

# 微波激射器注入原子的反转特性 \*

吴曙东 陈爰喜 金丽霞

(华中科技大学物理系, 武汉 430074)

(2002 年 7 月 9 日收到 2002 年 11 月 18 日收到修改稿)

建立了含克尔介质微波激射器腔场稳态光子数分布的表达式, 研究了在热原子、临界和超冷原子的方式下微波激射器中原子在稳态时的反转特性。结果表明, 注入的二能级原子在不同方式下, 原子的反转特性不一样。在热原子方式下, 原子在一部分腔长  $L$  的区域无反转, 且随原子注入速率的增大, 反转区域和反转概率增大。在临界方式下, 原子的反转呈现周期性的坍塌和复苏现象。而在冷原子方式下, 原子在腔长  $L$  的全部区域无反转。克尔效应和失谐量使原子的反转概率减小。

关键词: 微波激射器, 原子反转, 光子统计, 克尔效应

PACC: 4250, 4252

## 1. 引言

微波激射器含有一个微波腔和一束入射到腔中的处于激发态原子流的物理系统, 原子流足够稀疏以至每次最多只有一个原子出现在微腔中<sup>[1,2]</sup>。微波激射器实验上的实现为观察原子与辐射场相互作用的量子特性提供了最简单的物理系统<sup>[3]</sup>。它已显示了许多量子效应, 例如光场的亚泊松分布<sup>[4]</sup>、囚禁态<sup>[5]</sup>、数态和压缩态的产生<sup>[6,7]</sup>等。在 Jaynes-Cummings 模型中, 原子反转的演化是辐射场的量子特性本质上影响系统动力学的最简单例子之一<sup>[8]</sup>。自从 Rempe 等人在实验上成功地观察到了原子反转的崩溃和再生现象以来, 原子反转一直是量子电动力学研究的热门领域之一, 人们进行了大量的研究<sup>[9-14]</sup>。近年来, 人们对无反转激光和无反转放大的可能性进行了大量的研究<sup>[15-17]</sup>, 并在实验上进行了证实<sup>[18]</sup>。因此微波激射器的反转特性无疑是值得研究的问题。由于许多量子效应可在微波激射器和其他微腔量子系统中观察到<sup>[19-30]</sup>, 因此在理论上研究微波激射器中原子的反转特性具有重要意义。本文将在热原子、临界状态和超冷原子的方式下研究微波激射器中原子在稳态时的反转特性。

## 2. 腔场稳态光子统计分布

假设初始时刻处于激发态  $|a\rangle$  的二能级原子沿  $z$  轴入射到含有单模辐射场的克尔介质微腔中, 腔场处于光子数的某种叠加态  $\sum_n c_n |n\rangle$ 。通过形成原子和场的密度矩阵以及对原子内外自由度求迹, 则辐射场的约化密度算符为<sup>[31]</sup>

$$\rho(t) = \sum_{i=a,b} \int dz |i, z\rangle |\psi(t)\rangle |\psi(t)\rangle^* |i, z\rangle. \quad (1)$$

在粗略的近似下, 辐射场的约化密度算符的时间演化方程为<sup>[32]</sup>

$$\dot{\rho}(t) = r\delta\rho(t) + L\rho(t), \quad (2)$$

式中  $\delta\rho(t)$  为一个原子与腔场相互作用后引起  $\rho(t)$  的改变量。原则上, 非线性谐振子的主方程不同于线性谐振子的主方程, 但对于弱衰减率和很低的温度( $n_b$  很小)下, 场的损耗可以用线性的刘维算符描述<sup>[33]</sup>:

$$\begin{aligned} L\rho(t) = & -\frac{C}{2} (n_b + 1) (a^\dagger a \rho + \rho a^\dagger a - 2a^\dagger \rho a^\dagger) \\ & - \frac{C}{2} n_b (a a^\dagger \rho + \rho a a^\dagger - 2a^\dagger \rho a), \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $C$  为腔场的衰减率,  $n_b$  为热平衡时的光子数。

约化密度算符  $\rho(t)$  的矩阵元方程可写为

$$\dot{\rho}_{n,n'}(t) = a_{n,n'} \rho_{n,n'} + b_{n-1,n'-1} \rho_{n-1,n'-1}$$

\* 国家自然科学基金(批准号 90108026, 10125419 和 60078023)资助的课题。

$$+ c_{n+1, n'+1} \rho_{n+1, n'+1} , \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} a_{n, n'} &= \kappa (R_{a, n} R_{a, n'}^* + T_{a, n} T_{a, n'}^* - 1) \\ &- \frac{C}{2} (n_b + 1) (n + n') \\ &- \frac{C}{2} n_b (n + n' + 2), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} b_{n, n'} &= \kappa (R_{b, n+1} R_{b, n'+1}^* + T_{b, n+1} T_{b, n'+1}^* \\ &+ C n_b \sqrt{(n + 1)(n' + 1)}), \end{aligned} \quad (6)$$

$$c_{n, n'} = C(n_b + 1) \sqrt{nn'}, \quad (7)$$

式中  $R_{a, n}(k)$  和  $T_{a, n}(k)$  分别为原子仍然处于激发态  $|a$  时的反射和透射振幅,  $R_{b, n+1}(k)$  和  $T_{b, n+1}(k)$  分别为原子发射一个光子跃迁到基态  $|b$  时的反射和透射振幅。如文献[34—36]所述, 有

$$R_{a, n}(k) = (\sin \theta_n) \rho_n^+(k) + (\cos \theta_n) \rho_n^-(k), \quad (8)$$

$$T_{a, n}(k) = (\sin \theta_n) \tau_n^+(k) + (\cos \theta_n) \tau_n^-(k), \quad (9)$$

$$R_{b, n+1}(k) = (\sin \theta_n) \cos \theta_n [\rho_n^+(k) - \rho_n^-(k)], \quad (10)$$

$$T_{b, n+1}(k) = (\sin \theta_n) \cos \theta_n [\tau_n^+(k) - \tau_n^-(k)], \quad (11)$$

$$\tan \theta_n = \frac{(\Delta - 2\chi n)2 + \sqrt{[(\Delta - 2\chi n)2] + g^2(n+1)}}{g \sqrt{n+1}}, \quad (12)$$

式中  $\chi$  为克尔介质的非线性参数,  $\Delta$  为系统的失谐量以及  $g$  为光场和原子的耦合常数。

为了简便, 下面仅考虑一种特殊情况: mesa 模函数。

$$u(z) = \begin{cases} 1 & 0 < z < l, \\ 0 & \text{其他}, \end{cases} \quad (13)$$

则反射和透射系数为<sup>[37]</sup>

$$\rho_n^\pm = i \Delta_n^\pm \sin(K_n^\pm l) \tau_n^\pm, \quad (14)$$

$$\tau_n^\pm = [\cos(K_n^\pm l) - i \sum_n^\pm \sin(K_n^\pm l)]^{-1}, \quad (15)$$

式中

$$K_n^\pm = \sqrt{k^2 \mp (k_n^\pm)^2}, \quad k_n^\pm = \kappa \mu_n^\pm, \quad (16)$$

$$\Delta_n^\pm = \frac{1}{2} \left( \frac{K_n^\pm}{k} - \frac{k}{K_n^\pm} \right), \quad \sum_n^\pm = \frac{1}{2} \left( \frac{K_n^\pm}{k} + \frac{k}{K_n^\pm} \right), \quad (17)$$

$$\mu_n^\pm = \left[ \pm n^2 \chi/g + \sqrt{\left( \frac{\Delta/g - 2n\chi/g}{2} \right)^2 + (n+1)} \right]^{1/2}, \quad (18)$$

$$\kappa = \sqrt{2Mg/\hbar}, \quad r = k/\kappa, \quad L = \kappa l, \quad (19)$$

式中  $k$  为原子中心质量运动的动量,  $r$  为原子注入的速率,  $L$  为无量纲腔长,  $M$  为原子的质量。

从(4)–(7)式可以得到微波激射器腔场的光子

数概率分布函数  $p(n) = \rho_{n, n}$ 。对于稳态情况, 令  $\rho_{n, n} = 0$  则有

$$p_n = p_0 \prod_{m=1}^n X_m, \quad (20)$$

式中

$$X_m = \frac{b_{m-1}}{c_m} = \frac{1}{n_b + 1} \left[ n_b + \frac{N_{ex}}{m} P_{\text{emission}}(m-1) \right] \quad (m \geq 1), \quad (21)$$

$$p_0 = \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{m=1}^n X_m \right]^{-1},$$

$$N_{ex} = \frac{r}{C}, \quad (22)$$

式中  $p_0$  为归一化常数,  $N_{ex}$  为归一化抽运速率,  $P_{\text{emission}}(n)$  表示当腔场处于数态  $|n$  时, 初始时刻处于激发态  $|a$  的二能级原子通过腔场后发射一个光子跃迁到基态  $|b$  时的概率, 并有如下形式<sup>[34]</sup>:

$$P_{\text{emission}}(n) = |R_{b, n+1}(k)|^2 + |T_{b, n+1}(k)|^2. \quad (23)$$

### 3. 注入原子的反转特性

当微波激射器腔场处于数态  $|n$  时, 初始时刻处于激发态  $|a$  的原子通过腔场后处于激发态  $|a$  的概率  $P_a = 1 - P_{\text{emission}}(n)$ , 处于基态  $|b$  的概率  $P_b = P_{\text{emission}}(n)$ , 则当腔场处于数态  $|n$  时, 二能级原子通过腔场后的反转概率为

$$u(n) = 1 - 2P_{\text{emission}}(n), \quad (24)$$

当腔场处于稳态时, 二能级原子的反转概率为

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} u(n) p_n. \quad (25)$$

下面讨论在热原子( $r > 1$ )、临界状态( $r = 1$ )和超冷原子( $r < 1$ )三种方式下微波激射器注入原子的反转特性。

图 1 示出热原子方式下二能级原子对相互作用长度( $L = \kappa l$ )的原子反转概率曲线图。如图 1(a)所示, 当  $L$  较小时, 一定的区域存在原子布居数反转。当  $L$  较大时, 激发态的布居概率大于基态的布居概率, 不存在原子反转, 可产生无反转微波激射器。当  $\chi/g = 0.2$  (如图 1(b))时, 克尔效应使得原子的反转概率减小。当  $n_b = 0.5$  (如图 1(c))时, 在一部分区域, 热平衡时的光子数使原子的反转概率几乎为零。当  $\Delta/g = 3$  (如图 1(d))时, 失谐量使原子的反转概率减小。

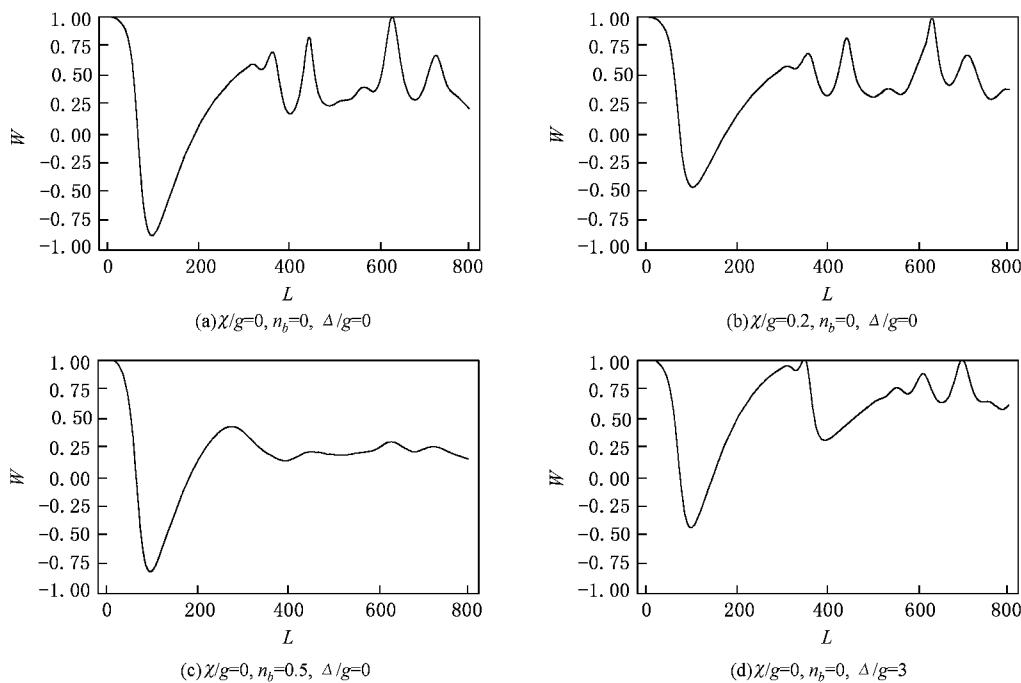
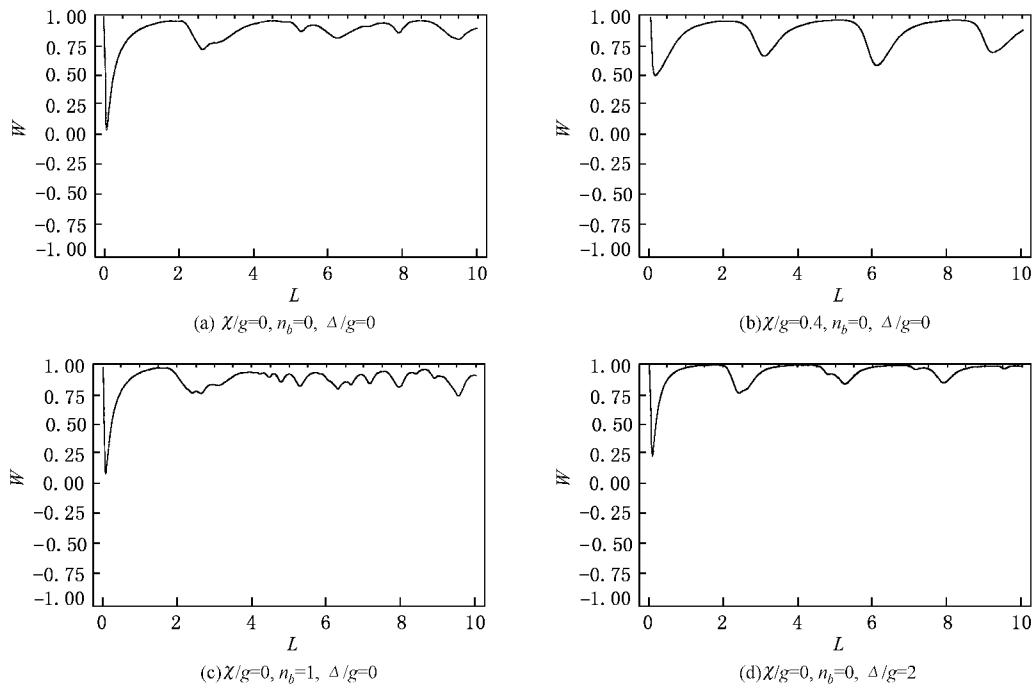
图 1 原子对相互作用长度( $L = \kappa l$ )的原子反转概率( $r = 100, N_{ex} = 10$ )图 2 原子对相互作用长度( $L = \kappa l$ )的原子反转概率( $r = 0.1, N_{ex} = 10$ )

图 2 示出超冷原子方式下二能级原子对相互作用长度( $L = \kappa l$ )反转概率曲线图. 从图 2 可以看出, 在所有的区域  $L$ , 原子在激发态时的布居概率大于基态时的布居概率, 没有发生反转. 而且克尔效应、

热平衡时的光子数和失谐量都不能使原子发生反转, 因此可以称为无反转微波激射器.

图 3 示出不同方式下二能级原子对相互作用长度( $L = \kappa l$ )的原子反转概率曲线图. 如图 3(a)所示,

当原子处于冷原子方式( $r = 0.1$ )下,原子没有发生反转,且出现了周期性振荡现象。如图3(b)所示,当原子处于临界方式( $r = 1$ )下,原子在零值附近出现了周期性坍塌和复苏反转现象,且反转的振荡频率

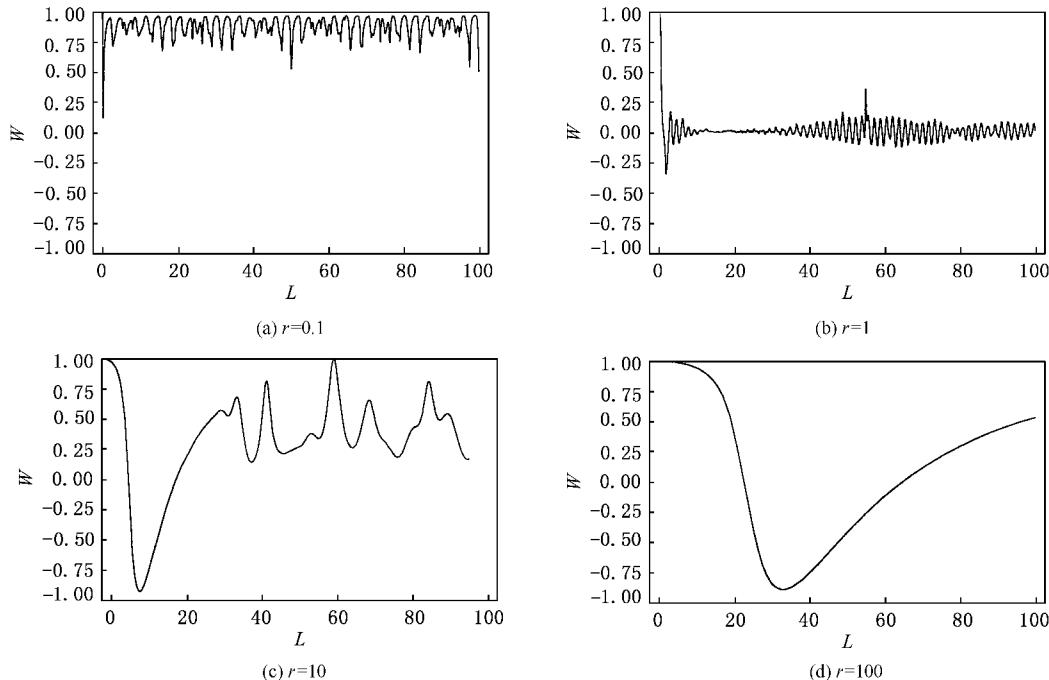


图3 原子对相互作用长度( $L = \kappa l$ )的原子反转概率( $N_{ex} = 10, \chi = 0, \Delta = 0, n_b = 0$ )

## 4. 总 结

本文建立了含克尔介质微波激射器腔场稳态光子统计的量子理论,在热原子、临界状态和超冷原子的方式下研究了微波激射器注入的二能级原子在稳态时的反转特性。结果表明:注入的二能级原子在不同方式下,原子的反转特性不一样。在热原子方式下,原子在一部分腔长  $L$  的区域无反转,且随原

子注入速率的增加,反转区域和反转概率增大。在临界方式下,原子的反转区域呈现周期性的拉比振荡以及坍塌和复苏现象。而在冷原子方式下,原子在腔长  $L$  的全部区域无反转。克尔效应和失谐量使原子的反转程度变弱。热平衡时的光子数使原子在腔长  $L$  的一部分区域上、下能级的布居概率接近相等,几乎为零。

感谢与吴颖教授的有益讨论。

- [1] Gantsog T 1996 *Phys. Rev. A* **53** 562
- [2] Toor A H, Zhu S Y and Zubairy M S 1996 *Phys. Rev. A* **53** 3529
- [3] Rempe G, Walther H and Klein N 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 353
- [4] Liang W Q *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2345 (in Chinese) 梁文青等 2001 *物理学报* **50** 2345]
- [5] Meystre P, Rempe G and Walther H 1988 *Opt. Lett.* **13** 1078
- [6] Cummings F W and Rajagopal A K 1989 *Phys. Rev. A* **39** 3414
- [7] Kien F L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 3282
- [8] Shore B W and Knight P L 1993 *J. Mod. Opt.* **40** 1195
- [9] Klimov A B and Chumakov S M 1999 *Phys. Lett. A* **264** 100
- [10] Narozhny N B and Sanchez-Mondragon J J 1981 *Phys. Rev. A* **23** 236
- [11] Gea-Banacloche J 1991 *Phys. Rev. A* **44** 5913
- [12] Peng J S and Li G X 1992 *Phys. Rev. A* **46** 1516
- [13] Li G X and Peng J S 1995 *Phys. Rev. A* **52** 465
- [14] Li G X and Peng J S 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 37 (in Chinese) 李高翔、彭金生 1996 *物理学报* **45** 37]
- [15] Löffler M *et al* 1997 *Phys. Rev. A* **56** 4153

- [ 16 ] Harris S E 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1033
- [ 17 ] Masiak P and Rzazewski K 1995 *Phys. Rev. A* **51** 3267
- [ 18 ] Fry E S *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 3235
- [ 19 ] Wu Y , Yang X X and Leung P T 1999 *Opt. Lett.* , **24** 345
- [ 20 ] Wu Y 2000 *Phys. Rev. A* **61** 033803
- [ 21 ] Wu Y and Leung P T 1999 *Phys. Rev. A* **60** 630
- [ 22 ] Wu Y and Yang X X 2001 *J. Phys. B* **34** 2281
- [ 23 ] Wu Y 1996 *Phys. Rev. A* **54** 4534
- [ 24 ] Wu Y 1996 *Phys. Rev. A* **54** 1586
- [ 25 ] Fang M F and Liu X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 435 [ in Chinese ] 方 卵发、刘 翔 2000 *物理学报* **49** 435 ]
- [ 26 ] Liu X , Fang M F and Liu A L 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1707 [ in Chinese ] 刘 翔、方卵发、刘安玲 2000 *物理学报* **49** 1707 ]
- [ 27 ] Wu Y and Yang X X 1997 *Phys. Rev. A* **56** 2443
- [ 28 ] Wu Y and Yang X X 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3086
- [ 29 ] Fang M F 2002 *Chin. Phys.* **11** 1028
- [ 30 ] Liu X and Fang M F 2002 *Chin. Phys.* **11** 926
- [ 31 ] Scully M O , Meyer G M and Walther H 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4144
- [ 32 ] Meyer G M , Scully M O and Walther H 1997 *Phys. Rev. A* **56** 4142
- [ 33 ] Deb B and Ray D S 1993 *Phys. Rev. A* **48** 3191
- [ 34 ] Wu S D *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1925 [ in Chinese ] 吴曙东 等 2001 *物理学报* **50** 1925 ]
- [ 35 ] Wu S D Zhan Z M and Jin L X 2002 *Chin. Phys.* **11** 1272
- [ 36 ] Wu S D 2002 *Commun. Theor. Phys. ( Beijing )* **38** 637
- [ 37 ] Englert B J *et al* 1991 *Europhys. Lett.* **14** 25

## Properties of the injected atomic inversion in the micromaser<sup>\*</sup>

Wu Shu-Dong Chen Ai-Xi Jin Li-Xia

( Department of Physics , Huazhong University of Science and Technology , Wuhan 430074 , China )

( Received 9 July 2002 ; revised manuscript received 18 November 2002 )

### Abstract

In this paper , we establish the expression of photon statistics in the steady state in the micromaser with Kerr medium cavity , study the properties of the atomic inversion in a stationary state when the atom is in thermal-atom , critical or ultracold – atom regimes in a micromaser. The results show that the properties of the atomic inversion in different regimes are very distinct. In the thermal – atom regime , there are some regions of the cavity length  $L$  where the atoms are inversive , with the increase of the atomic injection rate  $r$  , the regions of atomic inversion and the probability of the atomic inversion increase. In the critical regime , atomic inversion exhibits the collapse and revival phenomena. However , in ultracold-atom regime , there are all regions of the cavity length  $L$  where the atoms are not inversive. Kerr effect and the detuning make the probability of the atomic inversion smaller.

**Keywords** : micromaser , atomic inversion , photon statistics , Kerr effect

**PACC** : 4250 , 4252

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 90108026 , 10125419 and 60078023 ).