

# 可兴奋性细胞混沌放电区间的识别机理<sup>\*</sup>

谢 勇<sup>1)</sup> 徐健学<sup>1)</sup> 康艳梅<sup>1)</sup> 胡三觉<sup>2)</sup> 段玉斌<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 西安交通大学建筑工程与力学学院非线性动力学研究所, 西安 710049)

<sup>2)</sup> 第四军医大学全军神经科学研究所, 西安 710032)

(2002 年 8 月 16 日收到, 2002 年 9 月 20 日收到修改稿)

在神经起步点记录到加周期分岔过程的生理实验数据, 在对此分岔过程中位于周期  $n$  爆发和周期  $(n+1)$  爆发之间的混沌的峰峰间期数据检测不稳定的周期轨道时, 发现从靠近周期  $n$  爆发的混沌的峰峰间期数据中, 可以检测出不稳定的周期  $n$  轨道, 而从靠近周期  $(n+1)$  爆发的混沌的峰峰间期数据中, 不仅可以检测出不稳定的周期  $(n+1)$  轨道, 还可以检测出不稳定的周期  $n$  轨道. 针对该现象, 借助于 Sherman 建议的胰腺  $\beta$  细胞模型, 从非线性动力学角度给出了理论解释. 指明了由鞍结分岔和倍周期分岔分别产生第一类阵发和第三类阵发为出现该现象的直接原因, 阐明了该现象具有一定的普遍性. 从而揭示了通过检测不稳定的周期轨道, 来识别混沌放电区间在加周期分岔过程中所处的位置的识别机理, 并重新给出了识别的方法.

关键词: 峰峰间期, 不稳定的周期轨道, 鞍结分岔, 倍周期分岔

PACC: 0545, 8725, 8728

## 1. 引言

在生理实验中, 许多神经元在药物的作用下呈现出规则的放电现象, 尤其是受损的背根节(injured dorsal root ganglion)神经元能自发地产生许多不规则的放电形式. 这些不规则的放电过去一直被认为是随机的, 然而随着混沌理论的引入, 发现这些不规则的放电许多却是确定性的混沌<sup>[1-4]</sup>. 因此, 应用混沌理论来对神经元的不规则放电加以认识是必要的. 我们知道, 感觉神经元通过动作电位(action potential)即放电的方式产生神经信号, 神经元与神经元之间的信息传递也是通过动作电位进行的. 普遍认为, 神经信息是以相邻动作电位的时间间隔(interspike interval, 译为峰峰间期, 简称为 ISI)进行编码的<sup>[5, 6]</sup>. 不规则的放电对应着不规则的 ISI. 由此可见, 研究不规则的 ISI 对认识和揭示神经元信息编码具有重要意义. 由于许多不规则的 ISI 是混沌的, 因此可以确定这些混沌的 ISI 产生于具有混沌吸引子的非线性动力系统. 众所周知, 在混沌吸引子上存在无穷多个不稳定周期轨道(unstable periodic orbits, UPO), 这无穷多个 UPO 构成了混沌吸引子的基本骨

架. 如 Lyapunov 指数, 拓扑熵等动力学不变量都可以从这些 UPO 得以确定<sup>[7]</sup>. 因此, UPO 是对混沌系统的本质刻画. 如果能从实验数据中提取出不稳定周期轨道, 则表明实验数据是确定性的混沌<sup>[8]</sup>. 无论是神经元还是神经元集群, 一般都是高度非线性的系统, 其电活动常常表现为混沌放电, 而 UPO 的结构决定着混沌放电的特征. 鉴于此, So 等人提出了周期轨道是研究神经动力学特性的一种新语言的重要观点, 并给出了一种检测实验数据中的 UPO 的方法<sup>[8-10]</sup>. 这样, UPO 的分析提供了一种解码, 预测和控制神经元系统的可供选择的新方法<sup>[10]</sup>. 对损伤背根节神经元的自发放电的混沌的 ISI 序列, 胡三觉等人检测 UPO 得出了许多很有意义的结果<sup>[11]</sup>.

任维等人在神经起步点自发放电的生理实验中, 发现了加周期(period-adding)分岔过程<sup>[1]</sup>. 他们对位于相邻的周期 2 爆发(period-2 bursting)和周期 3 爆发之间的混沌的 ISI 实验数据提取 UPO 时, 揭示了一个有趣的现象<sup>[12, 13]</sup>. 对位于周期 2 爆发(就是一个周期内在基础波(underlying wave)上有 2 次放电)和周期 3 爆发之间的混沌放电区间, 从靠近周期 2 爆发(对应于稳定的周期 2 轨道)的混沌的 ISI 序列中可以检测出不稳定的周期 2 轨道, 而从靠近周期

<sup>\*</sup> 国家重点自然科学基金(批准号: 30030040)资助的课题.

3 爆发的混沌的 ISI 序列中 ,不仅可以检测出不稳定的周期 3 轨道 ,还能检测出不稳定的周期 2 轨道 .而且 ,在相空间中 ,不稳定的周期 2 轨道和稳定的周期 2 轨道(即周期 2 爆发所对应的轨道)很靠近 ;不稳定的周期 3 轨道和稳定的周期 3 轨道很靠近 .由于文献 [12 ,13] 对该现象产生的动力学机制没有做任何解释 ,本文将从非线性动力学角度给出理论分析 ,并指明产生该现象的直接原因 .文献 [12 ,13] 根据混沌的 ISI 实验数据位于周期 2 爆发和周期 3 爆发之间这一已知事实 ,只检测周期小于等于 4 的 UPO .由于在混沌放电区间内左右两侧只检测出了不稳定的周期 2 轨道和不稳定的周期 3 轨道 ,于是便判断该混沌放电区间在加周期分岔过程中位于周期 2 爆发和周期 3 爆发之间 .事实上 ,给定一组混沌的 ISI 实验数据 ,事先并不知道它所处的参数区间 ,即哪两个周期爆发之间 ,这样就不能确定所需要检测的 UPO 的周期上限 ,即使在混沌放电区间内两侧分别检测处不稳定的周期  $n$  和不稳定的周期  $(n + 1)$  轨道 ,也可能存在其他周期的 UPO ,此时再用前面的识别方法就不能确定其参数区间 .因此 ,本文将重新给出识别参数区间的方法 .值得说明的是 ,这种识别混沌放电节律所在参数区间 ,对认识混沌放电的本质特征和神经信息编码是十分重要的 .

下面以 Sherman 建议的胰腺  $\beta$  细胞模型<sup>[14]</sup> 为例来解决前面提到的问题 .

## 2.Sherman 模型及其分岔过程

考虑一个由 Sherman 提出的描述胰岛素分泌的  $\beta$  细胞模型 ,

$$\begin{aligned}\tau \frac{dV}{dt} &= -I_{Ca}(V) - I_K(V,n) - g_S(V - V_K), \\ \tau \frac{dn}{dt} &= \alpha(n_\infty(V) - n), \\ \tau_S \frac{dS}{dt} &= S_\infty(V) - S,\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}I_{Ca}(V) &= g_{Ca} m_\infty(V)(V - V_{Ca}), \\ I_K(V,n) &= g_K n(V - V_K), \\ \omega_\infty &= 1/(1 + \exp((V_\omega - V)/\Theta_\omega)), \omega = m, n \text{ 和 } S.\end{aligned}$$

这里 , $V$  代表膜电压 , $n$  表示钾通道打开的概率 , $S$  代表系统的慢变量 .以  $V_S$  为控制参数 ,其他参数取值和含义见参考文献 [14] .采用双精度 Gear 算法数值积分上述微分方程组 ,预设放电阈值  $V_{th} =$

-40 ,凡是膜电压正向通过阈值  $V_{th}$  ,就认为发生一次放电事件 ,记录此放电事件发生的时刻  $t_i$  .经过足够长的时间 ,就得到放电时刻序列  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$  ,前面提到的峰峰间期 ISI 序列便可以通过计算  $ISI_i = t_{i+1} - t_i$  得到 .画出 ISI 序列随  $V_S$  变化的分岔图 ,如图 1(a) 所示 .从图中可以看出 ,随着  $V_S$  逐渐减小 ,

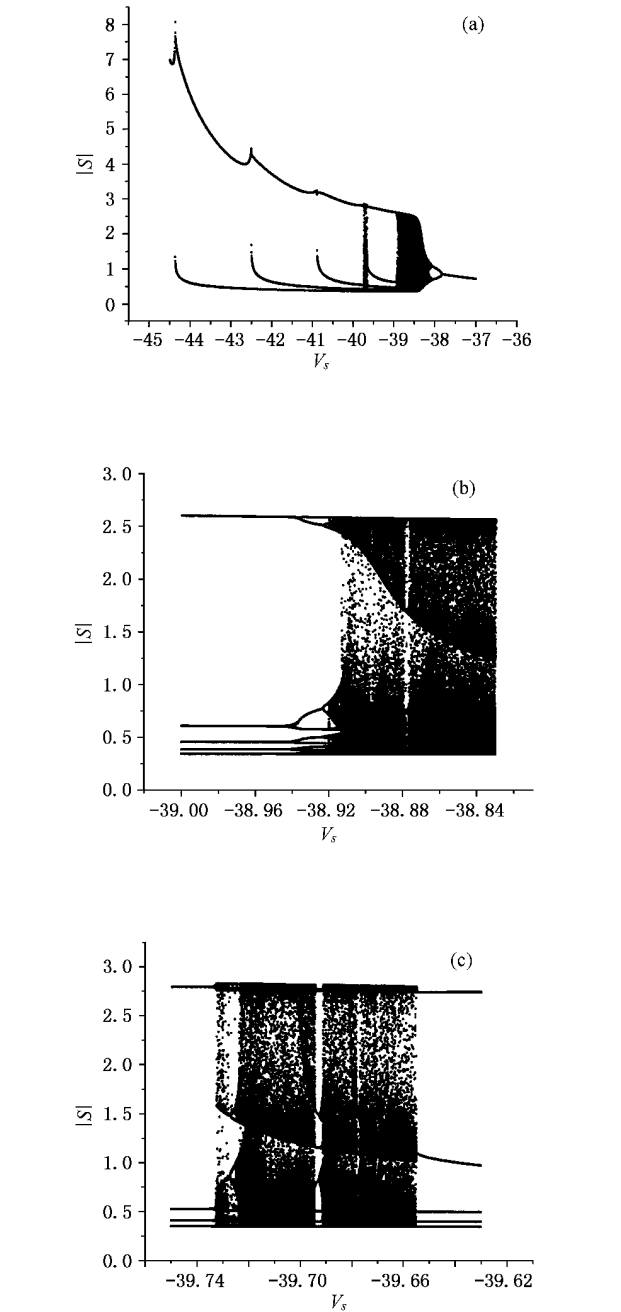


图 1 Sherman 模型分岔图 (a) 描述整个分岔过程的分岔图 (b) 分岔图  $V_S \in [-39, -38.83]$  局部放大 (c) 周期 4 爆发和周期 5 爆发之间的混沌区间

系统首先呈现周期连续放电,然后通过倍周期分岔道路通向混沌放电, $V_s = -38.3$  左右发生内部激变<sup>[15,16]</sup>,混沌吸引子突然变大.随着  $V_s$  进一步减小,通过一个逆倍周期分岔到达一个周期 5 爆发状态.这一过程可以从分岔图在  $V_s \in [-39, -38.83]$  局部放大图 1(b) 清楚地看到.在此以后,一个大尺度的逆向的加周期分岔过程可以看到.后面要考虑的混沌放电区间就是指位于加周期分岔过程中相邻两个周期爆发之间的混沌区间.这种相邻两个周期爆发之间夹着混沌放电区间的加周期分岔过程的现象在生理实验中可以经常看到<sup>[1]</sup>.从分岔图上可以看到在周期 4 爆发和周期 5 爆发之间存在一个混沌放电区间,如图 1(c) 所示,可以看到在该混沌放电区间中存在狭窄的周期窗口.由于它们不影响本文的结果,因此在本文中不予考虑.下面将以此混沌放电区间为例进行分析.

### 3. 文献 [12, 13] 所揭示的现象的数值模拟

#### 3.1. 不稳定的周期轨道的检测

在这一小节简单介绍一下 UPO 的检测. UPO 对混沌系统的描述是本质的,然而怎样从实验数据中检测 UPO 则一直是一个重要的课题.以前的方法基本上是基于 UPO 再现(recurrence)来进行的,然而数据量的大小阻碍了这种利用再现的方法来检测 UPO 能力.特别是在典型的短的非稳定的生物实验数据中. So 等人在 UPO 提取方面取得实质性的进展<sup>[8,9]</sup>. 他们研制了一种利用系统局部动力学特性的变换算法.它的变换数据便集中在个别的不稳定的周期轨道上.这种变换起着一种动力学特性透镜的作用,它提高了相空间中不稳定的周期轨道的概率测度,这就补偿了一条轨道在某一周期的某一轨道的 UPO 附近很少出现的问题.变换后数据的直方图在周期轨道位置处会出现尖峰.通过识别尖峰的位置就可以求出周期轨道.为了避免变换本身引入的伪周期轨道,必须对非线性变换本身的参数多次随机化选取(本文计算时取了 100 次).由于伪周期轨道依赖于变换的参数,而真正的周期轨道不随参数变化,通过叠加平均就可以消除伪周期轨道.再对原始实验数据进行多次替代数据(surrogate data)实现,本文进行了 50 次实现,对这些替代数据也进行相应的周期轨道的检测.由于每一个替代数据集都是和原始数据具有相同的振幅分布和近似自相关函数的线性

随机模型的一个实现,所以替代数据中是不存在 UPO 结构的.从而便能够估计出在原始数据中观察到的尖峰所具有的统计学上的显著性的概率大小.一般地,显著性达到 95% 以上就认为所检测到的 UPO 是可信的. So 等人提出的检测 UPO 的方法的一个明显的特点是,所需数据量小.一般只需要 512 个数据就可以可靠地检测出低周期的 UPO.

需要说明的是,在检测 UPO 时,必须首先对实验数据进行相空间重构.由于神经生理实验通常记录的数据为 ISI 序列,它可以认为是一个离散的动力系统,可直接应用 So 等人的方法.在确定相空间的嵌入维数时,可以用伪邻点法(false nearest neighbor)和 Cao 法联合起来确定<sup>[17]</sup>. 经计算,在本文的 ISI 序列重构中,取嵌入维数  $m = 3$  就足够了.由于 ISI 序列是一个离散动力系统,所以可以取时间延时  $\tau = 1$ .

#### 3.2. 现象的数值模拟

现在从数值上模拟文献 [12, 13] 在神经起步点记录的实验 ISI 序列中检测 UPO 时所揭示的现象. 见图 1(c) 取  $V_s = -39.74$  和  $-39.64$ , 它们分别对应于周期 4 和周期 5 爆发,其膜电压时间历程如图 2(a) 和 (b) 所示;再取  $V_s = -39.72$  和  $-39.66$ , 它们分别对应于靠近周期 4 爆发和靠近周期 5 爆发的混沌放电,其膜电压时间历程分别如图 2(c) 和 (d) 所示.

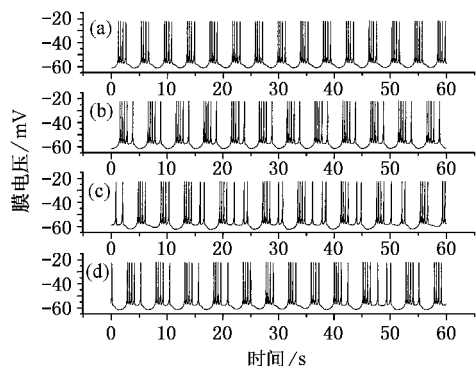


图 2 膜电压的时间历程(具体描述见正文)

对混沌的 ISI 序列采用 So 等人的方法检测 UPO. 在计算时仅取 512 个 ISI 数据,一般地,实验都能满足此数据量.对靠近周期 4 爆发的混沌的 ISI 序列能检测出不稳定的周期 4 轨道;对靠近周期 5 爆发的混沌的 ISI 序列不仅能检测出不稳定的周期 5

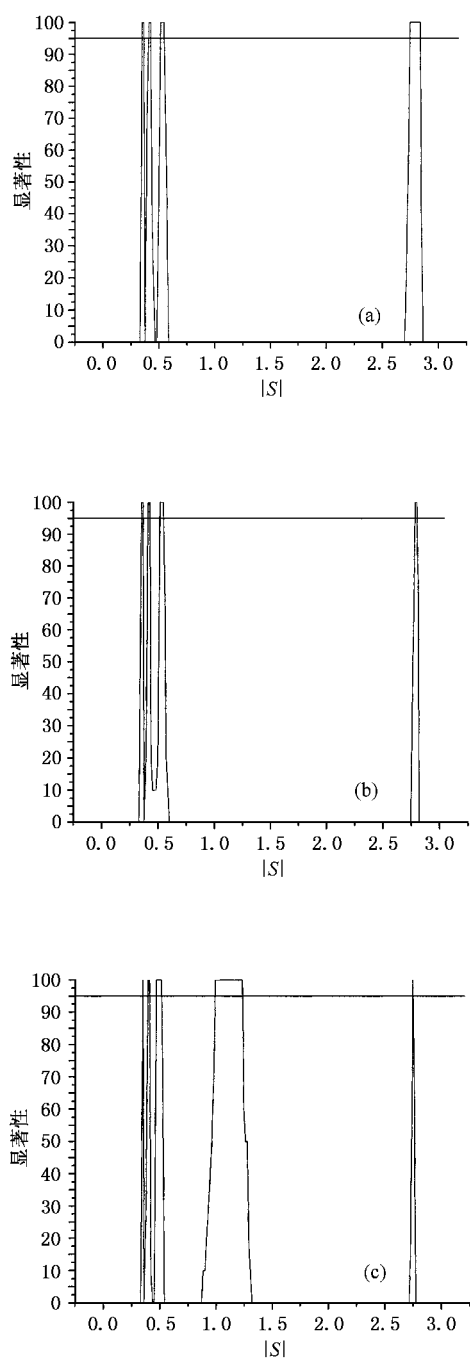


图3 检测到的UPO的显著性(a)靠近周期4爆发的混沌ISI序列所检测到不稳定的周期4轨道(b)和(c)分别为靠近周期5爆发的混沌ISI序列所检测到不稳定的周期4轨道和不稳定的周期5轨道

轨道,还能检测出不稳定的周期4轨道.从图3中可以看到检测出的UPO的显著性都在95%以上,因此它们是可信的.令人惊讶的是,在对这两种情况的混沌的ISI数据检测UPO时,都没有发现周期小于4的UPO,倒是检测出了周期大于5的UPO.然而检测出的不稳定的周期4轨道和不稳定的周期5轨道分

别与周期4爆发所对应的稳定的周期4轨道和周期5爆发所对应的稳定的周期5轨道在相空间中位置上很接近.为了更清楚地看到这一点,将它们在相空间中的位置进行比较,并列在表1中.可以看出不稳定的周期4轨道和稳定的周期4轨道位置很接近,不稳定的周期5轨道和稳定的周期5轨道很接近.而且两个不稳定的周期4轨道在空间位置上取小数点三位后完全相同.这一现象和文献[12,13]从实验数据检测UPO的现象完全一致.

表1 spo代表稳定的周期轨道 upo代表不稳定的周期轨道				
$V_S = -39.74$	$V_S = -39.72$	$V_S = -39.66$	$V_S = -39.64$	
spo-4	upo-4	upo-4	upo-5	spo-5
0.353	0.349	0.349	0.349	0.347
0.410	0.412	0.412	0.396	0.400
0.527	0.524	0.524	0.487	0.499
2.794	2.784	2.784	1.104	1.008
			2.745	2.743

## 4. 该现象产生的机理和混沌放电区间的识别方法

### 4.1. 该现象产生的机理

首先分析位于混沌放电区间内左侧的混沌的ISI序列.为了看清楚周期4爆发的周期ISI序列和混沌放电区间内左侧的混沌ISI序列差异,对 $V_S = -39.74$ 和 $-39.72$ 时ISI序列同时展示在图4(a)中,图中向下的箭头表示这两情况的分界线.可以看出混沌的ISI序列在左边原来稳定的周期4轨道附近有较高的聚集程度.这是由于在混沌放电区间内左侧由混沌放电到周期4爆发发生了一个逆向的次临界倍周期分岔过程<sup>[18]</sup>.按分岔图从左到右的顺序来说,就是原来稳定的周期4轨道变为不稳定的周期4轨道,产生了第三类阵发<sup>[19,20]</sup>(intermittency)现象.这样就造成混沌的ISI序列在不稳定的周期4轨道附近频繁再现,穿过周期窗口.这一现象一直扩展到混沌放电区间内右侧,这一点可以从图1(c)清楚地看出,并且这个不稳定的周期4轨道的4个周期点,将演化成为右侧不稳定的周期5轨道的5个周期点中的4个.因此,在混沌放电区间内的左右侧的混沌的ISI序列都可以检测出不稳定的周期4轨道,它们与稳定的周期4轨道在相空间中非常靠近,并

且在相空间中右侧的不稳定的周期 5 轨道的 5 个周期点中的 4 个与混沌区间的左边的稳定的周期 4 轨道很靠近. 上述的各个周期轨道在相空间中的具体位置见表 1.

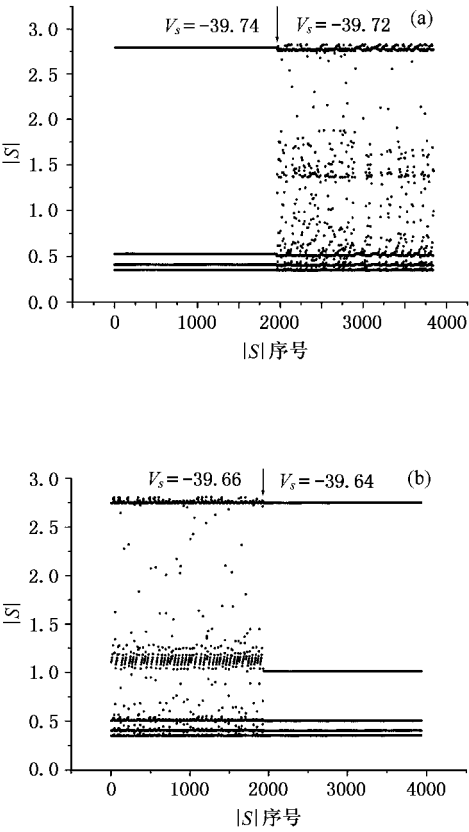


图 4 ISI 序列的比较(详细说明见正文)

再分析混沌放电区间内右侧的混沌的 ISI 序列. 同上, 把  $V_s = -39.66$  所对应的混沌的 ISI 序列和  $V_s = -39.64$  所对应的周期 5 爆发的 ISI 序列同时展示在图 4(b) 中. 从图中可以看到, 混沌的 ISI 序列主要集聚在右边原来稳定的周期 5 轨道附近. 为了看清楚混沌放电和周期 5 爆发之间所发生的分岔情况, 对系统的慢变量  $S$  时间历程取出其所有的局部极大值来构造一个离散动力系统  $f$  (还可以通过 Poincare 截面获得慢变量  $S$  的一个离散动力系统). 分别取  $V_s = -39.652, -39.656$  和  $-39.680$  相应的  $S$  的离散动力系统  $f$  的 5 次返回映射 (return mapping) 分别如图 5(a)(b) 和 (c) 所示. 由此可见, 在混沌放电与周期 5 爆发之间发生了鞍结分岔 (saddle-node bifurcation) 通常也称为切分岔 (tangent bifurcation) 或折叠分岔 (fold bifurcation). 由鞍结分岔产生第一类阵发<sup>[19-20]</sup>现象, 见图 5(c), 在 5 次返回映射与

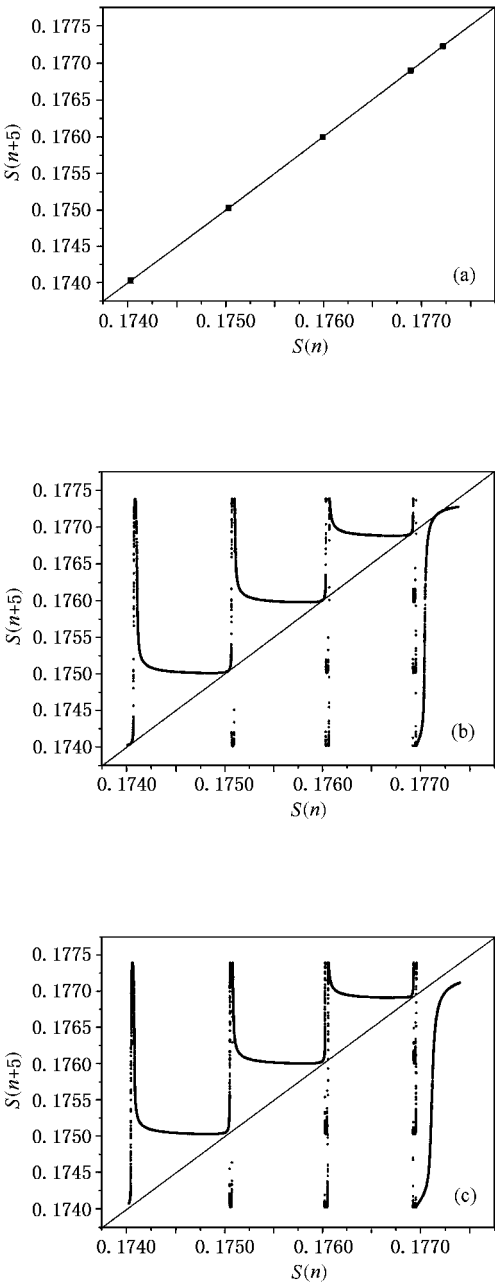


图 5 慢变量  $S$  的离散动力系统  $f^5$  的鞍结分岔过程 (a) 经过 5 次返回映射, 5 个稳定的结点分布在对角线上 5 个不同的位置 (b) 鞍结分岔 (c) 第一类阵发, 此时的混沌也可称为阵发混沌

对角线之间存在 5 个狭窄通道, 其中 4 个居对角线上方, 1 个居对角线下方. 当映射通过通道时, 便有类似周期的现象出现, 而且较为缓慢地通过通道. 众所周知, 鞍结分岔必然涉及一个稳定的结点和一个不稳定的鞍点, 它们或同时产生或同时湮没. 在这里, 随着  $V_s$  从右到左逐渐减小, 5 对鞍点结点各自相互逐渐靠近, 然后同时湮没, 即同时在 5 处发生鞍

结分岔,见图 5(b).发生分岔前的 5 个结点就是周期 5 爆发所对应的稳定的周期 5 轨道,5 个鞍点便对应于不稳定的周期 5 轨道,通常数值积分只能得到稳定周期轨道,故在分岔图中没有显示不稳定的周期 5 轨道.这样,发生分岔前,5 对鞍点结点逐渐相互靠近,分岔时它们同时湮没,接着出现第一类阵发现象,5 个狭窄的通道就在发生鞍结分岔的附近.因此不稳定的周期 5 轨道便出现在 5 个通道附近,它自然与稳定的周期 5 轨道在相空间位置上很接近.

下面来解释为什么在混沌放电区间内左侧的混沌的 ISI 数据中检测不到不稳定的周期 5 轨道.从图 1(c) 可以看到,周期 4 爆发和周期 5 爆发似乎区别仅在于周期 5 爆发所对应的从下往上第 4 个 ISI 曲线上.这也可以从图 4(a) 和 (b) 中得出此结论.从图 4(b) 还可以看到膜电压时间历程在一个周期内从左到右第 5 个脉冲,对应于  $S$  慢变量的最大的局部极大值.鞍结分岔发生后,随着  $V_s$  向左逐渐减小,系统逐渐远离分岔点.在这一过程中, $S$  慢变量的 5 次返回映射  $f^5$  的对角线下方的通常,即  $S$  慢变量最大的局部极大值所对应的通道与其他 4 个通道相比,离开分岔点的速度最快,如图 5(c) 所示.从图中可以看到其他 4 个通道仍然很狭窄,而对角线下方的通道已经变得很宽畅.因此随着  $V_s$  继续向左逐渐减小,对角线下方的通道将首先消失.也就是说,在图 1(c) 中周期 5 爆发的从下往上的第 4 个 ISI(它对应于稳定的周期 5 轨道的一个周期点),在鞍结分岔后,它所对应的不稳定的周期 5 轨道的一个不稳定的周期点将逐渐消失,只有其他 4 个不稳定的周期点仍然存在.这样,在混沌放电区间内左侧就检测不到不稳定的周期 5 轨道,但能检测到不稳定的周期 4 轨道.

这里描述一个普遍现象.在加周期分岔过程中,如果相邻两个周期运动之间存在混沌,则在周期大的周期运动的一侧,稳定的周期运动总是以鞍结分岔通过第一类阵发通向混沌;而周期小的周期运动的一侧,稳定的周期运动总是以倍周期分岔(包括次临界和超临界两种情况)通过第三类阵发通向混沌.这一点在后面还会给出例证.

到此为止,揭示了在加周期分岔过程中,对介于周期  $n$  爆发和周期  $(n+1)$  爆发之间的混沌放电区间,在其左右侧检测 UPO 时所发现的现象的动力学机制.具体为:在周期  $n$  爆发与混沌放电区间

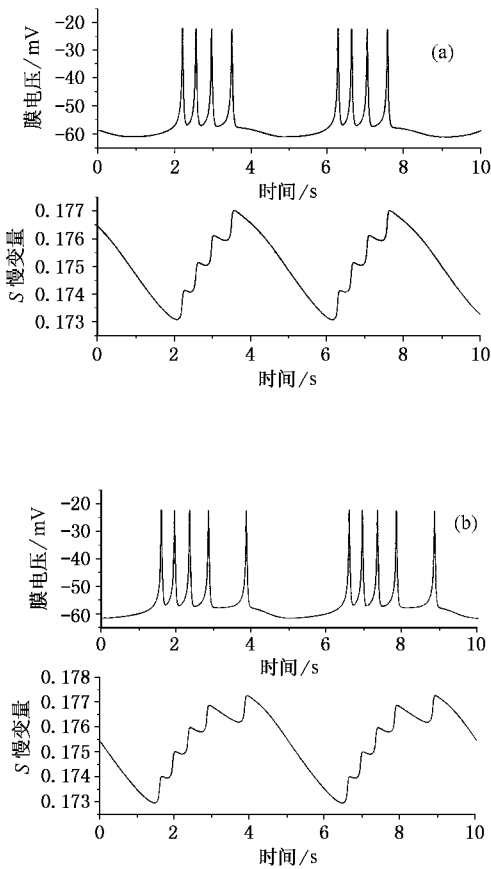


图 6 (a)和(b)分别对应于周期 4 爆发和周期 5 爆发情形(它们的各自的上图为膜电压时间历程,下图为  $S$  慢变量的时间历程)

之间发生了倍周期分岔,引发第三类阵发现象,致使混沌的 ISI 数据在相空间中在稳定的周期  $n$  轨道(对应于周期  $n$  爆发)附近聚集,而且这个聚集现象贯穿整个混沌放电区间.因此,在混沌放电区间内两端的混沌的 ISI 数据中都可以检测出不稳定的周期  $n$  轨道.而在周期  $(n+1)$  爆发与混沌放电区间之间发生了鞍结分岔,产生第一类阵发现象,使得在靠近周期  $(n+1)$  爆发的混沌的 ISI 数据在稳定的周期  $(n+1)$  轨道附近聚集.随着系统逐渐远离分岔点,混沌的 ISI 数据的  $(n+1)$  个不稳定的周期点中的一个周期点将很快消失.因此在靠近周期  $(n+1)$  爆发的混沌的 ISI 数据中能检测出不稳定的周期  $(n+1)$  轨道,而在靠近周期  $n$  爆发的混沌的 ISI 数据中却检测不到不稳定的  $(n+1)$  轨道.

4.2. 混沌区间的识别方法

正如前面指出那样,在识别混沌放电区间所处的参数区间时,文献 [12,13] 的方法存在一些问题,

在此提出一个更准确的识别方法. 对一个混沌放电区间, 首先对区间内的两侧的混沌的 ISI 序列检测 UPO, 一般检测到周期 10 就足够了, 因为再高的周期在生理实验中根本无法与混沌节律分辨开来. 如果在一侧检测出不稳定的周期  $n$  轨道, 在另一侧检测出不稳定的周期  $(n + 1)$  轨道, 同时也检测出不稳定的周期  $n$  轨道, 而且该轨道和前面一个不稳定的周期  $n$  轨道在相空间位置上接近, 然后就可以初步认为该混沌区间在分岔过程中位于周期  $n$  爆发和周期  $(n + 1)$  爆发之间的参数区间内. 为了确保识别的正确性, 再根据在混沌区间内的两侧分别有第一类和第三类阵发现象, 它们会使得混沌的 ISI 序列在不稳定的周期  $n$  轨道和不稳定的周期  $(n + 1)$  轨道附近有较高的概率再现. 这样, 如果求出在各周期处的 UPO 的分布(它表示某一条混沌轨道在相空间中访问某一周期的所有的 UPO 的次数), 则在周期  $n$  和周期  $(n + 1)$  处的 UPO 的分布有较高的峰值, 从而验证前面识别的正确性. 关于求 UPO 的分布, 见文献 7]. 图 7 (a) 和 (b) 分别给出了前面分析的介于

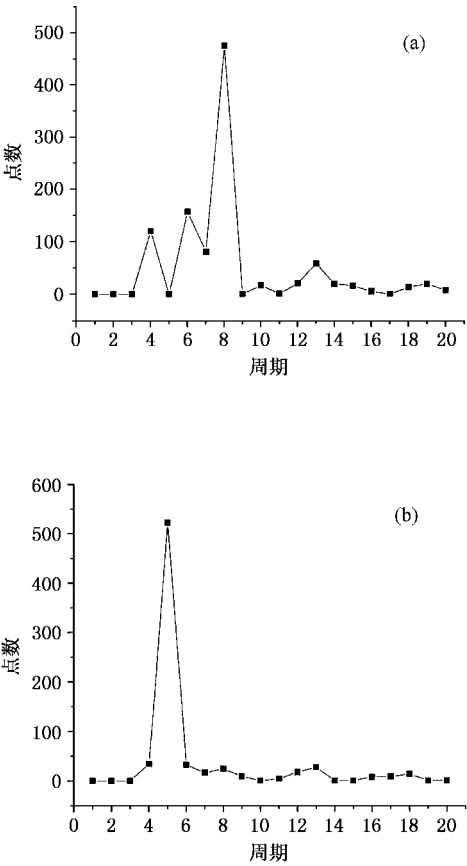


图 7 UPO 的分布 (a) 靠近周期 4 爆发的混沌的 ISI 序列 (b) 靠近周期 5 爆发的混沌的 ISI 序列

周期 4 爆发和周期 5 爆发之间的混沌放电区间内的左右侧的 UPO 分布, 它们均从 2000 个 ISI 数据计算得出, 而这样的数据量在实验条件下一般都能得到. 在图 7 (a) 中周期 4 处有较高的峰值, 而在 (b) 中周期 5 处有较高的峰值. 按我们的识别方法, 该混沌区间便位于周期 4 爆发和周期 5 爆发之间, 这无疑是正确的. 从图 7 (a) 还可以看到, UPO 分布除了在周期 4 有较高的峰值, 而且在周期 6, 周期 7 和周期 8 处也有较高的峰值, 这说明还能检测出不稳定周期 6, 7 和 8 轨道. 按文献 12, 13] 的识别方法, 就无法正确判断混沌放电区间所处的参数区间.

4.3. 本文所研究的现象的普遍性

事实上, 在许多其他的可兴奋性细胞模型中, 也可以找到和本文类似的分岔过程, 如 1985 年和 1995 年的 Chay 模型<sup>[21, 22]</sup>, Rose-Hindmarsh 模型<sup>[23]</sup>. 图 8 (a) 为 1995 年 Chay 模型随参数  $g_p$  变化的分岔图, 图中向下箭头表示那里发生了内部激变. 图 8 (b) 为 Rose-Hindmarsh 模型在外加电流  $I = 3.0$  情况下, 随时间尺度因子  $r$  变化的分岔图. 从图中都可以看出这一分岔过程典型地为: 由周期连续放电通过倍周期分岔到混沌放电, 然而通过一个逆向的倍周期分岔到

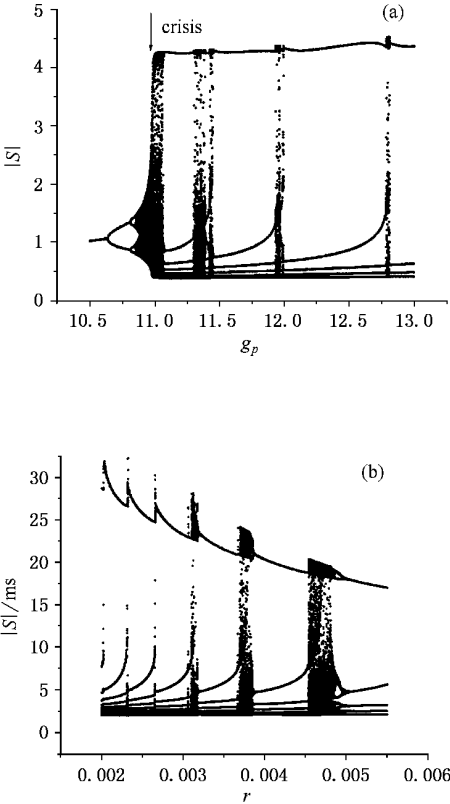


图 8 ISI 分岔图 (a) Chay 模型分岔图 (b) Rose-Hindmarsh 模型分岔图

周期爆发,至此,一个大尺度的加周期分岔可以清楚看到.而且,一般地在两个周期爆发之间存在混沌放电,周期大的爆发,即在基础波上放电次数多一次的爆发总是通过鞍结分岔以第一类阵发形式通向混沌,在周期小的一侧,混沌则以一个逆向的倍周期分岔(或临超界或次临界)到周期小的爆发.还可以发现,随着周期爆发的周期逐渐增大,混沌区间的尺度或逐渐减小然后消失,或从没有然后逐渐增大,此现象另文报道.在神经生理实验中,也揭示了与本文类似的加周期分岔现象<sup>[1]</sup>.另外,在有间隙的转子系统中也发现存在加周期分岔过程<sup>[24]</sup>.从而本文揭示的现象拥有一定的理论和实验基础,具有一定的普

遍性.

## 5. 结 论

从理论上分析和解释了在文献[12,13]中对神经起步点的生理实验数据检测不稳定的周期轨道所揭示的现象.该现象与鞍结分岔和倍周期分岔密切相关,由它们分别产生第一类和第三类阵发,从而引起该现象的发生.重新给出了识别混沌放电区间的方法,该方法更加准确和可靠.这对进一步认识和理解神经信息编码有着重要的意义.

- [1] Ren W, Hu S J, Zhang B J and Wang F Z 1997 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **7** 1867
- [2] Gong Y F, Xu J X, Ren W, Hu S J and Wang F Z 1998 *Biological Cybernetics* **78** 159
- [3] Xu J X, Gong Y F, Ren W, Hu S J and Wang F Z 1997 *Physica D* **100** 212
- [4] Xu J X, Gong Y F, Ren W, Hu S J and Wang F Z 1996 *Proceedings of the International Conference on Nonlinearity, Bifurcation and Chaos: the Doors to the Future* (Lodz, Poland) 141
- [5] Gong P L, Xu J X, Long K P and Hu S J 2002 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **12** 319
- [6] Suzuki H, Aihara K, Murakami J and Shimozawa T 2000 *Biological Cybernetics* **82** 305
- [7] Lathrop D P and Kostelich E J 1989 *Phys. Rev. A* **40** 4028
- [8] So P, Ott E, Sauer T, Gluckman B J, Grebogi C and Schiff S J 1997 *Phys. Rev. E* **55** 5398
- [9] So P, Ott E, Schiff S J, Kaplan D T, Sauer T and Grebogi C 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4705
- [10] So P, Francis J T, Netoff T I, Gluckman B J and Schiff S J 1998 *Biophysical Journal* **74** 2776
- [11] Hu S J and Yang H J *et al* 2000 *Neuroscience* **101** 689
- [12] Gu H G, Ren W, Lu Q S, Jian Z and Yang M H 2001 *Journal Non-linear Dynamics in Science and Technology* **8** 113 [in Chinese] 古华

光、任 维、陆启韶、菅 忠、杨明浩 2001 非线性动力学报 **8** 113 ]

- [13] Ren W, Gu H G, Jian Z, Lu Q S and Yang M H 2001 *Computational Neuroscience* **12** 1
- [14] Mosekilde E, Lading B, Yanchuk S and Maistrenko Y 2001 *BioSystem* **63** 3
- [15] Grebogi C, Ott E, Romeiras F and Yorke J A 1987 *Phys. Rev. A* **36** 5365
- [16] Grebogi C, Ott E and Yorke J A 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 1284
- [17] Xie Y, Xu J X, Yang H J and Hu S J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 205 [in Chinese] 谢 勇、徐健学、杨红军、胡三觉 2002 物理学报 **51** 205 ]
- [18] Lading B, Mosekilde E, Yanchuk S and Maistrenko Y 2002 *Progress of Theoretical Physics Supplement* **139** 164
- [19] Becker J, Hodelsperger F, Weyrauch Th and Benner H 1999 *Phys. Rev. E* **59** 1622
- [20] Homburg J 2002 *Abstracts of International conference on New Directions in Dynamical Systems*, Kyoto
- [21] Chay T R 1985 *Physica D* **16** 233
- [22] Chay T R and Fan Y S 1995 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **5** 595
- [23] Holden A V and Fan Y S 1992 *Chaos, Solitons and Fractals* **2** 349
- [24] Sun Z C and Xu J X 2001 *Chin. Phys.* **10** 599



# Mechanism for identification of chaotic firing interval in excitable cells<sup>\*</sup>

Xie Yong<sup>1)</sup> Xu Jian-Xue<sup>1)</sup> Kang Yan-Mei<sup>1)</sup> Hu San-Jue<sup>2)</sup> Duan Yu-Bin<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>( *Institute for Nonlinear Dynamics ,Xi 'an Jiaotong University ,Xi 'an 710049 ,China* )

<sup>2)</sup>( *Institute for Neuroscience ,The Fourth Military Medical University ,Xi 'an 710032 ,China* )

( Received 16 August 2002 ; revised manuscript received 20 September 2002 )

## Abstract

The experimental data of interspike intervals were recorded in a neural pacemaker and the presence of period-adding bifurcation cascade was demonstrated. By detecting unstable periodic orbits from the chaotic interspike intervals located in between period- $n$  bursting and period- $(n+1)$  bursting, it is found that the unstable period- $n$  orbit can be detected from the chaotic interspike intervals near the period- $n$  bursting and the unstable period- $(n+1)$  orbit exists in the chaotic interspike intervals near period- $(n+1)$  bursting. Moreover, the unstable period- $n$  orbit also can be detected. For such a phenomenon the theoretical analyses are presented from the point of view of the nonlinear dynamics by way of the pancreatic  $\beta$ -cell model suggested by Sherman. The direct causes of emergence of the phenomenon are shown to be the intermittency of type I and that of type III, and they are induced by the saddle-node bifurcation and period-doubling bifurcation, respectively. Consequently, the mechanism for identification of chaotic firing interval is revealed. At the same time, the universality of the phenomenon is elucidated to a certain extent. Furthermore, a novel method is put forward for identifying the chaotic firing interval.

**Keywords :** interspike interval , unstable periodic orbit , saddle-node bifurcation , period-doubling bifurcation

**PACC :** 0545 , 8725 , 8728

<sup>\*</sup> Project supported by the National Key Natural Science Foundation of China ( Grant No. 30030040 ).