

# 交通灯控制下主干道的交通流研究<sup>\*</sup>

谭惠丽<sup>1)</sup> 黄兵花<sup>2)</sup> 李华兵<sup>3)</sup> 刘慕仁<sup>1)</sup> 孔令江<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 广西师范大学物理与电子科学系 桂林 541004)

<sup>2)</sup> 广西工学院信息与计算科学系 柳州 545005)

<sup>3)</sup> 桂林电子工业学院计算科学与应用物理系 桂林 541004)

(2002 年 4 月 21 日收到 2002 年 9 月 7 日收到修改稿)

用元胞自动机模型模拟二维交通流. 通过交叉口设置的红绿灯, 研究交通激波的形成和传播. 对于一定的红绿灯周期, 交通流量出现多个极值现象. 在交叉口间隔相同的情况下, 对于一定的红绿灯周期, 在一定的车辆密度范围内, 交通流量是一个与密度无关的常量. 在车辆密度较高的情况下, 交叉口间距大于某一值后, 交通流量保持恒定值.

关键词: 元胞自动机模型, 交通流, 交通激波

PACC: 0550

## 1. 引言

1992 年, Biham, Middleton 和 Levine 提出了二维元胞自动机 (cellular automaton, CA) 交通流模型<sup>[1]</sup> (BML 模型). 模拟了城市交通网络随着车辆密度的增加, 交通流从运动相向完全阻塞相转变的临界相变行为. 此后, 为进一步更真实地模拟城市交通流问题, 人们做了大量的改进 BML 模型的工作. 如 Nagatani<sup>[2]</sup> 研究了跨路桥对交通流的影响; Cuesta<sup>[3]</sup>, Lü 等人<sup>[4]</sup> 引入转向概率, 研究能改变方向的 CA 交通流模型的临界相变特征; Gu 等人<sup>[5]</sup> 采用二维非均匀点阵的 CA 交通流模型, 研究了交通事故及交通设施等因素引起的交通系统宏观性质的变化; Wang<sup>[6]</sup> 等人研究了跨路桥和车辆分布不对称性带来的城市交通流性质的变化; Horiguchi 等人<sup>[7]</sup> 通过布置格点研究交叉口之间的距离对交通的影响; Brockfeld 等人<sup>[8]</sup> 研究了由红绿灯控制的城市交通 CA 模型. Huang 等人<sup>[9]</sup> 提出了城市主干道二维交通网络模型, 研究了刹车、转向、交通灯控制等多种因素带来的交通流的变化, 并讨论了该模型的自组织和组织合作现象. 这些研究, 对城市交通网络的合理设置和交通网络的管理提供了有价值的参考. 对于实际的城市交通网络, 总是由一条 (或几条) 主干道

和若干条支道组成, 在主干道和支道的交叉口处都设有红绿灯. 我们对该模型的数值模拟表明, 由于红绿灯的调制作用, 将形成交通激波, 车辆流量出现多个极值现象. 对于一定的红绿灯周期, 在一定的车辆密度范围内, 车辆流量是一个与密度无关的常量. 在车辆密度较高的情况下, 交叉口间距大于某一值后, 车辆流量保持恒定值. 因此, 对于二维的城市交通网络, 路口的设立、红绿灯周期的长短都可能影响道路的使用效率. 这些问题的研究及解决, 将为城市交通流的控制和合理利用道路资源提供依据.

## 2. 模型和演化规则

如图 1 所示, 系统由一条主干道和四条支道组成. 主干道上车辆的行驶方向为由西向东, 四条支道上的车辆行驶方向为由南向北. 我们取主干道长为  $N$  个格点, 四条支道长为 500 个格点. 对于主干道上的第  $i$  格点, 用布尔量  $e_i(t)$  表示其  $t$  时刻东向车辆的占领状态, 在格点上有东向车辆则为 1, 否则为 0. 同理, 用布尔量  $n_i(t)$  表示其  $t$  时刻北向车辆的占领状态. 排斥规则要求

$$e_i(t)n_i(t) = 0.$$

主干道上不是交叉口的格点  $n_i(t) = 0$ . 同理, 支道上不是交叉口的格点  $e_i(t) = 0$ . 在主干道和支

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 10062001), 广西自然科学基金 (批准号: 0007017), 教育部“高等学校骨干教师资助计划”资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人.

道上的车辆可取0,1,2三种速度.若车辆前方有  $n$  个空格,则车辆一个时步可以向前移动  $\min[2,n]$  个空格,相当于该车子在此时刻具有速度  $\min[2,n]$ .为对通过主干道与支道的交叉口的车辆进行控制,在交叉口处设置红绿灯,红绿灯周期由  $T$  个时步组成, $T = T_G + T_R$ , $T_G$  是绿灯周期, $T_R$  是红灯周期.

在交叉口处,绿灯时步,东向车通行,红灯时步,北向车通行.

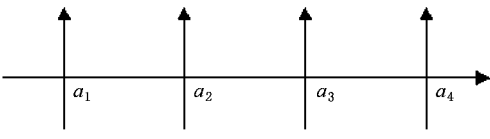


图1 一条主干道和四条支线的二维交通网络示意图

1)主干道上交叉口近邻、次近邻车辆的主要演化规则如下(见图2).

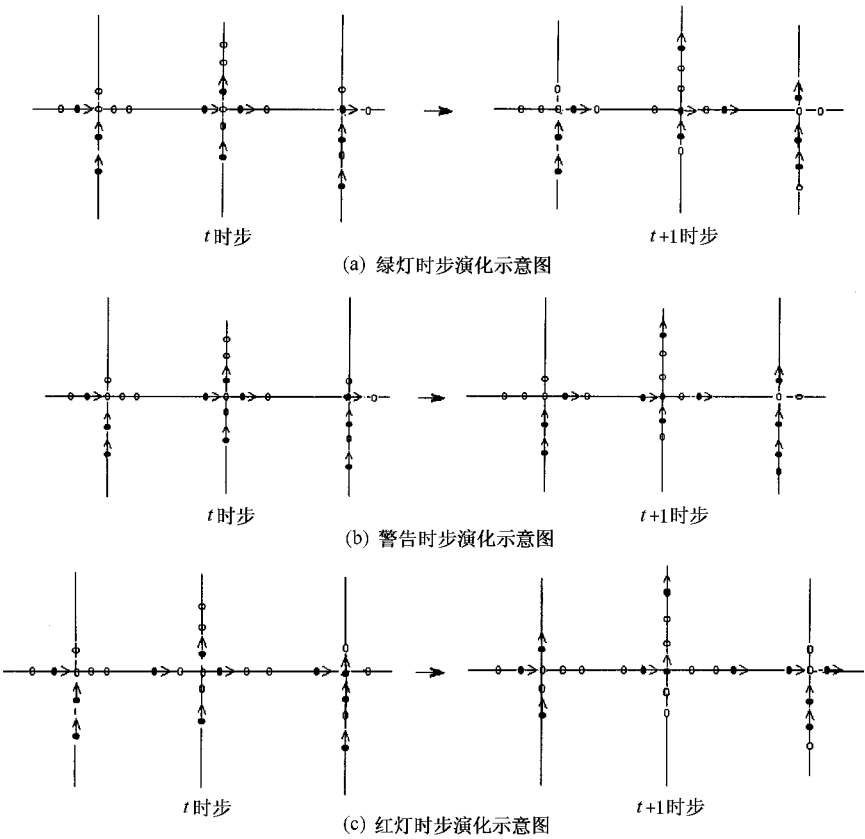


图2 车辆演化示意图。“。”表示空格点，“↑”带黑点表示北向车，“→”带黑点表示东向车

绿灯时步(见图2(a)(b)):车辆可移进、穿过交叉口或当该车上方第一、二个格点为空时,可以一定概率在交叉口处转向至支道上,但最后一个绿灯时步作为警告时步,车辆可穿过交叉口或在交叉口转向,而不允许移进并占据交叉口.

红灯时步(见图2(c)):车辆不容许转向、穿过或进入交叉口.

2)支道上车辆的主要演化规则如下(见图2(c)).

绿灯时步:车辆不容许转向、穿过或进入交叉口.

红灯时步:车辆可移进、穿过交叉口或当该车右方第一个格点为空时,可以一定概率在交叉口处转向至主干道上.

在主干道上远离交叉口的车辆,按模型的规则演化.

主干道车辆密度

$$\rho(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i(t),$$

$N$  为主干道的格子数.

主干道车辆平均速度等于主干道所有车辆的速度之和/主干道车辆总数,即

$$v(t) = \left[ \sum_{i=1}^N e_i(t) \left( \overline{e_{\text{mod}((i+1),N)}(t) + n_{\text{mod}((i+1),N)}(t)} \right) \left( \overline{e_{\text{mod}((i+2),N)}(t) + n_{\text{mod}((i+2),N)}(t)} \right) + 2 \left( \overline{e_{\text{mod}((i+2),N)}(t) + n_{\text{mod}((i+2),N)}(t)} \right) \right] \frac{1}{\sum_{i=1}^N e_i(t)},$$

式中  $e, n$  的下标  $\text{mod}((i+1), N)$  或  $\text{mod}((i+2), N)$  表示取模 (等于整除  $(i+1)/N$  或  $(i+2)/N$  的余数), 其目的是为了能包含对周期性边界条件的处理, 其结果表示格点的位置, 令  $k_1 = \text{mod}((i+1), N)$ ,  $k_2 = \text{mod}((i+2), N)$ , 则  $e_{k_1}(t), n_{k_1}(t)$  或  $e_{k_2}(t), n_{k_2}(t)$  表示格点  $k_1(k_2)$  的占领状态 (0 或 1), 由于排斥规则 ( $e_{k_1}(t) + n_{k_1}(t)$ ) 也表示格点  $k_1$  的占领状态 (0 或 1) ( $e_{k_1}(t) + n_{k_1}(t)$ ) 是 ( $e_{k_1}(t) + n_{k_1}(t)$ ) 的共轭布尔变量. 式中括号 “[ ]” 内表示对主干道上所有的车辆的速度求和, 求和号后式子的结果表示格点  $i$  上的车辆的速度, 为 0 或 1 或 2.

主干道车辆流量

$$f(t) = \rho(t)v(t).$$

3. 计算机数值模拟结果和讨论

在模拟过程中, 主干道和各支道均采用周期性边界条件. 在各交叉口设置的红绿交通灯的转换是同步进行的. 数值模拟的有关数据已标在相应的图中.

图 3 是车辆密度  $\rho = 0.4$ , 各交叉口位置  $a_1 = 500, a_2 = 1950, a_3 = 2050, a_4 = 3500$ , 各交叉口对主干道的转入转出率  $p_k^{\text{in}} = 0.2 (k = 1-4), p_k^{\text{out}} = 0.2 (k = 1-4)$ , 红绿灯周期  $T = 100$  (其中  $T_G = 50, T_R = 50$ ) 时的主干道局部时空二维图, 其中横轴表示空间坐标位置, 纵轴表示时间步, 黑点代表车辆, 白点代表空格点. 图 4 是图 3 在其他条件不变的情况下, 红绿灯周期  $T = 200$  (其中  $T_G = 50, T_R = 150$ ) 时的主干道局部时空二维图. 从时空二维图可以看出, 在密度不太高的情况下, 红绿灯的作用使得在交叉口前形成等宽等距的堵塞带和移动带, 其中堵塞带是以波的形式传播的运动波, 即为“交通激波”<sup>[10]</sup>. 堵塞带的车速为零, 移动带的车速为 2. 由于两相邻移动带对应点水平间距为  $T_G$ , 所以各移动带的宽度为  $T_G \cos(\frac{\pi}{4})$ . 同理, 各堵塞带的宽度为  $T_R \cos(\frac{\pi}{4})$ . 此交通激波向后传播的速度为 2.

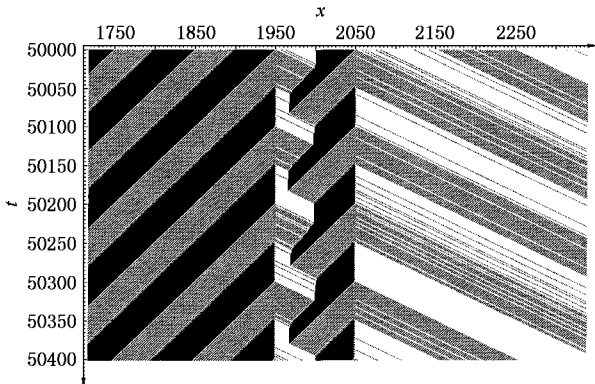


图 3  $\rho = 0.4, p_k^{\text{in}} = p_k^{\text{out}} = 0.2 (k = 1-4), T = 100 (T_G = 50, T_R = 50)$  时, 主干道的局部时空二维图

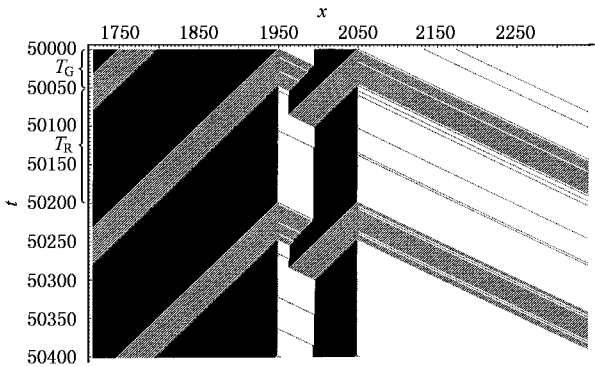
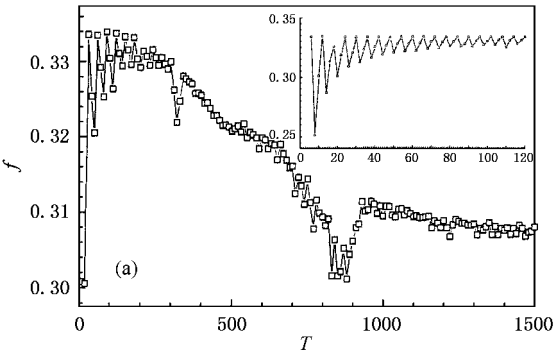


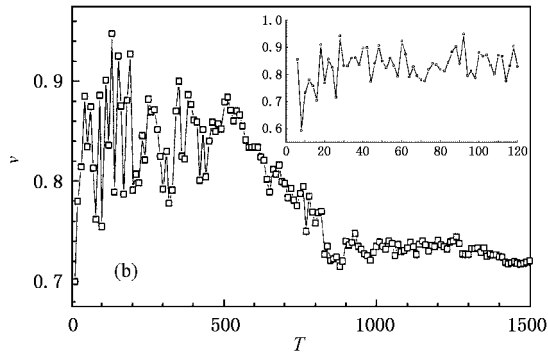
图 4  $\rho = 0.4, p_k^{\text{in}} = p_k^{\text{out}} = 0.2 (k = 1-4), T = 200 (T_G = 50, T_R = 150)$  时, 主干道的局部时空二维图

图 5 是各量保持和图 3 一致, 然后改变红绿灯周期, 且让  $T_G = T_R$  而得到的主干道车辆流量  $f$  (图 (a))、速度  $v$  (图 (b)) 和红绿灯周期的关系. 从图中可以看出:

- 1) 在  $T < 200$  时, 流量  $f$  随  $T$  高频振荡, 且振幅不断减小, 振荡周期为 6.
- 2) 在  $T < 200$  时, 流量  $f$  的峰值近似相等, 最小值则随  $T$  增大而增大.
- 3) 平均而言, 在  $T = 200$  附近流量  $f$  最大.
- 4) 流速随  $T$  变化的规律不明显, 因此, 流量比流速更能反映该模型的性质.



(a)  $f$  随  $T$  的变化图



(b)  $v$  随  $T$  的变化图

图 5 各量保持和图 3 一致,  $T_G = T_R$ ,  $f, v$  随  $T$  的变化

图 6 是红绿灯周期  $T = 200$  (其中  $T_G = T_R = 100$ ), 各交叉口位置  $a_1 = 500, a_2 = 1500, a_3 = 2500, a_4 = 3500$ , 主干道总格子数  $N = 4000$ , 各交叉口对主干道的转入转出率  $p_k^{\text{in}} = 0.2 (k = 1-4), p_k^{\text{out}} = 0.2 (k = 1-4)$ , 流量  $f$  和流速  $v$  随车辆密度  $\rho$  的变化情况.

从图 6 可以看出, 对于本文研究的二维主干道交通网络模型, 由于交叉口的存在, 车辆的平均速度随车辆密度  $\rho$  的增加, 迅速从 2 降为 1.7, 然后经过平顶期后逐渐降为 0. 车辆流量则随车辆密度  $\rho$  的增加而线性增加到 0.33, 经过平顶期之后降为 0. 可见, 密度在 0.2—0.7 范围内, 流量是一个与密度无关的常数. 因而此时道路的使用效率与车辆的多寡无关.

图 7 是车辆密度  $\rho = 0.6$ , 交叉口位置  $a_1 = 2000, a_4 = 14000$ , 主干道总格子数  $N = 16000$ , 各交叉口对主干道的转入转出率  $p_k^{\text{in}} = 0.2 (k = 1-4), p_k^{\text{out}} = 0.2 (k = 1-4)$ , 红绿灯周期  $T = 200$  (其中  $T_G = T_R = 100$ ), 让中间的两交叉口对称地向两边移动, 改变中间两交叉口的间距, 观察流量  $f$  和流速  $v$  随中间两交叉口间距  $x$  的变化情况. 可见, 在车辆密度

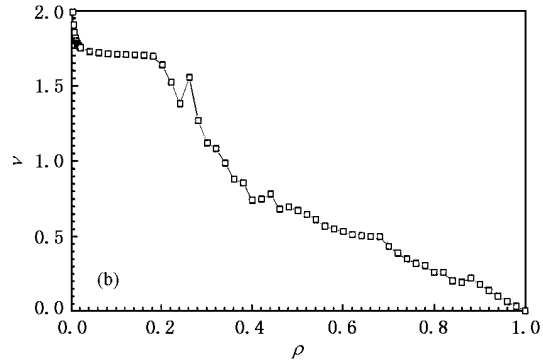
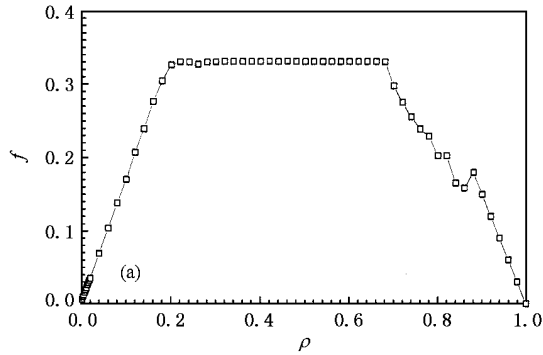


图 6  $T = 200$  ( $T_G = T_R = 100$ ), 各交叉口位置  $c_k = 500 + 1000(k - 1) (k = 1-4), N = 4000, p_k^{\text{in}} = p_k^{\text{out}} = 0.2 (k = 1-4)$ ,  $f, v$  随  $\rho$  的变化情况

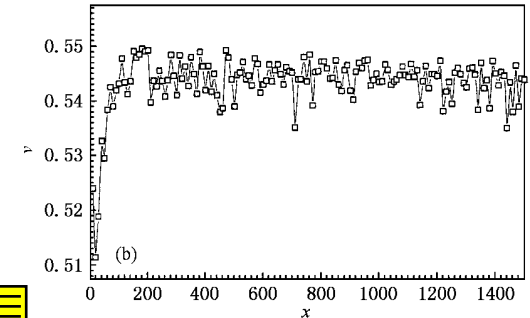
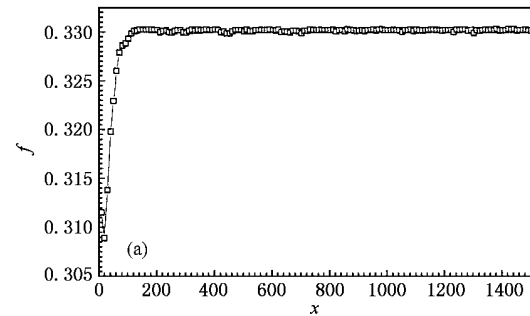


图 7  $\rho = 0.6, a_1 = 2000, a_4 = 14000, N = 16000, p_k^{\text{in}} = p_k^{\text{out}} = 0.2 (k = 1-4), T = 200$  ( $T_G = T_R = 100$ ),  $f, v$  随中间两交叉口间距  $x$  的变化情况

比较大的情况下,当交叉口间距大于某一定值( $x \approx 160$ )以后,车辆流量随交叉口间距的增加而趋于一稳定值( $f \approx 0.33$ ).因此在车辆密度比较大的情况下,只要保证交叉口间距大于某一定值,那么交叉口的位置对道路的使用效率不会有太大的影响.

5. 结 论

通过对由一条主干道四条支道组成的城市交通

网络模型的交通流的数值模拟,结果表明,由于在交叉口处设置红绿灯,主干道车辆运动出现交通激波现象,对于一定的红绿灯周期,交通流出现多个极值现象.研究了交通激波的传播,并讨论了主干道车辆流量在交通灯控制下所具有的特性.这些研究,对元胞自动机交通流模型应用于城市交通网络这一复杂系统的管理、控制提供有价值的参考.

[ 1 ] Biham O ,Middleton A and Levine D 1992 *Phys . Rev . E* **48** R6124

[ 2 ] Nagatani T 1993 *Phys . Rev . E* **48** 3290

[ 3 ] Cuesta J ,Martine F ,Molera J *et al* 1993 *Phys . Rev . E* **48** R4175

[ 4 ] Lü X Y *et al* 1997 *Acta Phys . Sin .* **46** 435 [ in Chinese ] 吕晓阳等 1997 物理学报 **46** 435 ]

[ 5 ] Gu G C ,Chung K H and Hui P M 1995 *Physca A* **217** 339

[ 6 ] Wang B H ,Woo Y F and Hui P M 1996 *J . Phys . A :Math . Gen .* **29** L31

[ 7 ] Horiguchi T and Sakakibara T 1998 *Physica A* **252** 388

[ 8 ] Brockfeld E ,Barlovic R ,Schadschneider A *et al* 2001 *Phys . Rev . E* **64** 056132

[ 9 ] Huang P H ,Kong L J and Liu M R 2002 *Chin . Phys .* **11** 678

[ 10 ] Lü X Y *et al* 2001 *Acta Phys . Sin .* **50** 1255 [ in Chinese ] 吕晓阳等 2001 物理学报 **50** 1255 ]

A study on the traffic flow of the main road under the traffic light control \*

Tan Hui-Li<sup>1)</sup> Huang Ping-Hua<sup>2)</sup> Li Hua-Bing<sup>3)</sup> Liu Mu-Ren<sup>1)</sup> Kong Ling-Jiang<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>( Department of Physics and Electronic Science ,Guangxi Normal University ,Guilin 541004 ,China )

<sup>2)</sup>( Department of Information and Computation Science ,Guangxi University of Technology ,Liuzhou 545005 ,China )

<sup>3)</sup>( Department of Computation Science and Application Physics ,Guilin Electronic Industry Institute ,Guilin 541004 ,China )

( Received 21 April 2002 ; revised manuscript received 7 September 2002 )

Abstract

A cellular automata model is presented to simulate the traffic flows on a main road in city network in which there are traffic lights at the intersections. We have investigated how the traffic shock wave forms and how it spreads. It is found that the traffic flows have several peak values. When the distances between the intersections are equal for a fixed value of cycle times of the traffic lights the current does not depend on the density of vehicles for a range of density. For a high density ,when the distance between the intersections is greater than a certain value ,the traffic flow maintains constant.

**Keywords :** cellular automaton model , traffic flow , traffic shock wave

**PACC :** 0550

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 10062001 ) ,the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region ,China( Grant No. 0007017 ) and the Foundation for University Key Teacher by the Ministry of Education of China.