第 52 卷 第 6 期 2003 年 6 月
1000-3290/2003/52(06)/1340-06
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.52,No.6,June,2003

变加速直线运动黑洞中 Weyl 中微子的 Hawking 辐射*

吴双清[1)] 曾 瑜[2)] 蔡 勖[3)] 闫沐霖[1)]

[1)](中国科学技术大学交叉学科理论研究中心,合肥 230026)

[2)](中国科学院高能物理研究所,北京 100039)

[3)](华中师范大学粒子物理研究所,武汉 430079)

(2002 年 7 月 17 日收到;2002 年 10 月 31 日收到修改稿)

利用推广的乌龟坐标变换法研究了作变加速直线运动的 Kinnersley 黑洞中 Weyl 中微子的量子热效应,导出了局部的事件视界面方程和 Hawking 温度以及中微子的热辐射谱.结果表明视界的位置和温度不仅随时间变化,而且明显依赖于方位角.

关键词:Hawking 辐射,Weyl 中微子,动态 Kinnersley 黑洞,广义乌龟坐标变换

PACC:0420,9760L

1. 引 言

Hawking 的考察[1]将黑洞的量子效应阐释为由事件视界发射热辐射谱粒子在黑洞物理学上立下了一个划时代的里程碑.这一效应的发现不仅解决了黑洞热力学中当时存在的矛盾,而且深入地揭示了量子力学、热力学与引力之间的内在联系.考察各种类型黑洞的热性质[2]成为黑洞物理学中的一个重要课题,研究黑洞蒸发的三个基本要素是确定黑洞的局部事件视界面方程、计算黑洞的表面引力(温度)和导出热辐射谱.由于存在着蒸发和吸积等天体物理过程,宇宙中实际存在的黑洞是随时间变化的,因此深入地研究蒸发黑洞的 Hawking 效应对于认识黑洞这种暗天体有着重要意义.近年来,动态黑洞的 Hawking 辐射引起了人们极大的兴趣,但大多数研究都集中在探讨标量场的量子热效应上面.对于动态黑洞中费米子的 Hawking 辐射的考察则仅限于球对称黑洞情形[2,3].

在研究动态黑洞 Hawking 辐射的各种方法中,乌龟坐标变换法是使用较广并且行之有效的一种局部分析方法.该方法最初由 Damour-Ruffini[4]提出来并用于处理静态黑洞和稳态黑洞中标量场的量子热效应.后来 Sannan[5]进一步发展了这一方法,使之不仅能适用于标量场情形,而且可以处理费米子的热辐射.赵峥[2]等则将静态和稳态情形下的乌龟坐标变换推广到非静态和非稳态情形,对各种类型黑洞中的标量场和非静态的球对称黑洞中的 Dirac 粒子的量子热效应作了大量的探讨.但这一方法用于处理动态轴对称黑洞或非静态非球对称黑洞等一般时空中的 Dirac 粒子的 Hawking 辐射时,则遇到了较大的困难,原因在于对于一般时空 Dirac 方程不能直接完全分离变量.

最近 Wu 和 Cai[6,7]利用赵峥[8]建议的广义乌龟坐标变换成功地处理了动态 Kerr 黑洞[9]中 Dirac 粒子的 Hawking 辐射.他们对一阶方程和二阶方程同时作处理,然后利用一阶导数之间的关系式去消去二阶方程中的交叉项,使得作了乌龟坐标变换后的每一个分量满足的二阶方程在视界附近都是一个可分离变量的单一分量的标准波动方程,因而克服了这一困难.文中导出的局部视界面方程和 Hawking 温度与已有的结果[10,11]完全一致,意外的是他们观察到费米子热辐射谱中有新的量子效应出现.这种效应起源于粒子的内禀自旋与黑洞的角动量之间的耦合,它不存在于标量粒子辐射的玻色分布谱中[10,11].

* 中国博士后科学基金、王宽诚博士后工作奖励基金和国家自然科学基金(批准号:90103002)资助的课题.

本文用文献[6,7]中的方法考察变加速直线运动 Kinnersley 黑洞[12]中无质量费米子,即 Weyl 中微子的 Hawking 辐射.该时空中标量粒子的量子热效应已为文献[13,14]所研究过.

2. 背景时空的局部事件视界面方程

我们将要研究的作变加速直线运动的 Kinnersley 黑洞[12]的线元在超前的 Eddington-Finkelstein 坐标系中可写为

$$\mathrm{d}s^2 = 2\mathrm{d}v(G\mathrm{d}v - \mathrm{d}r - r^2 f\mathrm{d}\theta) - r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2), \tag{1}$$

式中 $2G = 1 - 2M/r - 2ar\cos\theta - r^2f^2$,$f = -a\sin\theta$,参数 $a = a(v)$ 为加速度大小,黑洞质量 $M(v)$ 是时间 v 的函数.

现在我们用两种方法来确定 Kinnersley 黑洞的事件视界位置.赵峥[2]认为,在动态黑洞中,事件视界仍应是类光曲面,满足零曲面条件:$g^{ij}\partial_i F\partial_j F = 0$.由于北极点 $\theta = 0$ 指向加速方向,时空(1)显然是轴对称的,即 F 不是 φ 的函数,因而零曲面方程 $F = F(v, r, \theta) = 0$ 可写成 $r = r(v, \theta)$,由此不难得出

$$\partial_v F + \partial_r F\partial_v r = 0,\quad \partial_\theta F + \partial_r F\partial_\theta r = 0. \tag{2}$$

首先利用零曲面条件来寻找时空(1)中的局部事件视界.将(2)式代入零曲面条件

$$(2G + r^2f^2)(\partial_r F)^2 + 2\partial_v F\partial_r F - 2f\partial_\theta F\partial_r F + \frac{1}{r^2}(\partial_\theta F)^2 + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}(\partial_\varphi F)^2 = 0, \tag{3}$$

可得

$$2G - 2\partial_v r + \left(rf + \frac{\partial_\theta r}{r}\right)^2 = 0.$$

满足此式的曲面 $r = r_H(v, \theta)$ 就是局部事件视界,即它满足

$$1 - \frac{2M(v)}{r_H} - 2a(v)r_H\cos\theta - 2\dot{r}_H - 2a(v)r'_H\sin\theta + \left(\frac{r'_H}{r_H}\right)^2 = 0. \tag{4}$$

显然 r_H 不仅依赖于时间 v,而且也依赖于角度 θ,这意味着视界的位置和黑洞的形状随时间而变化.

其次,采用乌龟坐标变换法来导出局部事件视界方程.基于时空的轴对称性,我们引入如下的广义乌龟坐标变换:

$$r_* = r + \frac{1}{2\kappa}\ln[r - r_H(v, \theta)],\quad v_* = v - v_0,\ \theta_* = \theta - \theta_0, \tag{5}$$

即

$$\mathrm{d}r_* = \mathrm{d}r + \frac{1}{2\kappa(r - r_H)}(\mathrm{d}r - \dot{r}_H\mathrm{d}v - r'_H\mathrm{d}\theta),$$
$$\mathrm{d}v_* = \mathrm{d}v,\ \mathrm{d}\theta_* = \mathrm{d}\theta,$$

其中 $r_H = r_H(v, \theta)$ 是事件视界的位置,$\kappa = \kappa(v_0, \theta_0)$ 为可调节的一个待定参数,参数 v_0 和 θ_0 为任意固定的参数,它们在乌龟坐标变换下保持不变.$\dot{r}_H = \partial_v r_H$ 和 $r'_H = \partial_\theta r_H$ 可视为描述视界面演化的参数.由(5)式导出的有关的一阶导数和二阶导数之间的变换关系式可参考文献[2]第 269 页,这里不再列出.本文约定,一旦作了乌龟坐标变换并取趋于视界的极限后,函数 G 和 f 均在视界 $r_H(v_0, \theta_0)$ 处(在 $v = v_0$ 时刻,极角 $\theta = \theta_0$ 方向上)取值,即

$$G = G(r_H(v_0, \theta_0), v_0, \theta_0),\ f = -a(v_0)\sin\theta_0.$$

对方程(3)作乌龟坐标变换(5),并取 $r \to r_H(v_0, \theta_0)$,$v \to v_0$ 和 $\theta \to \theta_0$ 的极限后可得

$$\left(2G + r_H^2f^2 - 2\dot{r}_H + 2fr'_H + \frac{r'^2_H}{r_H^2}\right)\left(\frac{\partial}{\partial r_*}F\right)^2 = 0,$$

然后令 $\left(\frac{\partial}{\partial r_*}F\right)^2$ 前面的系数为零,同样可以得到决定局部事件视界 $r_H(v_0, \theta_0)$ 的方程

$$1 - \frac{2M(v_0)}{r_H} - 2a(v_0)r_H\cos\theta_0 - 2\dot{r}_H - 2a(v_0)r'_H\sin\theta_0 + \left(\frac{r'_H}{r_H}\right)^2 = 0. \tag{6}$$

方程(4)对任意时刻 v,任意极角 θ 成立;而方程(6)只对固定时刻 v_0,固定极角 θ_0 成立,是方程(4)在 $v = v_0$,$\theta = \theta_0$ 时的特殊情形.对于一个缓慢的黑洞蒸发过程,可以把它视为一系列不连续的准静态过程.在慢蒸发情形下,黑洞视界面变化较为缓慢,考虑两个相邻的时刻 $v \approx v_0$ 和角度 $\theta \approx \theta_0$,有 $r_H(v, \theta) \approx r_H(v_0, \theta_0)$,因此只要计算视界面 r_H 在某一具体时刻 v_0 和极角 θ_0 方向上的值 $r_H = r_H(v_0, \theta_0)$ 即可,这相当于对视界面逐点进行局部分析.由准静态近似合理性的保证,在计算完后再作代换 $v_0 \to v$ 和 $\theta_0 \to \theta$ 就可以推知任意时刻的一般概况.对表面引力 κ,可以作完全类似的处理.

由上面的讨论可以看出,乌龟坐标变换法能给出一致的结果,而这一方法是一种局部的分析法,其合理性在于,(物理上)黑洞蒸发来源于视界面附近的真空涨落,能具体体现物理意义的仅是量子场在视界附近的渐近行为.因此,为了考察黑洞的量子热

效应,以后只需在视界面附近对量子场作局部近似分析,就可以获得足够的相关物理信息.

3. Weyl 中微子方程

当忽略量子场对背景时空的反作用时,中微子在弯曲时空中的动力学行为可由在 Newman-Penrose (N-P) 表述[15] 中表为旋量形式的 Weyl 中微子方程[9,16] 描述

$$(D+\epsilon-\rho)\eta_1-(\bar{\delta}+\tilde{\pi}-\alpha)\eta_0=0,$$
$$(\Delta+\mu-\gamma)\eta_0-(\delta+\beta-\tau)\eta_1=0. \tag{7}$$

为了写出其在时空(1)中的明显形式,我们选取零标架 $\{l, n, m, \bar{m}\}$ 使之满足正交关系 $l\cdot n=-m\cdot\bar{m}=1$,这样协变的 1-形式基可取为

$$l=dv,\quad n=G\mathrm{d}v-\mathrm{d}r-r^2f\mathrm{d}\theta,$$
$$m=\frac{-r}{\sqrt{2}}(\mathrm{d}\theta+\mathrm{i}\sin\theta\mathrm{d}\varphi),$$
$$\bar{m}=\frac{-r}{\sqrt{2}}(\mathrm{d}\theta-\mathrm{i}\sin\theta\mathrm{d}\varphi), \tag{8}$$

相应的方向导数则为

$$D=-\partial_r,\qquad \Delta=\partial_v+G\partial_r,$$
$$\delta=\frac{1}{\sqrt{2}r}\left(-r^2f\partial_r+\partial_\theta+\frac{\mathrm{i}}{\sin\theta}\partial_\varphi\right),$$
$$\bar{\delta}=\frac{1}{\sqrt{2}r}\left(-r^2f\partial_r+\partial_\theta-\frac{\mathrm{i}}{\sin\theta}\partial_\varphi\right). \tag{9}$$

不难算得非零的 N-P 自旋系数[11] 如下:($G_{,r}=\mathrm{d}G/\mathrm{d}r$)

$$\rho=1/r,\mu=G/r,\gamma=-G_{,r}/2,$$
$$\tau=-\tilde{\pi}=f/\sqrt{2},\beta=\cot\theta/(2\sqrt{2}r),$$
$$\alpha=-\cot\theta/(2\sqrt{2}r)+f/\sqrt{2},$$
$$v=[(2rG-r^2G_{,r})f+r^2f_{,v}+G_{,\theta}]/(\sqrt{2}r).$$

将有关的旋系数和方向导数代入方程(7)中,并作代换 $\chi_1=\sqrt{2}r\eta_1,\chi_0=\eta_0$,则可得到

$$\mathscr{D}_0\chi_1+(\mathscr{L}-r^2f\mathscr{D}_2)\chi_0=0,$$
$$r^2(2\partial_v+2G\mathscr{D}_1+G_{,r})\chi_0-(\mathscr{L}^\dagger-r^2f\mathscr{D}_0)\chi_1=0, \tag{10}$$

其中,我们定义如下算符

$$\mathscr{D}_n=\partial_r+n/r,\mathscr{L}=\partial_\theta+\frac{1}{2}\cot\theta-\frac{\mathrm{i}}{\sin\theta}\partial_\varphi,$$
$$\mathscr{L}^\dagger=\partial_\theta+\frac{1}{2}\cot\theta+\frac{\mathrm{i}}{\sin\theta}\partial_\varphi.$$

虽然方程(10)不能对 r 和 θ 进行分离变量,但是为了考察视界 r_H 在 v_0 时刻、极角 θ_0 处的 Hawking 效应,可以只对它们在视界 $r_H(v_0,\theta_0)$ 处附近的渐近行为感兴趣.为此,对方程(10)作乌龟坐标变换(5),并取 $r\to r_H(v_0,\theta_0)$,$v\to v_0$ 和 $\theta\to\theta_0$ 极限,可得到其渐近形式为

$$\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_1-(r'_H+r_H^2f)\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_0=0,$$
$$(r'_H+r_H^2f)\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_1+2r_H^2(G-\dot{r}_H)\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_0=0. \tag{11}$$

显然,方程(11)有非平凡解的条件是其行列式为零,这给出如下的事件视界面方程

$$2G-2\dot{r}_H+\left(r_Hf+\frac{r'_H}{r_H}\right)^2=0,$$

可见这与从零曲面方程导出的结果(6)一致.

4. Hawking 温度

为了考察中微子的 Hawking 辐射,现在考虑 Weyl 方程的二阶形式,直接计算容易得到其二阶方程

$$[r^2\mathscr{D}_2(2\partial_v+2G\mathscr{D}_1+G_{,r})$$
$$+(\mathscr{L}^\dagger-r^2f\mathscr{D}_2)(\mathscr{L}-r^2f\mathscr{D}_2)]\chi_0=0 \tag{12}$$

和

$$[r^2(2\partial_v+2G\mathscr{D}_1+G_{,r})\mathscr{D}_0+(\mathscr{L}-r^2f\mathscr{D}_0)(\mathscr{L}^\dagger$$
$$-r^2f\mathscr{D}_0)]\chi_1=2r^2\{[2rG-r^2G_{,r})f+r^2f_{,v}$$
$$+G_{,\theta}]\partial_r-(rG_{,r}-3G$$
$$+r^2G_{,rr}/2)f+2rf_{,v}$$
$$+G_{,\theta}/r+G_{,r\theta}/2\}\chi_0 \tag{13}$$

的明显表达式为

$$[(2r^2G+r^4f^2)\partial_r^2+2r^2\partial_{vr}^2+\partial_\theta^2+\frac{1}{\sin^2\theta}\partial_\varphi^2$$
$$-2r^2f\partial_{r\theta}^2+\frac{\mathrm{i}\cos\theta}{\sin^2\theta}\partial_\varphi+(\cot\theta-4rf)\partial_\theta+4r\partial_v$$
$$+(3r^2G_{,r}+6rG+6r^3f^2-2r^2f\cot\theta)\partial_r+r^2G_{,rr}$$
$$+4rG_{,r}+2G+6r^2f^2-4rf\cot\theta-\frac{1}{4\sin^2\theta}-\frac{1}{4}]\chi_0=0 \tag{14}$$

和

$$[(2r^2G+r^4f^2)\partial_r^2+2r^2\partial_{vr}^2+\partial_\theta^2+\frac{1}{\sin^2\theta}\partial_\varphi^2$$
$$-2r^2f\partial_{r\theta}^2-\frac{\mathrm{i}\cos\theta}{\sin^2\theta}\partial_\varphi+\cot\theta\partial_\theta+(r^2G_{,r}$$
$$+2rG+2r^3f^2-2r^2f\cot\theta)\partial_r-\frac{1}{4\sin^2\theta}-\frac{1}{4}]\chi_1$$

$$= 2r^2\{[(2rG - r^2G_{,r})f + r^2f_{,v} + G_{,\theta}]\partial_r - (rG_{,r} - 3G + r^2G_{,rr}/2)f + 2rf_{,v} + G_{,\theta}/r + G_{,r\theta}/2\}\chi_0 . \tag{15}$$

现在我们对二阶方程(14)和(15)作类似于上节中对一阶方程所作的处理,可以得到

$$\left[\frac{A}{2\kappa} + 2r_H^2(2G - \dot{r}_H) + 2r_H^4f^2 + 2fr_H^2r'_H\right]\frac{\partial^2}{\partial r_*^2}\chi_0 - 2(fr_H^2 + r'_H)\frac{\partial^2}{\partial r_*\partial\theta_*}\chi_0 + 2r_H^2\frac{\partial^2}{\partial r_*\partial v_*}\chi_0 + \left[-A + 3r_H^2G_{,r} + r_H(6G - 4\dot{r}_H) + 6r_H^3f^2 - 2r_H^2f\cot\theta_0 + (4fr_H - \cot\theta_0)r'_H - r''_H\right]\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_0 = 0 \tag{16}$$

和

$$\left[\frac{A}{2\kappa} + 2r_H^2(2G - \dot{r}_H) + 2r_H^4f^2 + 2fr_H^2r'_H\right]\frac{\partial^2}{\partial r_*^2}\chi_1 - 2(fr_H^2 + r'_H)\frac{\partial^2}{\partial r_*\partial\theta_*}\chi_1 + 2r_H^2\frac{\partial^2}{\partial r_*\partial v_*}\chi_1 + [-A + r_H^2G_{,r} + 2r_HG + 2r_H^3f^2 - 2r_H^2f\cot\theta_0 - \cot\theta_0r'_H - r''_H]\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_1 = 2r_H^2[(2r_HG - r_H^2G_{,r})f + r_H^2f_{,v} + G_{,\theta}]\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_0 = -\frac{r'_H + r_H^2f}{G - \dot{r}_H}[(2r_HG - r_H^2G_{,r})f + r_H^2f_{,v} + G_{,\theta}]\frac{\partial}{\partial r_*}\chi_1 , \tag{17}$$

其中系数 A 是一个 0/0-型的不定式,用 L 'Hôspital 法则处理后的结果为

$$A = \lim_{r\to r_H(v_0,\theta_0)}\frac{2r^2(G - \dot{r}_H) + r^4f^2 + 2fr^2r'_H + r'^2_H}{r - r_H} = 2r_H^2G_{,r} + 2r_H^3f^2 - 2r'^2_H/r_H .$$

现在我们调节参数 κ 使二阶导数 $\frac{\partial^2}{\partial r_*^2}$ 和 $\frac{\partial^2}{\partial r_*\partial v_*}$ 的系数比为 1:2,即

$$\frac{A}{2\kappa} + 2r_H^2(2G - \dot{r}_H) + 2r_H^4f^2 + 2fr_H^2r'_H \equiv r_H^2 ,$$

可得到事件视界的表面引力为

$$\kappa = \frac{r_H^2G_{,r} + r_H^3f^2 - r'^2_H/r_H}{r_H^2(1 - 2G) - r_H^4f^2 + r'^2_H} . \tag{18}$$

将系数 A 代入方程(16)和(17)中并除以 r_H^2 后,可以化它们为在视界附近的标准波动方程

$$\frac{\partial^2}{\partial r_*^2}\Psi + 2\frac{\partial^2}{\partial r_*\partial v_*}\Psi - 2B\frac{\partial^2}{\partial r_*\partial\theta_*}\Psi + 2C\frac{\partial}{\partial r_*}\Psi = 0 , \tag{19}$$

其中系数 $B = f + r'_H/r_H^2$,而系数 C 对于 $\Psi = \chi_0$ 为

$$2C = \frac{2G}{r_H} + G_{,r} + 2r_Hf^2 - \left(2f + \frac{r'_H}{r_H^2}\right)\cot\theta_0 - \frac{r''_H}{r_H^2} ,$$

对于 $\Psi = \chi_1$ 则为

$$2C = \frac{2G}{r_H} - G_{,r} - \left(2f + \frac{r'_H}{r_H^2}\right)\cot\theta_0 + \frac{2r'^2_H}{r_H^3} - \frac{r''_H}{r_H^2} + \frac{f + r'_H/r_H^2}{G - \dot{r}_H}[(2r_HG - r_H^2G_{,r})f + r_H^2f_{,v} + G_{,\theta}] .$$

从上面的处理可以看出,正是利用了上节中导出的关系式(11)才能将耦合方程(17)化为单一分量的二阶波动方程.这说明只有同时对一阶方程和二阶方程作处理才是自洽的,而且物理上也要作这样的考虑.对于一个缓慢的黑洞热辐射过程,因其视界面的变化是较为缓慢的,当作准静态近似时,二阶波动方程(19)中的各个系数在视界面附近取值,可以近似视为常数.

5. 热辐射谱

既然标准波方程(19)中的系数 B 和 C 在固定时刻 $v = v_0$ 和固定极角 $\theta = \theta_0$ 方向,视界位于 $r_H = r_H(v_0, \theta_0)$ 处取值,我们可以对它进行分离变量如下

$$\Psi = R(r_*)\Theta(\theta_*)e^{i(m\varphi - \omega v_*)} , \tag{20}$$

将(20)式代入方程(19)中可得到

$$\Theta' = \lambda\Theta , R'' = 2(i\omega - C_0)R'$$

的解为

$$\Theta = e^{\lambda\theta_*} , R = C_1e^{2(i\omega - C_0)r_*} + C_2 , \tag{21}$$

其中 λ 为在分离变量过程中引入的一个实常数,$C_0 = C - \lambda B$.

入射波和出射波分别为

$$\Psi_{in} \approx e^{i(m\varphi - \omega v_*) + \lambda\theta_*} ,$$

$$\Psi_{out} \approx e^{i(m\varphi - \omega v_*) + \lambda\theta_*}e^{2(i\omega - C_0)r_*} = \Psi_{in}e^{2(i\omega - C_0)r_*} \quad (r > r_H) . \tag{22}$$

因为在视界附近有 $r_* \approx \frac{1}{2\kappa}\ln(r - r_H)$,所以入射波 Ψ_{in} 是解析的,而出射波 Ψ_{out} 显然是非正则的,但可以沿下半复 r-平面

$$(r - r_H) \to (r_H - r)e^{-i\pi}$$

把它从视界外解析延拓到视界内为

$$\widetilde{\Psi}_{\text{out}} \approx e^{i(m\varphi-\omega v_*)+\lambda\theta_*} e^{2(i\omega-C_0)r_*} e^{\pi(\omega+iC_0)/\kappa}$$
$$= \Psi_{\text{out}} e^{\pi(\omega+iC_0)/\kappa} \quad (r < r_H). \tag{23}$$

按照 Damour-Ruffini-Sannan 建议的方法[4,5]，容易得到出射波在视界上的相对散射概率为

$$\left|\frac{\Psi_{\text{out}}}{\widetilde{\Psi}_{\text{out}}}\right|^2 = e^{-2\pi\omega/\kappa}, \tag{24}$$

和 Weyl 中微子的热辐射费米谱为

$$\langle \mathcal{N}_\omega \rangle = \frac{1}{e^{\omega/T_H}+1}, \tag{25}$$

其中 Hawking 温度的明显表达式为

$$T_H = \frac{\kappa}{2\pi} = \frac{1}{4\pi r_H} \cdot \frac{Mr_H - r_H^3 a\cos\theta_0 - {r'_H}^2}{Mr_H + r_H^3 a\cos\theta_0 + {r'_H}^2/2}. \tag{26}$$

因此视界的温度不但依赖于时间，而且也依赖于方位角，结合文献[13,14]考虑标量场情形所得的结果，可把作变加速直线运动的 Kinnersley 黑洞的 Hawking 辐射谱合写为

$$\langle \mathcal{N}_\omega \rangle \simeq \frac{1}{e^{\omega/T_H} \pm 1}, \tag{27}$$

其中 + 号对应于 Fermi-Dirac 统计；− 号对应于 Bose-Einstein 分布.

6. 结 论

方程(4)和(26)给出了局部事件视界的位置和温度，它们随时间 v 和角度 θ 而变化，与讨论标量场的热辐射时得到的结果一致[13,14]，这是因为黑洞的视界面和辐射温度是黑洞的本征特征，与所考虑的量子场无关. 方程(25)给出了作变加速直线运动的 Kinnersley 黑洞中 Weyl 中微子的 Hawking 辐射谱.

本文及文献[6,7,17—26]的工作表明广义乌龟坐标变换法是讨论黑洞辐射的一个较有力的工具. 这些研究进一步完善了乌龟坐标变换论，标志着广义乌龟坐标变换法已经形成了一个比较完整的体系. 需要注意的是，这个方法的特点是对视界面逐点进行局部分析，其首要任务是导出在 $v = v_0$ 时刻和 $\theta = \theta_0$ 方向，黑洞视界 $r_H = r_H(v_0, \theta_0)$ 满足的局部事件视界面方程及其相应的表面引力(温度)和黑体辐射谱. 在黑洞慢蒸发情形下，由准静态近似在作代换 $v_0 \to v$ 和 $\theta_0 \to \theta$ 后，就可以获得任意时刻的一般结果.

用本文的方法，不仅可以讨论非静态非球对称任意加速 Kinnersley 黑洞中 Weyl 中微子的 Hawking 蒸发以及动态轴对称黑洞中 Dirac 电子的 Hawking 辐射，而且原则上可以应用它去讨论具有非退化视界的任意时空的量子热效应，这一方法也易于推广去讨论任意自旋场的 Hawking 效应[17—26].

[1] Hawking S W 1974 *Nature* **248** 30

[2] Zhao Z 1999 *Thermal Properties of Black Holes and Singularities of Space-times* (Beijing Normal University Press) 265 (in Chinese) [赵 峥 1999 黑洞的热性质与时空奇异性(北京师范大学出版社)第 265 页]

[3] Ma Y and Yang S Z 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 2280 (in Chinese) [马 勇、杨树政 1997 物理学报 **46** 2280]

[4] Damour T and Ruffini R 1976 *Phys. Rev.* D **14** 332

[5] Sannan S 1988 *Gen. Rel. Grav.* **20** 239

[6] Wu Shuang-Qing and Cai Xu 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 485

[7] Wu S Q and Cai X 2001 *Gen. Rel. Grav.* **33** 1181

[8] Zhao Z 1993 *Science in China* A **23** 178 (in Chinese) [赵 峥 1993 中国科学 A **23** 178]

[9] Carmeli M 1982 *Classical Fields: General Relativity and Gauge Theory* (New York: John Wiley & Sons) 391, 151

[10] Zhao Z, Dai X X and Huang W H 1993 *Acta Astrophysica Sinica* **13** 299 (in Chinese) [赵 峥、戴宪新、黄维华 1993 天体物理学报 **13** 299]

[11] Luo M W 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1035 (in Chinese) [卢卯旺 2000 物理学报 **49** 1035]

[12] Kinnersley W 1969 *Phys. Rev.* **186** 1335

[13] Luo Z Q and Zhao Z 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 506 (in Chinese) [罗志强、赵 峥 1993 物理学报 **42** 506]

[14] Zhu J Y, Zhang J H and Zhao Z 1994 *Acta Astronomica Sinica* **35** 246 (in Chinese) [朱建阳、张建华、赵 峥 1994 天文学报 **35** 246]

[15] Newman E and Penrose R 1962 *J. Math. Phys.* **3** 566

[16] Teukolsky S A 1973 *Astrophys. J.* **185** 635

[17] Wu S Q and Cai X 2001 *Int. J. Theor. Phys.* **40** 1349

[18] Wu S Q and Cai X 2001 *Mod. Phys. Lett.* A **16** 1549

[19] Wu S Q and Cai X 2001 *IL Nuovo Cimento* B **116** 907

[20] Wu S Q and Cai X 2002 *Int. J. Theor. Phys.* **41** 559

[21] Wu S Q and Cai X 2002 *Gen. Rel. Grav.* **34** 557

[22] Wu S Q and Cai X 2002 *Gen. Rel. Grav.* **34** 605

[23] Wu S Q and Cai X 2002 *Chin. Phys.* **11** 661

[24] Wu S Q and Cai X 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 141

[25] Wu S Q and Cai X 2002 *Int. J. Theor. Phys.* **41** 641

[26] Wu S Q and Cai X 2002 *Gen. Rel. Grav.* **34** 1207

Hawking radiation of Weyl neutrinos in a rectilinearly nonuniformly accelerating Kinnersley black hole*

Wu Shuang-Qing[1)] Zeng Yu[2)] Cai Xu[3)] Yan Mu-Lin[1)]

[1)] (*Interdisciplinary Centre for Theoretical Study, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026, *China*)

[2)] (*Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100039, *China*)

[3)] (*Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan* 430079, *China*)

(Received 17 July 2002; revised manuscript received 31 October 2002)

Abstract

The quantum thermal effect of Weyl neutrinos in a rectilinearly nonuniformly accelerating Kinnersley black hole is investigated by using a method of generalized tortoise coordinate transformation. The equation that determines the location, the Hawking temperature of the event horizon and the thermal radiation spectrum of neutrinos are derived. Our results show that the location and the temperature of the event horizon depend not only on the time but also on the angle.

Keywords: Hawking radiation, Weyl neutrino, non-stationary Kinnersley black hole, generalized tortoise coordinate transformation

PACC: 0420, 9760L

* Project supported by the Postdoctoral Science Fountation of China, K. C. Wong Postdoctoral Research Award Fund and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90103002).