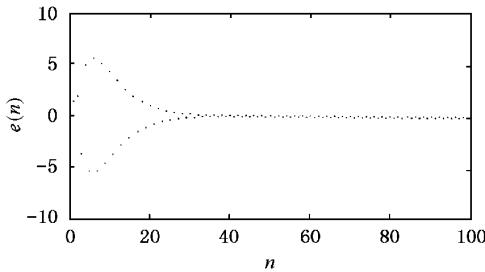


图 5 误差信号 $e(n) = x_1(n) - y_1(n)$ 的显示结果

据文献[14]选择 $k_1 = 0.64$, $k_2 = 1.6$ 满足(4)式

渐进稳定。利用(3)式,可以实现 Hénon 混沌系统和系统(5)式的异结构混沌同步。图 5 给出了同步误差信号 $e(n) = x_1(n) - y_1(n)$ 的显示结果,仿真结果表明系统实现了异结构混沌同步。

4 结 论

本文提出的追踪控制方法,可以有效的实现 Hénon 混沌系统对参考信号的追踪控制。与其他方法相比,本方法具有以下特点:1)选择不同的控制参考信号,可以预先知道控制结果,这一点具有重要的实际应用价值;2)不但可以实现混沌的自同步,还可以实现异结构混沌同步,把 Hénon 混沌作为响应系统,进行同步时,同步对于驱动系统的结构没有特殊的要求;3)可控制范围宽、控制过程简单有效、控制参数选择方便。

从实际应用的长远角度来看,异结构混沌同步比混沌自同步应具有更大的应用潜力和发展前景。然而就作者所知,异结构混沌同步的研究目前还没有引起足够的重视。我们希望本文能起到抛砖引玉的作用。

- [1] G. R. Chen, *Control Theory and Applications*, **14**(1997), in Chinese [陈关荣, 控制理论与应用, **14**(1997), 1].
- [2] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1196.
- [3] E. Jackson, *Phys.*, **D50**(1991), 341.
- [4] T. Vincent, J. Yu, *Dynam. Control*, **1**(1991), 35.
- [5] X. S. Luo, L. J. Kong, W. L. Qu, *Acta Phys. Sin.*, **47**(1998), 1078, in Chinese [罗晓曙, 孔令江, 屈万里, 物理学报, **47**(1998), 1078].
- [6] X. P. Guan, H. P. Peng, L. X. Li, *Systems Engineering and Electronics*, **22**(2000), 20, in Chinese [关新平, 彭海朋, 李丽香, 系统工程与电子技术, **22**(2000), 20].
- [7] F. Liu, Z. L. Mu, Z. L. Qiu, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 2191, in Chinese [刘峰, 穆肇骊, 邱祖廉, 物理学报, **48**(1999), 2191].
- [8] L. M. Pecora, T. L. Carroll, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 821.
- [9] T. H. Fang, *Atom. Energ. Sci. Techn.*, **32**(1998), 59, in Chinese [方天华, 原子能科学技术, **32**(1998), 59].
- [10] Y. X. Cheng, G. R. Wang, *Acta Phys. Sin.*, **44**(1995), 1382, in Chinese [成雁翔, 王光瑞, 物理学报, **44**(1995), 1382].
- [11] P. B. Xing *et al.*, *J. Circ. Syst.*, **3**(1998), 86, in Chinese [邢朋波等, 电路与系统学报, **3**(1998), 86].
- [12] G. Q. Zhong, *J. Circ. Syst.*, **1**(1996), 19, in Chinese [钟国群, 电路与系统学报, **1**(1996), 19].
- [13] S. H. Chen, J. A. Zhong, *Principium of Chaotic Dynamics* (Wuhan Water Conservancy and Electric Power University Press, Wuhan, 1998, August), p. 62, in Chinese [陈士华, 陆君安, 混沌动力学初步(武汉水利电力大学出版社, 武汉, 1998年8月), 第62页].
- [14] G. R. Duan, *Linear System Theory* (Harbin Institute of Technology Press, Harbin, 1996, September), p. 310, in Chinese [段广仁, 线性系统理论(哈尔滨工业大学出版社, 哈尔滨, 1996年11月), 第310页].
- [15] R. B. White *et al.*, *Chaos*, **8**(1998), 757.

CONTROL AND SYNCHRONIZATION OF HÉNON CHAOTIC SYSTEM

LI LI-XIANG PENG HAI-PENG LU HUI-BIN GUAN XIN-PING

(Institute of Electrical Engineering , Yanshan University , Qinhuangdao 066004 , China)[†]

(Received 11 November 2000)

ABSTRACT

This paper presents the Hénon chaotic system tracking control of reference signal based on the theory of stability of the linear system. We discuss the problem of system synchronization and give the new concept of chaotic synchronization of diverse structures. Computer simulations have illustrated the effectiveness of the proposed method.

Keywords : Hénon chaotic system , tracking control , chaotic synchronization

PACC : 0545

[†]E-mail : poweruser@263.net or penghaipeng@sina.com