

各次实验参数值见表 1. 影响旋转流中热对流涡旋底层流场结构的参数主要有热罗斯贝数 Ro_T , 泰勒数 Ta 和努塞尔数 Nu . Ro_T , Ta , Nu 的定义如下:

$$T_a = 4\Omega^2 R^5 / H\nu^2 ,$$
$$R_{OT} = \frac{\Delta T}{\overline{T}} gH(2\Omega R)^2 ,$$

$$N_u = \frac{4}{3} A(P_r) g\beta H^3 \Delta_r T / \nu^2)^{\frac{1}{4}} ,$$

其中 ΔT 表示热对流涡旋中心温度与周围平均温度 $\overline{T}$ 的差值 , H 为垂直高度 , R 为圆盘半径 , Ω 为转盘角速度 , ν 为运动学黏性系数 , $\Delta_r T$ 为水平径向温度差 , β 为热膨胀系数 . $A(P_r)|_{P_r=0.72} = 0.357$,是一个系数 .各参数的物理意义 : T_a 的平方根是科氏力与黏性力的比 ,称之为“ 旋转雷诺数 ” ; $R_{OT} \times T_a$ 是一个

只决定于温度差的无量纲参数 ; N_u 反映无量纲温度梯度 , N_u 越大 ,基流的垂直切变越强 ,基流的强度随高度递增越快 ,基流越强 .

2.3. 实验方法

首先进行容器没有径向温度梯度的实验 ,铝环不通电加热 ,这时 $N_u = 0$;实验时先将转盘调到预定的转速 ,待其稳定旋转一段时间 ,使容器内空气相对转盘处于静止 ,然后输入烟显示剂 ,接通红外光源 ,盘内空气很快出现对流涡旋 ,显然 ,这种涡旋具有与

表 1 各次实验的参数值

序号 参数	1	2	3	4	5	6	7
$\overline{T}/\text{K}$	293	293	293	293	293	293	293
$\Delta T/\text{K}$	1.60	1.60	2.25	2.60	1.35	2.45	2.75
Ω/s^{-1}	0.297	0.297	0.297	0.297	0.189	0.110	0.189
$\Delta_r T/\text{K}$	0.20	0.51	1.19	2.39	0.51	1.61	2.39
g/ms^{-2}	9.80	9.80	9.80	9.80	9.80	9.80	9.80
$\beta(10^{-3}\text{K}^{-1})$	3.36	3.36	3.36	3.36	3.36	3.36	3.36
$\nu(10^{-5}\text{m}^2\text{s}^{-1})$	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56
N_u	4.87	6.16	7.67	9.12	6.16	8.26	9.12
$T_a(10^8)$	1.03	1.03	1.03	1.03	0.411	0.111	0.411
R_{OT}	0.093	0.093	0.132	0.153	0.199	1.28	0.396

台风一致的暖中心结构 .然后 ,考察径向温度梯度的影响 ,针对某一 T_a 值和 R_{OT} 值的条件下 ,使 N_u 值由零开始逐渐增大 ,对铝环通电 ,容器的周壁被加热 ,在水平径向上形成温度梯度 ,从而形成上层空气由外向内的径向运动 ,而下层则有相应的补偿运动 ,这种径向运动在科氏力的作用下 ,形成绕转轴的周向流动 ,调节温度控制仪 ,使容器周壁温度达到某一预定值 ,在径向温度梯度作用下 ,旋转容器内的空气形成周向流动的基流 ,而涡旋流场在基流的作用下逐渐变化 ,在这过程中 ,进行拍摄记录流动现象并测量有关温度 .

3. 实验结果

3.1. 没有基流作用的热对流涡旋结构特征

实验结果表明 ,在不同的 T_a 和 R_{OT} (改变转速及涡旋中心与周围的温度差) 条件下 ,如果没有基流

的作用($N_u = 0$) ,热对流涡旋将保持对称结构 .图 2 是热对流涡旋的低层水平剖面图(实验参数为 : $T_a = 1.03 \times 10^8$, $R_{OT} = 0.093$;断线是坐标 ,虚线围成的区域是加热区位置 ,阴影部分是涡旋中心位置 ,以下各图相同) ,图上显示 ,热对流涡旋低层有明显的辐合气流 ,流线表现为螺旋状的涡旋 ,流线在各方位的流入角大致相同 ,表明涡旋低层水平流场保持对称 ,其结果与兰金涡基本一致 ,在其高层水平剖面图上 (图略) 可见 ,流线表现为辐散气流 ,与低层的流动形成补偿运动 .内部气流呈气旋性弯曲 ,涡旋中心气流下沉 ,形成一个空心眼 ,外部气流呈反气旋性弯曲 ,它们的分界与加热区边界大致相同(参见图 3) .其中层有清晰的螺旋状涡旋 ,中心是一个眼 .图 3 是热力涡旋的垂直剖面图 ,图上显示在加热区上方是一个近似垂直的下沉气流眼区 ,其周围是强烈气流上升区 ,外围是下沉区 .低层表现为流入气流 ,高层表现为流出气流 ,而中层则有明显的上升运动 .实验结果与文献 [2] 基本一致 ,这些实验结果与台风的观测

事实也基本相符.

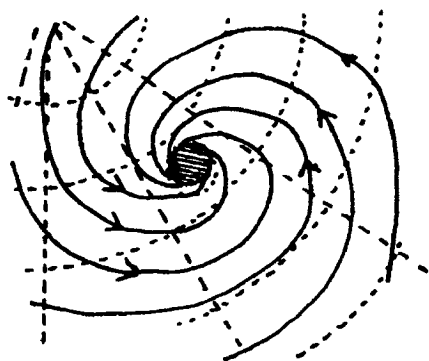


图 2 涡旋低层水平剖面图

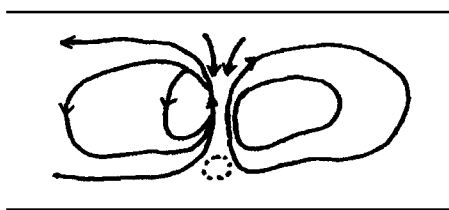


图 3 涡旋低层垂直剖面图

3.2. 基流作用下的热对流涡旋结构的演变特征

在基流作用下 ($N_u > 0$), 热对流涡旋结构将变成非对称, 使涡旋中心向基流下游偏移, 直至使涡旋减弱消失. 随着 N_u 的增大, 基流有所加强, 它对涡旋的作用越显著. 许多文献^[1-3] 研究结果表明, 热对流涡旋的低层与高层的流动相补偿, 而中层是强烈的上升运动, 因此, 可以着重分析低层流场的演变来考察基流对涡旋结构的影响. 图 4(a)(b)(c)(d) 是不同实验参数下热对流涡旋低层流场的演变图. 从图 4(a) 实验参数为: $T_a = 1.03 \times 10^8$, $R_{OT} = 0.093$, $N_u = 4.87$ 可以看出, 随着 $N_u = 0$ 增大到 $N_u = 4.87$, 由于基流的作用, 热对流涡旋的流场由对称结构逐渐变为非对称结构, 涡旋的东北方位偏强. 辐合气流的流线流入角也不对称, 基流下游一侧流线的流入角大于上游一侧, 说明基流下游一侧涡旋气流的辐合大于上游一侧, 因此, 涡旋变成非对称结构, 并且, 涡旋的中心也和加热区中心不再重合, 流线可经过加热区, 向基流下游方向有所偏移. 图 4(b) 实验参数为: $T_a = 1.03 \times 10^8$, $R_{OT} = 0.093$, $N_u = 6.16$ 显示, 当 N_u 数增大到 6.16 时, 涡旋中心变形更加明显, 涡旋向东偏北方向伸展, 被拉伸成条状, 涡旋中心区域

变窄, 而且其位置向下游明显偏移, 涡旋强度有所减弱, 流场明显变得不对称. 图 4(c) 反映在 $T_a = 1.03 \times 10^8$ 的条件下, 保持转速不变, 将 N_u 增大到 7.67 (相应的 $R_{OT} = 0.132$) 时, 流场的变化. 从图中可以看出, 涡旋中心变得更加狭窄且进一步有所偏移, 在加热区的东侧形成一条辐合带. 这表明热对流涡旋的流场变化及其涡旋中心的变形与偏移和 N_u 的大小密切相关. 基流越强, 对涡旋的影响越明显. 气象观测事实表明, 大多数情况下, 台风结构是非对称的, 文献^[7] 认为这是 β 效应作用的结果, 而我们的实验装置中容器是平底, 没有 β 效应, 但涡旋却明显表现为非对称结构, 说明基流的作用也可能是台风结构不对称的原因之一.

实验表明, 对于一定的 T_a 和 R_{OT} , 如果 N_u 值太大, 则涡旋将消失. 表 1 中的一组参数 $T_a = 1.03 \times 10^8$, $R_{OT} = 0.153$ 的实验, 当 N_u 加大到 9.12 时, 发现涡旋逐渐消失, 流场极不规则, 图略.

需要指出的是, 尽管在没有基流的情况下, 对流涡旋流场的对称性不会因 T_a 和 R_{OT} 的变化而变化. 但当 N_u 不为零时, T_a 和 R_{OT} 对流场的结构有明显的影响. 图 4(d) 是当 $N_u = 6.16$, 使 $T_a = 4.11 \times 10^7$, $R_{OT} = 0.199$ 时的涡旋流场分布图. 流线图所呈现的涡旋流场的不对称性及其涡旋中心的变形和偏移比图 4(b) 的更为明显; 可见 T_a 越低, R_{OT} 值越大, 则基流对热对流涡旋的影响越大. 这说明热对流涡旋越强, 其对称性结构越容易保持, 基流对它的影响也就越小.

4. 流动现象的数理分析

4.1. 物理机理分析

从实验结果可以看出, 旋转系统中的介质被局部加热将产生具有空心结构的对称性涡旋运动, 而引起涡旋流场对称性的破坏、涡旋中心的形变和偏移以及涡旋的减弱消失的原因, 是由于水平径向温度梯度所引发的基流作用的结果. 其物理过程是这样: 一方面, 由于红外加热的作用, 使容器内的一点 (极小的范围) 热量堆积, 从而这一点比周围的温度高, 结果这一局部的空气被加热而上升, 而形成底部辐合、顶部辐散的补偿运动, 这种运动同时受到科氏力的作用, 从而形成涡流运动. 文献^[2] 指出, 这种涡旋是一个暖性的空心结构. 另一方面, 铝环被加热

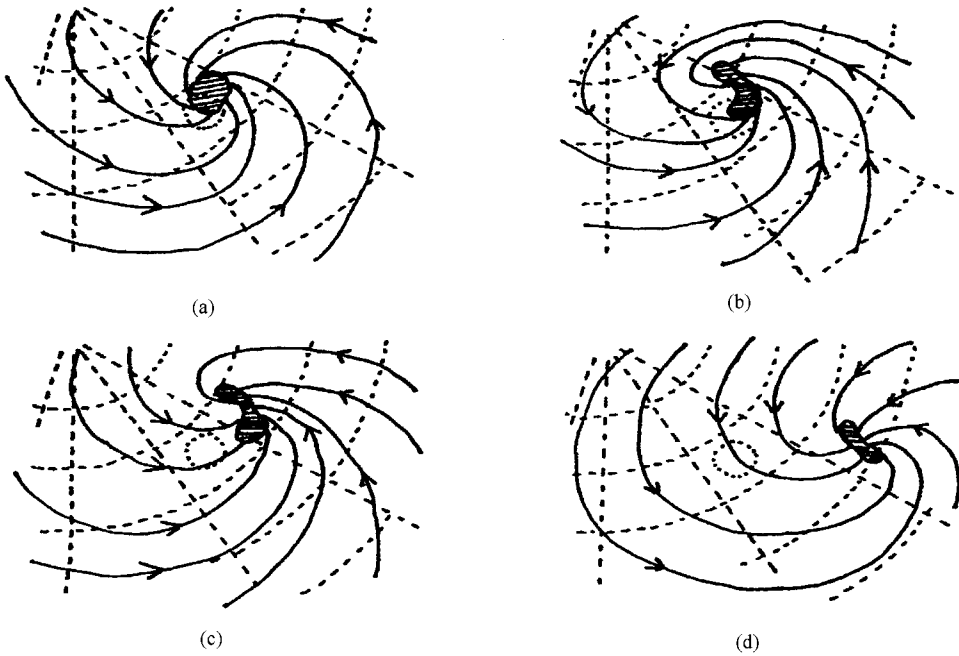


图 4 基流作用下涡旋低层水平剖面流场演变图

后,容器周壁的温度与其中心的温度不一致,中心成为相对冷区,于是形成了对流,对流引起的流动是热空气向上且向内运动,而冷空气则向下且向外运动.科氏力作用在这一流动上而形成周向流动,当旋转足够快时,就会形成一致的周向流动.这种周向流动使加热区的热量被输运,因而,它将使涡旋结构发生形变、减弱甚至破坏.当基流较强时,红外加热热量被快速输运,而无法在某一点发生堆积,因而,也就无法形成涡旋结构.

文献 [12] 对飓风 Inez (1966) 的低空流场进行了分析,用实际风速减去风暴移速而得到的相对的流场显示:相对于移动风暴的低层气流对风暴中心是近似对称的 [13],说明主环流的作用使风暴结构不对称.文献 [14] 指出:“台风一旦生成,只要它在温暖的海面上,就能维持一个风暴系统……台风的路径受主环流的控制,……这些使台风离开热带,走向较高纬度,有的登陆,有的走到冷海面上,逐渐减弱甚至迅速消灭……”这些事实与本文所指出的基流对热对涡旋的作用是一致的.

4.2. 数学分析

对于每一次实验,可假定红外加热作用是常定的,即 $Q = \text{常数}$,考虑中尺度的强对流特征模型,采用非静力平衡的二维方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} - g \frac{\rho'}{\rho}, \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + u \frac{\partial \rho'}{\partial x} - \frac{N^2}{g} w = - Q, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

$Q = (\rho/c_p T) Q^*$, Q^* 是红外热源对单位质量工作介质的加热率, $u = u_1 - u_0$, u_0 是由于径向温度梯度所产生的周向流动;不失一般性,可设 u_0 为沿 x 方向的均匀定常流动.

令

$$\begin{aligned} u &= U(\theta), w = W(\theta), p' = P(\theta), \\ \frac{\rho'}{\rho} &= \pi(\theta), \theta = kx + nz - \omega t, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 θ 是位相角, k, n, ω 是波参数.

将 (2) 式代入 (1) 式得

$$\begin{cases} (-\omega + kU + nW)U' = - \frac{k}{\rho} P', \\ (-\omega + kU + nW)W' = - \frac{n}{\rho} P' - g\pi, \\ (-\omega + kU)\pi - \frac{N^2}{g} W = - \frac{Q}{\rho}, \\ kU' + nW' = 0. \end{cases} \quad (3)$$

上式消元后可得关于 U 的单变量方程

$$\rho\alpha(k^2 + n^2)U'' - \frac{k(\rho k N^2 U + ngQ)}{-\omega + kU} = 0. \quad (4)$$

由重力内波的快波特性, $\frac{1}{-\omega + kU}$ 可作 Taylor 展开并略去二次以上项得

$$U'' + \frac{k^2}{(k^2 + n^2)\omega^2} \left(N^2 + \frac{ngQ}{\rho\omega} \right) U + \frac{k^3 ng}{(k^2 + n^2)\omega^3} \times \left(\frac{N^2}{ng} + \frac{Q}{\rho\omega} \right) U^2 + \frac{kngQ}{(k^2 + n^2)\rho\omega^2} = 0. \quad (5)$$

(5) 式对 θ 微分得

$$U''' + \frac{k^2}{(k^2 + n^2)\omega^2} \left(N^2 + \frac{ngQ}{\rho\omega} \right) U' + \frac{2k^3 ng}{(k^2 + n^2)\omega^3} \left(\frac{N^2}{ng} + \frac{Q}{\rho\omega} \right) UU' = 0. \quad (6)$$

(6) 式是 KdV 方程的常微分方程. 令

$$a = \frac{k^2}{(k^2 + n^2)\omega^2} \left(N^2 + \frac{ngQ}{\rho\omega} \right),$$

$$b = \frac{k^3 ng}{(k^2 + n^2)\omega^3} \left(\frac{N^2}{ng} + \frac{Q}{\rho\omega} \right),$$

$$c = \frac{kngQ}{(k^2 + n^2)\rho\omega^2},$$

于是 (5) 式变为

$$U'' + aU + bU^2 + c = 0, \quad (7)$$

(7) 式有奇异孤立波解^[15]

$$U = U_0 + \left(\frac{3a}{2b} + 3U_0 \right) \operatorname{csch}^2 \left(\frac{\sqrt{-a - 2bU_0}}{2} \theta \right). \quad (8)$$

(8) 式为 KdV 方程的奇异孤立波解, 其波形如图 5 所示. 在 $\theta = 0$ 处, 该类奇异孤立波解存在间断点. 此波解存在的条件为 $-a - 2bU_0 > 0$, 这必须取 $U_0 = (-a - \sqrt{a^2 - 4bc})/2b$. 因此, 若要 U_0 是实数解, 则必须有 $a^2 - 4bc > 0$ 成立, 即

$$\rho^2 \omega^2 N^4 - 2\rho\omega ng N^2 Q - 3n^2 g^2 Q^2 > 0,$$

分析上述条件可知, 在稳定层结中 ($N^2 > 0$), 加热 ($Q > 0$) 有利于向西移动的孤立波的产生, 而不稳定层结中 ($N^2 < 0$), 加热 ($Q > 0$) 有利于向东移动的孤立

波的产生. 在我们的实验中, 由于外部加热的作用, 流动的层结不稳定, 故孤立波涡旋向东偏移.

在某一时刻, 对应某一高度的情况下, 由 (8) 式可知, 此时水平剖面流场和垂直剖面流场的分布皆为双曲型函数, 与实验中观察到的空心涡旋结构一致.

从图 5 可知, 当 u_0 与 u_1 越接近, 则孤立波的波幅越小, 因而当 u_0 达到一定强度时, 孤立波将消失.

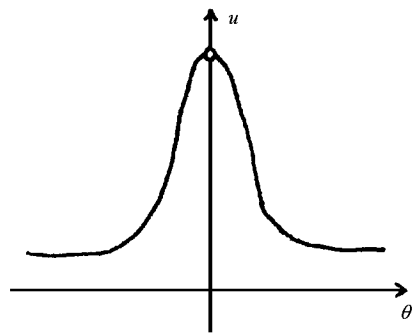


图 5 奇异孤立波形分布

5. 主要结论及存在的问题

1. 在没有径向温度梯度时, 热对流涡旋是对称的, 其低层水平结构符合 Rankine vortex 模型, 涡旋中心有一个空心眼区, 其三维结构与台风相似.

2. 径向温度梯度所引起的沿周向流动的基流对热对流涡旋有显著影响, 它使涡旋的对称性结构被破坏, 使涡旋逐渐变形、东移、减弱直至消失.

3. 涡旋越强, 其对称性结构越稳定, 基流的作用相对减弱.

本文虽然基本揭示了旋转流中周向流动对热对流涡旋影响的规律, 但是, 本文还没有揭示出周向流动的波动与涡旋偏移方向的相关性, 这个问题有待于后续实验加以研究.

[1] Ying S J and Chang C C 1970 *J. Atm. Sci.* **27** 3

[2] Zhang J Q, Wei D W and He F H 1975 *Sci. Chin.* **B 320** [in Chinese] 张捷迁、魏鼎文、何阜华 1975 中国科学 **B 302**

[3] Wei D W and Ye D Z 1979 *Auta Met. Sin.* **37** 16 [in Chinese] 魏鼎文、叶笃正 1979 气象学报 **37** 16

[4] Wei D W and W M G 1988 *Sci. Atm. Sic.* **12** 200 [in Chinese] 魏鼎文、W. M. G 1988 大气科学 **12** 200

[5] Li T M *et al* 1990 *Sci. China B* 104 [in Chinese] 李天明等 1990 中国科学 **B 104**

[6] Holland G J 1991 *Etal.*, WMO/TD **472** 62

[7] Luo X Z 1994 *Sci. Atm. Sic.* **18** 513 [in Chinese] 罗哲贤 1994 大气科学 **18** 513

[8] Li G P and Yang X Y 1998 *Sci. Atm. Sic.* **22** 791 [in Chinese] 李国平、杨小怡 1998 大气科学 **22** 791

[9] Zhao Y M and Yan J R 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1976(in Chinese)
[赵永明、严家壬 1999 物理学报 **48** 1976]

[10] Yan Z Y and Zhang H Q 1994 *Acta Phys. Sin.* **48** 1962(in Chinese)
[闫振亚、张鸿庆 1999 物理学报 **48** 1962]

[11] Zhang J F 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1648(in Chinese)
[张解放 2001 物理学报 **50** 1648]

[12] Hawkins H F and Imbenmbo S M 1976 *Mon Wea. Rev.* **104** 418

[13] Anthes R A 1982 *TROPICAL CYCLONES—Their Evolution*(Structure and Effects American Met. Soc) p30

[14] Qi Q X 1982 *Typhoon Seasonal* (Taipei :Wind Press) p33 (in Chinese)
[戚启勋 1982 台风(台北 :季风出版社)第 33 页]

[15] Liu S K and Liu S D 1991 *Dynamics of the Atmosphere* (Beijing :Beijing Univ. Press) p330 (in Chinese)
[刘式适、刘式达 1991 大气动力学(北京 :北京大学出版社)第 330 页]

An laboratory simulation study on the effect of radial temperature gradient on the structure of the thermal convection vortex in the rotating fluid

Lin Shang-Jin

(The PLA University of Science and Technology , Nanjing 211101 , China)

(Received 9 September 2001 ; revised manuscript received 10 December 2001)

Abstract

An experimental study about the effect of radial temperature gradient on the thermal vortex in the rotating fluid flows is outlined. The photos of the low height structure of the vortexes have been taken with a camera with a laser and the qualitative analysis about the inner structure of the thermal vortex acted on by the radial temperature gradient is accomplished. The following results have been gotten :

1.The structure of the thermal vortex in a container on the rotating plate is a axisymmetric cyclonic vortex with a central eye.

2.The cyclonic vortex becomes asymmetric under the action of the basic flow. Furthermore , the vortex center has a displacement along the flow and the intensity of vorticity fades.

3.The stronger the intensity of vortex , the more stationary the vortex , and the effect of the basic flow is weakened.

Keywords : dish experiment , basic flow , thermal convection vortex

PACC : 5235 , 0340 , 9260