第 51 卷 第 11 期 2002 年 11 月
1000-3290/2002/51(11)/2459-04

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.51,No.11,November,2002

一种基于遗传算法的混沌系统参数估计方法*

戴 栋[1)] 马西奎[1)] 李富才[2)] 尤 勇[2)]

[1)](西安交通大学电气工程学院,西安 710049)

[2)](西安交通大学机械工程学院,西安 710049)

(2001 年 10 月 21 日收到;2002 年 3 月 16 日收到修改稿)

通过构造一个适当的适应度函数,将混沌系统的参数估计问题转化为一个参数的寻优问题,然后利用遗传算法的全局优化搜索能力对其进行求解.以典型的 Lorenz 混沌系统为例进行了数值模拟.实际数值模拟表明,使用这种方法可以有效地对混沌系统的参数进行估计.

关键词:混沌系统,参数估计,遗传算法

PACC:0545

1.引 言

近年来,混沌的控制与同步已成为非线性科学中重要的研究方向之一,并且已经提出了很多有效的控制与同步方法[1—10,12,13].但是,这些方法一般是在已知混沌系统的精确参数前提下提出的.当系统参数未知时,它们则不能适用.在实际中常常会遇到这样的情形:由于混沌系统的复杂性,它的某些参数难以测量或确定;或者出于某种特殊原因,系统的某些参数不可知(例如保密通信的需要).这时,要实现对混沌系统的控制或同步,首先就必须估计出混沌系统的未知参数.实际上,参数估计是混沌控制与同步中首先必须解决的课题,具有更重要的现实意义.

基于自适应同步方法,文献[8]在保密通信的应用中实现了对驱动系统的参数估计.通过参数自适应方法,文献[9]对目标系统的参数进行了估计,并达到了广义同步的目的.文献[10]提出了未知参数辨识观测器的概念,并对 Lorenz 系统的参数进行了有效的辨识.基于遗传算法具有全局优化搜索的能力,本文提出了采用遗传算法对混沌系统进行参数估计,并以典型的 Lorenz 混沌系统为例进行了计算机模拟.数值结果表明,即使在测量信号叠加噪声的情况下,这种方法也能得到较好的参数估计结果.

2.基于遗传算法的混沌系统参数估计

遗传算法是一种以自然选择和遗传理论为基础,将生物进化过程中适者生存规则与群体内部染色体的随机信息交换机理相结合的搜索算法.因简单通用、鲁棒性强和适于并行处理等显著特点,它已在优化问题中获得了广泛的应用[14].本文以典型的 Lorenz 混沌系统为例,说明基于遗传算法混沌系统参数的估计.Lorenz 系统可由如下状态方程表示:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x),\\ \dot{y} &= \gamma x - xz - y,\\ \dot{z} &= xy - bz,\end{aligned} \tag{1}$$

其中参数 $\sigma = 10$,$\gamma = 28$,而参数 b 为未知的.基于遗传算法对参数 b 进行估计的具体步骤如下.

第 1 步 随机产生参数 b 初始种群中的所有个体 p_i^0,下标 $i = 1,2,\cdots,N$ 为共有 N 个个体,上标 0 为第 0 代(即初始代).所有个体采用二进制编码方式,且 p_i^g 受以下条件约束:

$$p_{\min} \leqslant x(p_i^g) \leqslant p_{\max}, \tag{2}$$

其中 $p_{\min}$ 和 $p_{\max}$ 分别为个体 p_i^g 取值的上、下限,需要根据已有的知识和经验给定,$x(p_i^g)$为个体 p_i^g 的二进制编码 binary(p_i^g)所对应的十进制数.例如,对于采用 l 位二进制编码,有

* 西安交通大学研究生院博士学位论文基金(批准号:DFXJTU2001-4)资助的课题.

$$x(p_i^g) = p_{\min} + \frac{\mathrm{binary}(p_i^g)}{2^l - 1}(p_{\max} - p_{\min}). \quad (3)$$

第2步 将 g 代中的个体 p_i^g 对应的十进制数 $x(p_i^g)$ 代入(1)式,即可得到参数 $b = x(p_i^g)$ 时所对应的状态变量 $(x_i^g(t), y_i^g(t), z_i^g(t))$,然后根据测得的系统状态变量 $(x(t), y(t), z(t))$,得到相应的误差,即

$$e_i^g = \sum_{t=0}^{T} \{(x(t) - x_i^g(t))^2 + (y(t) - y_i^g(t))^2 + (z(t) - z_i^g(t))^2\}, \quad (4)$$

其中 t 取为从 0 到 T 的一系列离散时间序列.由于遗传算法不能直接处理最小化问题,所以需将其转变为最大化问题.本文中令适应度函数 f_i^g 为

$$f_i^g = C_{\max}^g - e_i^g, \quad (5)$$

其中 $C_{\max}^g$ 为 g 代中 e_i^g 的最大值.

第3步 根据由(5)式计算所得到的 g 代各个体 p_i^g 的适应度 f_i^g,应用遗传算法的选择、交叉和变异操作,产生新的第 $(g+1)$ 代估计参数个体 p_i^{g+1},且新一代估计参数的个体数保持不变.

遗传算法包括三个基本的遗传算子 选择、交叉和变异.下面对其进行简单介绍,更具体的内容可参阅文献[14].

从群体中选择优胜的个体,淘汰劣质个体的操作叫选择,也称为复制.选择的目的是把优化的个体直接遗传到下一代或通过配对交叉产生新的个体再遗传到下一代.选择操作是建立在群体中个体的适应度评估基础上的.例如,对于最常用的赌轮盘选择法,g 代个体 p_i^g 被选择的概率 $P_{si}^g = f_i^g / \sum_{j=1}^{N} f_j^g$.概率 P_{si}^g 反映了个体 p_i^g 的适应度在群体所有个体适应度总和中所占的比例.显然,个体适应度越大,其被选择的概率就越高.

在对个体进行选择操作之后还要对其进行交叉操作.所谓交叉是指把两个父代个体的部分结构加以替换重组而生成新的个体.通过交叉,遗传算法的搜索能力得以飞跃提高.对于二进制编码而言,先从由选择操作形成的配对库中对个体随机配对,并按预先设定的交叉概率来决定每对是否需要进行交叉操作,然后设定配对个体的交叉点,对这些点前后的配对个体的部分结构进行相互交换.例如,对于最基本的一点交叉,先在个体的二进制编码串中随机设定一个交叉点,然后将该交叉点之前或之后的两个个体的二进制编码串进行互换,从而生成两个新的个体.

通常在进行交叉操作之后还要进行变异操作.引入变异操作是为了使遗传算法具有局部的随机搜索能力,并且还可以维持群体多样性,以防止出现未成熟收敛现象.对于二进制编码的个体串,先随机地确定串中需要变异的位的位置,然后以预先设定的变异概率对其进行变异操作,即若该位为1(0),则将其取反置为0(1).

第4步 如果

$$\sum_{i=1}^{N} f_i^{g+1} < \varepsilon, \qquad \varepsilon > 0 \quad (6)$$

成立,则遗传算法的寻优过程结束.否则,$g = g + 1$,并返回到第2步.这里 ε 为很小的正实数.

3. 数值模拟结果

当 $b = 8/3$ 时,(1)式所表示的 Lorenz 系统是混沌的.在数值模拟中采用双精度数据类型,并用四阶龙格-库塔算法求解常微分方程,步长 $h = 0.01$.先让 Lorenz 系统自由演化,在经历过暂态之后任意选取一点作为初值,并以此为0时刻,由此初值出发再任其演化至 $t = 300$h 处.这样,就得到了未知参数的 Lorenz 混沌系统在离散时间序列 $0h, 2h, \cdots, 300h$ 上的标准状态变量值 (x, y, z).

在数值模拟中,选取个体总数 $N = 20$,每个个体由20位的二进制编码表示,且取 $P_{\min} = 2$,$P_{\max} = 3$,$\varepsilon = 0.0001$.另外,遗传算法中的选择操作采用赌轮盘选择法选择,交叉操作采用概率为0.80的一点交叉,变异操作的变异概率为0.1.为了能够获得比较精确的结果,先进行20次的数值实验,每次实验初始种群中的个体都是随机设定,然后取每次实验结果的最优解,即对应最大适应度的个体,再由其组成初始种群进行一次数值实验,取结果中的最优解为参数 b 的最终估计结果.本文得到的参数 b 的估计结果为2.66601530,与真实值已经非常接近.图1为前20次实验结果中的最优解.

本文还考虑了实际应用中噪声对结果的影响.将标准状态变量 (x, y, z) 叠加上 $[-0.1, 0.1]$ 的白噪声,并设 $\varepsilon = 0.1$,图2为前20次实验结果中的最优解.由于每次实验结果都受到噪声的影响,我们直接将这20个最优解进行平均,得到了存在噪声时参数 b 的最终估计结果为2.67409208,同真实值比较接近.

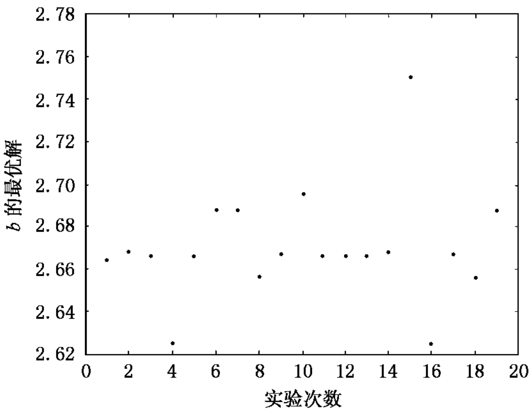

图 1　无噪声时的最优解

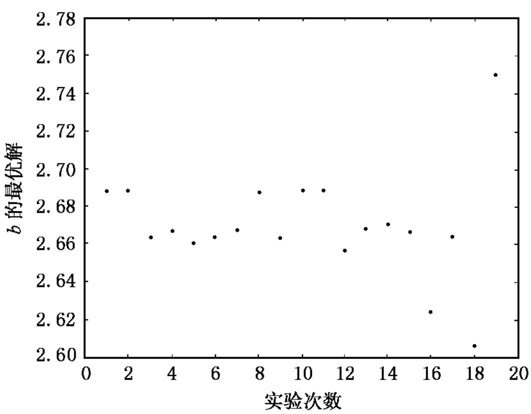

图 2　有噪声时的最优解

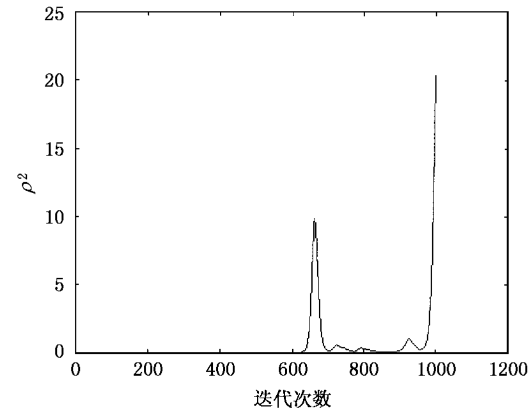

图 3　无噪声时的系统误差

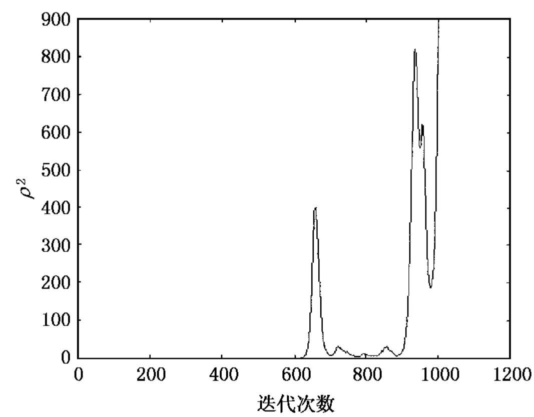

图 4　有噪声时的系统误差

4. 讨论与结论

由于混沌系统的特性,即使参数估计的结果与真实值非常接近,也仅能在短时间内有意义.随着系统的长时间演化,估计参数所表征系统与真实系统之间的误差将增大.图 3 与图 4 分别为系统在没有噪声和有噪声情况下,估计参数 b 所表征的系统与真实系统间的误差随时间演化的结果.图中 $\rho^2 = (x_b - x)^2 + (y_b - y)^2 + (z_b - z)^2$,$(x_b, y_b, z_b)$和$(x, y, z)$分别为估计参数 b 所表征系统与真实系统的状态变量.由图 3 和图 4 可以看出,即使估计参数 b 与真实值很接近,经过长时间演化后,两个系统之间的误差也会变得不能容忍.因此,在实际应用中必须对混沌系统的参数进行在线校正,不断地修正估计结果.采用本文方法就可以对混沌系统的参数进行在线估计和校正.限于篇幅,将另文说明有关的详细步骤.

在本文的数值模拟中,假设预先知道未知参数 b 的大致取值范围.然而,即使在参数完全未知甚至没有任何经验可供参考的情况下,也可以使用遗传算法先在一个较大的范围内进行搜索,然后根据结果逐步缩小搜索范围,直到最优解满足要求为止.

另外需要指出的是,本文是在对未知系统已经基本知道其动力学规律(例如,上述的 Lorenz 系统)的情况下,对其进行参数估计的问题,而不是系统的模式识别问题.实际上,在化学反应、流体力学和电路等实际系统中,通常可以知道系统的动力学描述方程,但往往系统的某些参数却是不可测或者是难以测量的,而这些参数对深入理解系统的动力学特性和对系统实施适当的控制具有重要作用.一般而言,在预先估计的未知参数区间上,目标函数(本文中即为适应度函数)的解空间不是单峰的,而是多峰空间,并且具有非常复杂的结构.与其他搜索方法

(如爬山法、穷举法以及随机搜索法)相比较,遗传算法在解决这类问题时有着其独特的优点[14].文献[11]已成功地使用遗传算法来确定混沌打靶中的最优反馈系数,本文则将遗传算法引入混沌系统的参数估计中.

本文将混沌系统的参数估计问题转化为便于遗传算法处理的寻优问题,充分发挥了遗传算法的全局优化搜索能力.以典型的 Lorenz 混沌系统为例进行了数值模拟,结果表明使用遗传算法可以得到很好的参数估计结果,且对噪声具有鲁棒性.

[1] Pecora L M and Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821

[2] Ott E, Grebogi C and Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196

[3] Pyragas K 1992 *Phys. Lett.* A **170** 421

[4] Morgul O 1998 *Phys. Lett.* A **247** 391

[5] Murali K 2000 *Phys. Lett.* A **272** 184

[6] Dai D and Ma X K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1237(in Chinese)[戴栋、马西奎 2001 物理学报 **50** 1237]

[7] Dai D and Ma X K 2001 *Phys. Lett.* A **288** 23

[8] Dedieu H and Ogorzalek M J 1997 *IEEE Trans. CAS* I **44** 948

[9] He M F *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 830(in Chinese)[贺明峰等 2000 物理学报 **49** 830]

[10] Guan X P *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 26(in Chinese)[关新平等 2001 物理学报 **50** 26]

[11] Peng Z W and Zhong T X 2000 *Chin. Phys.* **9** 244

[12] Li Z and Han C Z 2001 *Chin. Phys.* **10** 494

[13] Gao J F *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1235(in Chinese)[高金峰等 2000 物理学报 **49** 1235]

[14] Chen G L *et al* 1996 *Genetic Algorithm and Its Applications* (Beijing: People's Posts and Telecommunications Publishing House) p3 (in Chinese)[陈国良等 1996 遗传算法及其应用(北京:人民邮电出版社)第3页]

An approach of parameter estimation for a chaotic system based on genetic algorithm*

Dai Dong1) Ma Xi-Kui1) Li Fu-Cai2) You Yong2)

1)(*School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

2)(*School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

(Received 21 October 2001; revised manuscript received 16 March 2002)

Abstract

Through establishing an appropriate fitness function, the problem of parameter estimation for a chaotic system is transformed to that of parameter optimization. Then, the problem of parameter optimization is solved by using genetic algorithm with its capacity of global searching optimization. A numerical simulation on the typical Lorenz chaotic system is conducted. The results show that the proposed method is effective, accurate and robust against the presence of noise.

Keywords: chaotic system, parameter estimation, genetic algorithm

PACC: 0545

* Project supported by the Doctorate Foundation of Xi'an Jiaotong University, China (Grant No. DFXJTU2001-4).