

位相光栅色散特性的矢量衍射理论分析^{*}

巴音贺希格 齐向东 唐玉国

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130022)

(2002 年 7 月 10 日收到, 2002 年 9 月 29 日收到修改稿)

在矢量衍射理论基础上给出了适用于任意斜入射下位相光栅反射区和透射区的广义光栅方程和广义色散公式, 对位相光栅色散能力做了理论和数值分析, 考察了入射角、入射方位角、入射波长、光栅周期、衍射区域介质折射率和衍射级次等六个物理量之间的相互制约关系, 确立了光栅约束不等式, 指出了提高光栅色散的所有可能的途径.

关键词: 位相光栅, 色散特性, 矢量衍射理论

PACC: 4210 A110H

1. 引言

衍射光栅作为一种色散元件, 它有着二百多年的灿烂历史和传统的应用范围. 近年来, 随着微加工技术的不断发展, 微光学领域的研究热潮方兴未艾, 这促使光栅的应用范围得到了前所未有的拓展. 它不仅应用于光谱分析, 在计量学、天文学、量子光学、集成光学、光通讯、信息处理和纳米材料研究等诸领域的广泛应用前景更是备受世人关注.

分析位相光栅的理论基础是光的衍射理论. 在光栅的特征尺寸远大于波长时, 采用标量衍射理论分析就足够精确, 但是, 当光栅的特征尺寸接近或小于波长, 即达到亚波长结构时, 必须采用严格的矢量衍射理论分析衍射场. 经过 30 多年的研究和探索, 目前矢量衍射理论已逐渐发展成为一种相对成熟的光学研究理论. 在这个过程中, 先后出现了微分法^[1,2]、积分法^[3]、模式法^[4-7]和耦合波法^[8-14]等理论和数值计算方法, 人们通过这些方法从不同角度分析了光栅的衍射效率、光栅结构的各向异性引起的相移特性^[15,16]、光栅的衍射场分布^[17]、偏振特性^[18,19]、抗反射特性^[8,20]、全反射特性^[21,22]、衍射效率计算的收敛性^[23]和介质光栅的导模共振性质^[24]等, 这些无论对理论研究还是实际应用无疑有着重要的指导意义. 其实, 当把光栅做为色散系统来研究

时, 其色散能力的高低是衡量光栅优劣的重要指标. 以往对光栅色散的讨论都是以标量衍射理论为基础, 而基于矢量衍射理论的色散分析方法则未见报道, 也未见到关于入射方位角对光栅色散作用的例子. 本文在矢量衍射理论基础上给出了适用于任意斜入射下位相光栅反射区和透射区的广义光栅方程和广义色散公式, 通过对位相光栅色散能力的理论和数值分析, 考察了入射角、入射方位角、入射波长、光栅周期、衍射区域介质折射率和衍射级等六个物理量之间的相互制约关系, 确立了光栅约束不等式, 指出了提高光栅色散的所有可能的途径, 旨在为光栅计算、设计、制作和应用提供理论依据.

2. 基本理论

如图 1 所示, 波长为 λ 的平面波以入射角 θ (即入射波矢 k 与 z 轴之间的夹角), 入射方位角 ϕ (即入射波矢 k 在 xy 平面上的投影矢量与 x 轴之间的夹角) 入射到二元光栅上, h 为光栅槽深, τ 为槽宽, Λ 为光栅周期. 区域 I ($z < 0$) 和区域 II ($z > h$) 分别表示反射区和透射区, δ 为入射电场矢量的偏振角.

根据 Rayleigh 展开, 反射区(后向衍射区)的电场矢量可表示为^[13]

$$E_{\text{I}} = E_{\text{inc}} + \sum_{j=-\infty}^{\infty} R_j \exp[-i(k_{xj}x + k_{yj}y - k_{\text{I},zj}z)] \quad (1)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10004011)资助的课题.

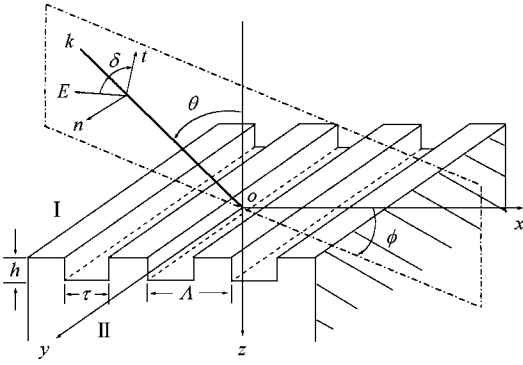


图 1 光栅结构及入射光示意图

透射区(前向衍射区)的电场矢量可表示为

$$E_{\parallel} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} T_j \exp\{-[k_{xj}x + k_{yj}y + k_{\parallel j}(z-h)]\}. \quad (2)$$

各区磁场矢量也有与电场矢量相对应的相似形式. 式中 E_{inc} 为入射电场矢量^[13], $i = \sqrt{-1}$ 为虚数单位, j 为衍射级次, R_j 和 T_j 分别为反射和透射振幅矢量. 其中, 波矢量的 x 分量和 y 分量及其反射区和透射区的 z 分量分别为

$$k_{xj} = k_x + \frac{2\pi j}{\Lambda}, \quad (3)$$

$$k_x = \frac{2\pi}{\Lambda} \sin\theta \cos\phi, \quad (4)$$

$$k_y = \frac{2\pi}{\Lambda} \sin\theta \sin\phi, \quad (5)$$

$$k_{\parallel j} = \sqrt{k_l^2 - k_{xj}^2 - k_{yj}^2}, \quad (6)$$

$$k_l = \frac{2\pi}{\lambda} n_l, \quad l = \text{I}, \text{II} \quad (7)$$

如上所述, $l = \text{I}, \text{II}$ 分别表示反射区和透射区, 对应的折射率分别为 $n_{\text{I}} = 1, n_{\text{II}} = n$.

设第 j 级衍射波的衍射角为 θ_j 、衍射方位角为 ϕ_j , 则与(4)(5)式同理可写出

$$k_{xj} = \frac{2\pi}{\lambda} n_l \sin\theta_j \cos\phi_j, \quad (8)$$

$$k_y = \frac{2\pi}{\lambda} n_l \sin\theta_j \sin\phi_j, \quad (9)$$

由(3)(4)(5)(8)和(9)式得到光栅方程为

$$n_l \sin\theta_j \cos\phi_j = \sin\theta \cos\phi + j \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (10)$$

$$n_l \sin\theta_j \sin\phi_j = \sin\theta \sin\phi, \quad (11)$$

由(10)(11)式求出衍射角和衍射方位角为

$$\theta_j = \arcsin \frac{1}{n_l} \sqrt{\sin^2\theta \sin^2\phi + \left(\sin\theta \cos\phi + j \frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}, \quad (12)$$

$$\phi_j = \arctg \frac{\sin\theta \sin\phi}{\sin\theta \cos\phi + j \frac{\lambda}{\Lambda}}, \quad (13)$$

由(13)式看出, 衍射方位角与介质折射率无关.

当平面波垂直入射($\theta = 0, \phi = 0$), 且 $n_l = 1$ 时, (10)(11)(12)和(13)式立即会退化为我们熟知的光栅方程和衍射角

$$\Lambda \sin\theta_j = j\lambda, \quad (14)$$

$$\theta_j = \arcsin j \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (15)$$

故不妨称(10)(11)式为广义光栅方程.

将(12)式还原为

$$\sin\theta_j = \frac{1}{n_l} \sqrt{\sin^2\theta \sin^2\phi + \left(\sin\theta \cos\phi + j \frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}, \quad (16)$$

则由(16)式得到色散表达式为

$$\frac{d\theta_j}{d\lambda} = j \frac{1}{n_l \Lambda \cos\theta_j} \times \frac{\sin\theta \cos\phi + j \frac{\lambda}{\Lambda}}{\sqrt{\sin^2\theta \sin^2\phi + \left(\sin\theta \cos\phi + j \frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}}, \quad (17)$$

计算中, 将(12)式衍射角 θ_j 代入即可. 当平面波入射方位角 $\phi = 0$, 且 $n_l = 1$ 时(17)式则会退化为常见的色散公式

$$\frac{d\theta_j}{d\lambda} = \frac{j}{\Lambda \cos\theta_j}, \quad (18)$$

故不妨称(17)式为广义色散公式.

根据余弦函数的性质, 从广义色散公式(17)式以及(12)式可以看出, 要使色散有实数值, 必须满足下列不等式:

$$\sin^2\theta \sin^2\phi + \left(\sin\theta \cos\phi + j \frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2 < n_l^2. \quad (19)$$

上述不等式的成立意味着入射角、入射方位角、入射波长、光栅周期、衍射区介质折射率和衍射级等六个物理量之间存在一种相互制约关系. 比如, 当 $\theta = 0, \phi = 0$, 且 $n_l = 1$ 时, 只有在 $\Lambda > \lambda$ 的条件下才能产生 ± 1 级衍射, 而 $\Lambda > 2\lambda$ 时可以产生 ± 2 级衍射; 当 $\theta = 0, \phi = 0$, 且 $n_l = 4$ 时, 只要 $\Lambda = \lambda$ 就能产生 ± 3 级衍射, 而此时只要 $\Lambda > \lambda/4$ 就可产生 ± 1 级衍射. 数值计算表明, 当入射角和入射方位角发生变化时, 对其他物理量的要求也将随之发生改变, 衍射级也不会正负成对出现. 同时, 以上六个参数都将不同程度地影响衍射光栅的色散. 从(6)式不难理解, 这种制约关系之所以能够成立, 就其物理本质而言, 它是产

生传播波(或称传导波)的必然要求,即它是反射波和透射波成为传播波的条件.综上所述,不妨把(19)式称之为光栅约束不等式,它限制着光栅各个参数的取值范围.这一点对光栅计算、设计、制作和应用十分重要.

3. 数值算例与分析

下面将根据(17)式对亚波长尺寸位相光栅的色散能力做数值考察,分析入射角、入射方位角、入射波长、光栅周期、衍射区介质折射率和衍射级次等六个物理量之间的相互制约关系及它们的变化对光栅角色散的影响.

本文在计算中把位相光栅的色散定义为波长相差 1nm 的相邻两条谱线的角距离,单位是角(°)/nm(亦可用 rad/nm 表示),每个图均表示了六个物理量之间的联系(包括相互制约关系).

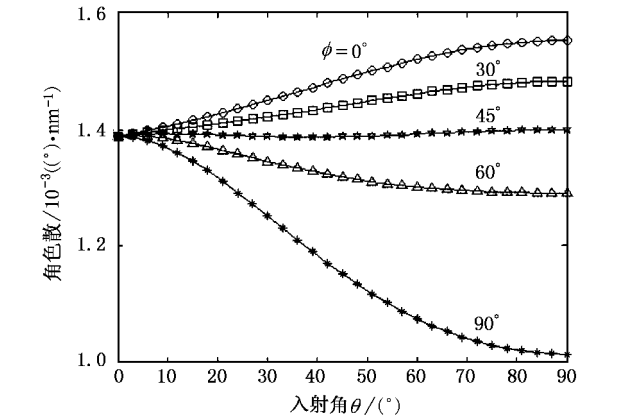


图2 角色散-入射角曲线($n_l = 4$, $\lambda = 10.60\mu\text{m}$, $\Lambda = 10.64\mu\text{m}$, $j = 1$)

图2给出了不同入射方位角时, +1 级衍射波的角色散与入射角的关系.当入射方位角小于 45° 时,其角色散随入射角的增大而增大;当入射方位角大于 45° 时,其角色散随入射角的增大而减小;当入射方位角等于 45° 时,其角色散对入射角的变化不够敏感.同时, +1 级衍射波的角色散随着入射方位角的增大而减小.

从图3和图4可以看出,当入射方位角增大时,允许出现的最高正衍射级次也增大;正衍射级次谱线的角色散随入射角的增大而增大($\phi = 80^\circ$ 时,低于 +3 级的衍射波则为减小,这与图2结论一致),负衍射级次谱线的角色散随入射角的增大而减小;衍射级次越高角色散越大,取 $\theta = 0^\circ$ 或 $\phi = 0^\circ$ 时,就可

从(17)式看出此结果.

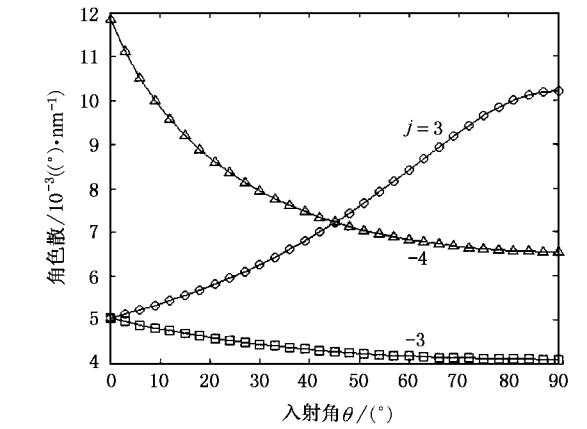


图3 角色散-入射角曲线($\phi = 0^\circ$, $n_l = 4$, $\lambda = 10.60\mu\text{m}$, $\Lambda = 11.63\mu\text{m}$)

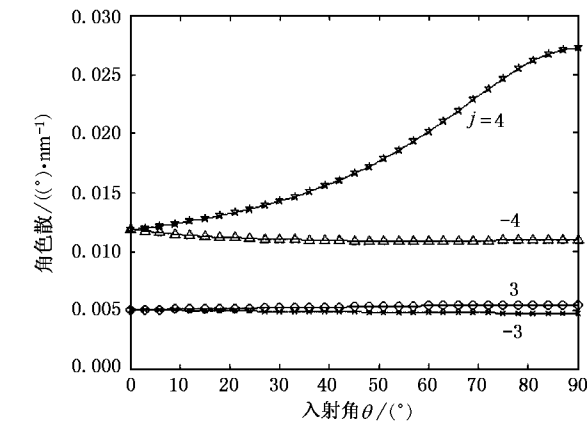


图4 角色散-入射角曲线($\phi = 80^\circ$, $n_l = 4$, $\lambda = 10.60\mu\text{m}$, $\Lambda = 11.63\mu\text{m}$)

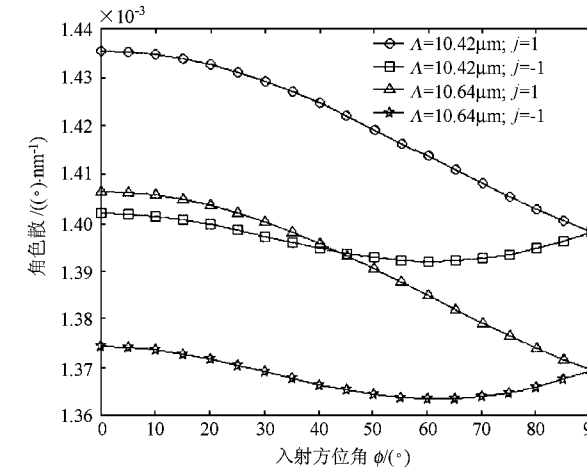


图5 角色散-入射方位角曲线($\theta = 10^\circ$, $n_l = 4$, $\lambda = 10.60\mu\text{m}$)

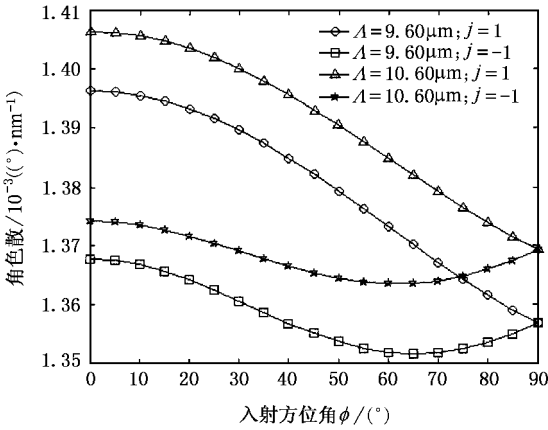


图6 角色散-入射方位角曲线 ($\theta = 10^\circ$, $n_l = 4$, $\Lambda = 10.64 \mu\text{m}$)

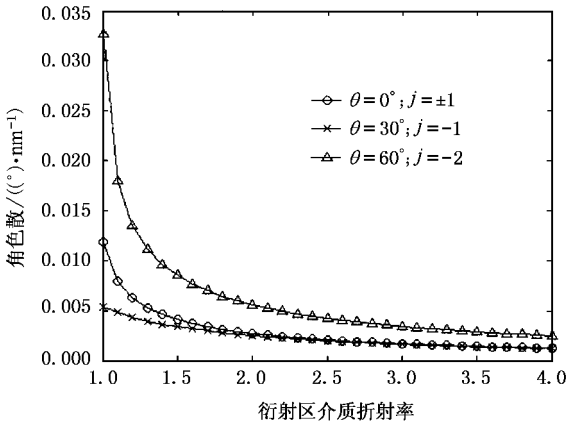


图7 角色散-折射率曲线 ($\phi = 0^\circ$, $n_l = 4$, $\lambda = 10.60 \mu\text{m}$, $\Lambda = 11.63 \mu\text{m}$)

图5和图6分别表示了不同光栅周期和不同入射波长情况下,入射角为 10° 时的角色散与入射方位角关系.第一,正衍射级次谱线的角色散随入射方位角的增大而减小,而负衍射级次谱线的角色散在考

察范围内有一最小值点.第二,光栅周期越小,角色散越大,波长越短,角色散越小.第三,当入射方位角趋于 90° 时,同一级次正负衍射谱线的角色散总会趋于相同值,由(17)式知,这是当 $\phi = 90^\circ$ 时,余弦函数为零所致.

图7给出了不同入射角时角色散与衍射区域介质折射率的关系.图中显示,允许出现的负衍射级次随着入射角的增大而提高,这与(19)式的要求一致.由理论分析和(17)式的数值计算可以知道,当光栅衍射区介质折射率不同时,允许出现的衍射级次和角色散均不同,即折射率小的区域允许出现的衍射级次小,而角色散大(如图7所示).

上述工作是在数值算例基础上结合(17)式分析了位相光栅的角色散与光栅各参数之间的关系(虽然算例针对的是透射区,该分析方法对反射区同样适用).对于一些不容易由(17)式直接看出变化规律的物理量,还可以通过对其求偏导而得到此变量的变化函数的性质,在此不作详细讨论.

4. 结 论

本文在矢量衍射理论基础上把传统的色散公式推广到了任意斜入射情形,因而此公式更具一般性.这种适用于普遍情况的基于矢量衍射理论的色散分析方法不仅与标量衍射理论所能给出的结果相一致,而且,这种分析方法的优点在于由它可以了解到包括入射方位角对光栅色散的作用在内的与光栅色散有关的所有信息.通过对广义色散公式的理论和数值分析,可以考察入射角、入射方位角、入射波长、光栅周期、衍射区域介质折射率和衍射级次等六个物理量之间的相互制约关系,并由此可以找到提高光栅色散的所有可能的途径.

[1] Tremain D E, Mei K K 1978 *J. Opt. Soc. Am.* **68** 775
[2] Popov E, Mashev L 1986 *Optica. Acta* **33** 593
[3] Maystre D 1978 *J. Opt. Soc. Am.* **68** 496
[4] Kaspar F G 1973 *J. Opt. Soc. Am.* **63** 37
[5] Yang B C, Zhuang S L, Zhou X S 1989 *Acta. Opt. Sin.* **9** 270 [in Chinese] 杨宝成、庄松林、周学松 1989 光学学报 **9** 270
[6] Li L 1993 *J. Opt. Soc. Am.* **A 10** 2581
[7] Noponen E, Turunen J 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 2494
[8] Moharam M G, Gaylord T K 1981 *J. Opt. Soc. Am.* **71** 811

[9] Gaylord T K, Moharam M G 1982 *Appl. Phys. B* **28** 1
[10] Moharam M G, Gaylord T K 1982 *J. Opt. Soc. Am.* **72** 1385
[11] Moharam M G, Gaylord T K 1983 *J. Opt. Soc. Am.* **73** 1105
[12] Glytsis E N, Gaylord T K 1987 *J. Opt. Soc. Am. A* **4** 2061
[13] Moharam M G, Grann E B et al 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 1068
[14] Moharam M G, Pommed D A et al 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 1077

[15] Yun G , Yu M W 1985 *Acta . Opt . Sin .* **5** 488(in Chinese) 恽钢、于美文 1985 光学学报 **5** 488]

[16] Wang S S , Magnusson R *et al* 1990 *J . Opt . Soc . Am . A* **7** 1470

[17] Zhang Y H , Chen Y S 1995 *Acta . Phys . Sin .* **44** 204(in Chinese) [张玉河、陈岩松 1995 物理学报 **44** 204]

[18] Knop K 1978 *J . Opt . Soc . Am .* **68** 1207

[19] Moharam M G , Gaylord T K 1983 *J . Opt . Soc . Am .* **73** 451

[20] Raguin D , Morris G M 1993 *Appl . Opt .* **32** 1154

[21] Noponen E , Turunen J 1994 *J . Opt . Soc . Am . A* **11** 1097

[22] Fu K X , Zhang D Y , Wang Z H *et al* 1998 *Acta . Phys . Sin .* **47** 1278(in Chinese) 傅克祥、张大跃、王植恒等 1998 物理学报 **47** 1278]

[23] Zhou C H , Wang L , Wang Z H 2001 *Acta . Phys . Sin .* **50** 1046 (in Chinese) 周传宏、王磊、王植恒 2001 物理学报 **50** 1046]

[24] Zhou C H , Wang L , Nie Y *et al* 2002 *Acta . Phys . Sin .* **51** 68(in Chinese) 周传宏、王磊、聂娅等 2002 物理学报 **51** 68]

The vector diffraction theory analysis of chromatic dispersion characteristics of phase grating^{*}

Bayanheshig Qi Xiang-Dong Tang Yu-Guo

(Changchun Institute of Optics , Fine Mechanics and Physics , Chinese Academy of Sciences , Changchun 130022 , China)

(Received 10 July 2002 ; revised manuscript received 29 September 2002)

Abstract

In this paper broad sense grating equation and broad sense chromatic dispersion formula that can be applied to reflection and transmission regions of phase grating in arbitrary oblique angle of incidence are discussed based on the vector diffraction theory . At the same time , the theoretical and numerical analyses for the chromatic dispersion capabilities of the phase grating are made to confirm the reciprocal restricted relation among the incident angle , the incident azimuthal angle , the incident wavelength , the grating period , the refractive index of the substrate in the diffraction area , and the order of diffraction ,then the restricted inequality of grating can be constructed . On the other hand , all possibilities of improving the chromatic dispersion are presented .

Keywords : phase grating , chromatic dispersion characteristics , vector diffraction theory
PACC : 4210 , 4110H

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10004011).