

# 环形等离子体中电子温度梯度 不稳定性的粒子模拟<sup>\*</sup>

简广德 董家齐

(核工业西南物理研究院, 成都 610041)

(2002 年 7 月 23 日收到, 2002 年 9 月 28 日收到修改稿)

用粒子模拟方法求解描述环形等离子体中电子温度梯度静电模的回旋动力学方程. 方程采用圆磁通面的轴对称环形几何系统, 考虑了有限拉摩半径、电子渡越频率  $k_{\parallel} v_{\parallel}$  以及环形漂移(曲率和磁场梯度)运动  $w_0(v_{\perp}^2, v_{\parallel}^2, \theta)$  的效应. 简述了粒子模拟的基本方法, 采用了四阶变步长积分格式, 使计算省时、简便. 讨论了模的基本特征, 并且给出了临界梯度对电子温度与离子温度之比及环形性的依赖关系. 与有关的实验进行了比较, 计算结果接近实验测量值.

关键词: 电子温度梯度不稳定性, 粒子模拟, 变步长积分格式, 临界梯度

PACC: 5235P, 5255G, 5265

## 1. 引言

在磁约束聚变等离子体中, 横越磁力线的粒子、动量和能量输运的实验测量值通常比经典理论预言值大一个数量级. 理解和控制这种反常输运是磁约束聚变研究中一项极具挑战性的课题之一. 目前, 已有大量的实验数据证明, 等离子体参数(例如密度、速度或者温度<sup>[1]</sup>)的梯度所驱动的各种小尺度湍流是引起这种反常输运的主要原因之一. 由离子温度梯度不稳定性引起的湍流导致离子反常输运,  $E \times B$  剪切流抑制该湍流而引发离子热输运垒. 这方面的理论和数值模拟计算以及实验观测结果都支持这种观点.

近年来, 电子温度梯度不稳定性反常电子热输运已经成为热门的研究课题之一<sup>[2-7]</sup>. 剪切平板几何中的电子温度梯度模和相关的电子热导准线性理论由 Lee 等人<sup>[2]</sup>和 Guzdar 等人<sup>[3]</sup>首先提出. 该理论给出的热导率公式成功地解释了实验观察到的电子温度剖面不变性现象. 后来, Horton 等人<sup>[4]</sup>考虑了环形效应后进一步改进了该公式. 最近, Dorland 等人<sup>[5]</sup>和 Jenko 等人<sup>[6]</sup>又从回旋动力学非线性模拟出发研究了同一问题. 另外, 实验上也对电子温度梯度

不稳定性的临界梯度以及电子输运进行了研究<sup>[7-10]</sup>.

本文对环形等离子体中电子温度梯度不稳定性的动力学特征进行了粒子模拟. 我们知道, 等离子体是一个呈现集体运动特性的带电粒子的复杂系统. 等离子体粒子模拟就是在高速计算机上通过跟踪大量带电粒子在它们的自洽场和外加电磁场中的运动来模拟等离子体的动力学特征. 它的特点是充分利用计算机科学技术的最新成果, 采用最少的近似和假设, 从最基本的物理原理出发, 研究系统的动力学行为. 它的优点还在于不仅能模拟系统的线性行为, 而且也能模拟系统的非线性动力学特征. 因此, 在理论研究中起着重要的作用. 粒子模拟方法的难点是计算量大, 需要占用大量的内存, 对计算机速度的要求也比较高. 本文简述了粒子模拟方法, 用四阶自动变步长方法<sup>[11]</sup>求解电子回旋动力学方程, 所得结果与本征模积分方程<sup>[12]</sup>的计算结果符合得很好, 误差小于 5%. 本文还讨论了模的基本特征, 并且给出了临界梯度对电子温度与离子温度之比及环形性的依赖关系, 与有关的实验进行了比较. 计算结果接近实验测量值.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 10135020)和核科学基金(批准号: Y7100C0301)资助的课题.

## 2. 回旋动力学的静电粒子模拟方程

本节将简明地介绍静电电子温度梯度不稳定性的回旋动力学粒子模拟方程. 采用有圆形通量面的轴对称环形几何系统, 考虑了电子的磁力线曲率和磁场梯度效应  $w_D(v_\perp^2, v_\parallel^2, \theta)$  以及电子渡越频率  $k_\parallel v_\parallel$  和有限拉摩半径效应. 不考虑俘获电子的影响, 离子响应是绝热的.

在非均匀等离子体中, 低频静电扰动满足准电中性条件

$$\tilde{n}_e = \tilde{n}_i. \quad (1)$$

由此可得, 标量势  $\phi$  满足的方程为

$$\left( \frac{en_{oe}}{T_e} + \frac{en_{oi}}{T_i} \right) \phi = - \int d^3 v J_0(\alpha) h, \quad (2)$$

其中  $J_0(\alpha)$  为零阶贝塞尔函数,  $T_e$  和  $T_i$  分别为电子温度和离子温度. 采用气球模表象, 非绝热响应函数  $h$  满足线性回旋动力方程, 可写为

$$i v_\parallel \frac{\partial}{\partial l} h + (\omega - \omega_D) h = -(\omega - \omega_{*T}) J_0(\alpha) F_M \frac{en_{oe}}{T_e} \phi(l). \quad (3)$$

令  $\omega \rightarrow i\partial/\partial t$ ,  $g = h + J_0(\alpha) F_M \frac{en_{oe}}{T_e} \phi$ , 代入(3)式, 稍加整理可得

$$\frac{dg}{dt} = - \left[ (\omega_{*T} - \omega_D) J_0(\alpha) - v_\parallel J_0(\alpha) \partial_l \phi + v_\parallel J_1(\alpha) \frac{d\alpha}{dl} \phi \right] F_M \frac{en_{oe}}{T_e} - i\omega_D g, \quad (4)$$

其中

$$v_\parallel = \frac{dl}{dt} = Rq \frac{d\theta}{dt}. \quad (5)$$

由于  $\omega_D \propto \theta$ ,  $\omega_D$  在  $|\theta|$  大的区域会使  $i\omega_D g$  快速振荡, 引起数值计算困难. 现引入一个变换消去该项,

令  $g = \hat{g} \exp \left[ -i \int^t \omega_D(\theta) dt \right] = \hat{g} \exp(-i\delta_D)$ , 方程(4)可改写成

$$\frac{d\hat{g}}{dt} = - \left[ (\omega_{*T} - \omega_D) J_0(\alpha) \hat{\phi} - v_\parallel J_0(\alpha) \partial_l \hat{\phi} + v_\parallel J_1(\alpha) \frac{d\alpha}{dl} \hat{\phi} \right] F_M \frac{en_{oe}}{T_e} \exp(i\delta_D), \quad (6)$$

其中

$$\delta_D = \int^t \omega_D(\theta) dt = 2 \frac{\epsilon_n v_{ti}}{v_\parallel \lambda_t} \times \left( \frac{v_\perp^2}{2} + v_\parallel^2 \right) [(s+1) \sin(\theta)]$$

$$- s \theta \cos(\theta)]. \quad (7)$$

类似地, 方程(2)可写成

$$\frac{en_0}{T_e} (\tau_e + 1 - \Gamma_{0e}) \phi = - \int d^3 v J_0(\alpha) \hat{g} \exp(-i\delta_D), \quad (8)$$

其中  $\Gamma_{0e} = J_0(b_e) \exp(-ib_e)$ ,  $J_0$  为零阶修正贝塞尔函数. 宗量  $b_e = (1 + s^2 \theta^2) k_0^2 / 2$ ,  $\tau_e = T_e / T_i$ . 再令  $\Phi = \frac{en_0}{T_e} \phi$ , 方程(6)和(8)可简化成

$$\frac{d\hat{g}}{dt} = - \left[ J_0(\alpha) [(\omega_{*T} - \omega_D) \Phi - v_\parallel \partial_l \Phi] + v_\parallel J_1(\alpha) \frac{d\alpha}{dl} \Phi \right] F_M \exp(i\delta_D), \quad (9)$$

$$(\tau_e + 1 - \Gamma_{0e}) \Phi = - \int d^3 v J_0(\alpha) \hat{g} \exp(-i\delta_D). \quad (10)$$

在以上方程推导过程中, 对参数按照文献[12]进行了无量纲化处理. 同时  $\eta_e = L_n / L_{Te}$ ,  $L_n = -1 / (dlr(n)/dr)$ ,  $L_{Te}$  为电子温度梯度的特征尺度,  $\epsilon_n = L_n / R$ ,  $q$  为安全因子, 磁剪切  $s = \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$ ,  $k_\theta$  为极向波数. 其他符号的定义如下:

$$\omega_{*e} = \frac{k_\theta}{2L_n}, \quad \alpha = k_\theta v_\perp \sqrt{1 + s^2 \theta^2},$$

$$\lambda_t = -\frac{2\epsilon_n}{qk_\theta}, \quad F_M = \pi^{-3/2} e^{-v^2},$$

$$\omega_D = 2\epsilon_n \left( \frac{v_\perp^2}{2} + v_\parallel^2 \right) [\cos(\theta) + s\theta \sin(\theta)],$$

$$\omega_{*T} = 1 + \eta_e \left( v_\perp^2 + v_\parallel^2 - \frac{3}{2} \right),$$

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = \alpha \frac{s^2 \theta}{1 + s^2 \theta^2}.$$

## 3. 粒子模拟方法

### 3.1. 粒子模拟方程

为简单起见, 参照文献[13—15], 采用有限尺度粒子法, 把方程(9)和(10)直接写成与空间网格点电场有关的粒子模拟方程

$$\frac{dw_i}{d\tau} = - \left\{ J_0(\alpha) [(\omega_{*T} - \omega_D) \Phi - v_\parallel \lambda_t \frac{d\Phi}{d\theta}] + v_\parallel \lambda_t J_1(\alpha) \frac{d\alpha}{d\theta} \Phi \right\} \exp(i\delta_D) \Big|_{\text{粒子}}, \quad (11)$$

$$\Phi = \frac{1}{\rho} \sum_i J_0(\alpha_i) \exp(-i\delta_D) w_i(\tau) \chi(\theta - \theta_i) K(\theta), \quad (12)$$

其中

$$\hat{g} = \frac{1}{\rho_{\text{粒子}}} \sum_i w_i \delta(\theta - \theta_i) \delta(v_{\parallel} - v_{\parallel i}) \delta(\mu - \mu_i), \quad (13)$$

$$K(\theta) = \tau_e + 1 - \Gamma_{0e}, \quad (14)$$

其中  $w_i$  为粒子加权函数,  $\rho_{\text{粒子}}$  为粒子密度, 无量纲化的  $\tau = t\omega_{pe}$ . 假定粒子初始分布满足麦克斯韦分布, 因此, 方程中  $F_M$  不出现. 本文考虑的系统仅限于等离子体的一个典型区域, 边界条件是周期性的, 空间网格取均匀分布. 使用形函数  $S(x)$  代替  $\delta$  函数, 方程 (12) 可改写成

$$\Phi(\theta_j) = \frac{1}{\rho} \sum_i J_0(\alpha_i) \exp(-i\delta_{D_i}) w_i S(\theta_j - \theta_i) K(\theta_j), \quad (15)$$

其中下标  $j$  表示网格节点,  $i$  表示粒子. 取 Subtracted Dipole 形状函数<sup>[13]</sup>为

$$S(x) = \begin{cases} 1 & |x| < \frac{\Delta x}{2}, \\ -\text{sign}(x) \frac{x}{2\Delta x} + \frac{1}{2} & \frac{\Delta x}{2} < |x| < \frac{3\Delta x}{2}, \\ 0 & \text{其他}, \end{cases} \quad (16)$$

形函数  $S(x)$  如图 1 所示.

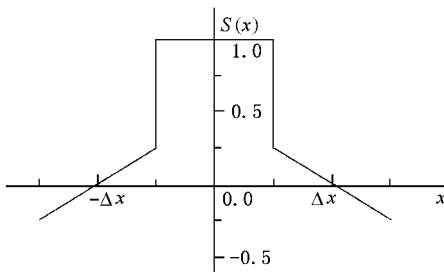


图 1 Subtracted Dipole 形函数

### 3.2. 粒子的初始启动

粒子模拟总是从系统中粒子的初始状态开始的. 取初始时粒子均匀分布在一维空间的  $\theta$  轴上, 来确定初始速度  $v_{\parallel}$  和  $v_{\perp}$  的随机抽样. 设粒子数随速度  $v_{\parallel}$  的分布为标准正态分布

$$f(v_{\parallel}) = \exp(-v_{\parallel}^2/2) / \sqrt{2\pi},$$

则按照文献 [16],  $v_{\parallel}$  的随机抽样为

$$\begin{aligned} v_{\parallel 1} &= \sqrt{-2\ln(\xi_1)} \cos(2\pi\xi_2), \\ v_{\parallel 2} &= \sqrt{-2\ln(\xi_1)} \sin(2\pi\xi_2), \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $\xi_1, \xi_2$  为  $[0, 1]$  上的均匀分布随机数. 计算中任取其中一个. 由于  $v_{\perp}^2 = 2\mu B$ , 粒子数随垂直于磁场  $B$  的速度  $v_{\perp}$  的分布为指数分布, 类似地,  $v_{\perp}^2$  的随机抽样为

$$v_{\perp}^2 = -\ln\xi, \quad (18)$$

其中  $\xi$  为  $[0, 1]$  上的均匀分布随机数. 对于偶模, 取粒子加权函数  $w_i$  的初始值为复常数

$$w_i = (0.8 - i0.2) \times 0.001. \quad (19)$$

### 3.3. 滤波

粒子模拟方程 (11) 每积分一步, 就必需解一次方程 (15), 求得  $\Phi(\theta_j)$ . 由于有限数目的电子的初始位置和速度是随机分布的, 就会出现初始的非电中性的电荷分布, 产生大量高频噪声<sup>[17]</sup>. 我们采用频率卷积的方法滤掉高频部分.

设  $\Phi^*(\theta)$  为计算得到的电势  $\Phi^m(\theta)$  经平滑后的电势分布函数, 取  $\alpha(\theta)$  为高斯函数, 作卷积

$$\Phi^*(\theta) = \Phi^m(\theta) * \alpha(\theta), \quad (20)$$

其中

$$\alpha(\theta) = \frac{a}{\sqrt{\pi}} \exp(-a^2\theta^2). \quad (21)$$

将  $\Phi^*(\theta)$ ,  $\Phi^m(\theta)$  和  $\alpha(\theta)$  的傅里叶变换分别记为  $\hat{\Phi}^*(\sigma)$ ,  $\hat{\Phi}^m(\sigma)$  和  $\hat{\alpha}(\sigma)$ , 根据频率卷积定理 (20) 式等号两边作傅里叶变换的结果为

$$\hat{\Phi}^*(\sigma) = \hat{\Phi}^m(\sigma) \hat{\alpha}(\sigma). \quad (22)$$

高斯函数的傅里叶变换仍为高斯函数

$$\hat{\alpha}(\sigma) = \exp\left(-\frac{\pi^2\sigma^2}{a^2}\right). \quad (23)$$

适当地选取高斯函数的峰宽, 可使  $\hat{\Phi}^m(\sigma)$  限制在高斯分布的有限宽度内, 达到滤波的目的. 从 (22) 式得到截除高频噪声后的  $\hat{\Phi}^*(\sigma)$ , 再经傅里叶逆变换, 就得到消除噪声后的电势分布函数  $\Phi^*(\theta)$ .

### 3.4. 增长率计算

在初始分布和参数给定之后,  $\Phi(t)$  随时间在一维空间网格点上的演化值, 可通过求解粒子模拟方程 (11) 和 (15) 获得. 对于偶模, 记录下  $\Phi(t)$  在空间峰值附近的 12 个网格点上随时间演变的值. 在  $\max|\Phi|$  增长到  $10^6$  时,  $\ln|\Phi|$  随时间变化呈线性增长, 该直线的斜率就是要求的增长率. 因此, 对所选的每一个格点用最后 1/3 时间点上的  $\Phi(t)$  值计算增长率, 其计算的公式可写成

$$\gamma = \left( \sum_{j=1}^{12} \gamma_j \right) / 12, \quad (24)$$

其中

$$\gamma_j = \frac{\sum_{i=\text{start}}^{\text{end}} (\log_{10} |\Phi_{i+15}| - \log_{10} |\Phi_{i-15}|) \times (30\Delta t \log_{10} e)}{(\text{end} - \text{start} + 1)}, \quad (25)$$

其中  $e = 2.71828$ ,  $\text{start}$  表示记录最后 1/3 时间点的起始点整数值,  $\text{end}$  表示最后一个记录点的值减去 15  $\Delta t$  为等间隔时间步长.

3.5. 快速傅里叶变换的功率谱估算<sup>[16]</sup>

在相等时间间隔  $\Delta t$  上, 抽取离散函数  $\Phi(k\Delta t)$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ) 的  $N$  个样本点, 并与一个关于时间的数据窗函数  $\omega_k$  相乘, 即  $\Phi(k\Delta t) \cdot \omega_k$ . 然后把随时间变化的波形转换成按不同谐波频率的分布, 从而获得频率特性. 由频率卷积定理, 作傅里叶变换的结果为

$$D(f_k) = \Phi(f_k) \cdot \omega_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (26)$$

其中离散频率  $f_k$  定义为

$$f_k = \frac{2\pi k}{N\Delta t}, \quad k = 0, 1, \dots, N/2.$$

快速傅里叶变换的功率谱估算的窗函数形式为

$$\omega_k = 1 - \frac{\left(\frac{N}{2} - k + 1\right)}{N/2}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (27)$$

(27) 式表明窗函数随  $k$  从零变到  $N-1$ ,  $\omega_k$  逐渐由零变到极大然后再返回到零. 功率谱的周期图估计在  $N/2$  个频率上定义为

$$\begin{aligned} P(f_0) &= \frac{1}{W_{ss}} |D_0|^2, \\ P(f_k) &= \frac{1}{W_{ss}} [ |D_k|^2 + |D_{N-k}|^2 ], \\ k &= 1, 2, \dots, N/2, \end{aligned} \quad (28)$$

其中

$$W_{ss} = N \sum_{j=0}^{N-1} \omega_j.$$

我们把最大功率谱对应的频率记为  $f^c$ , 与计算增长率一样, 对 12 条离散函数  $\Phi(k\Delta t)$  的  $N$  个样本点得到的频率值作平均, 则计算频率  $\omega$  的公式可写成

$$\omega = \frac{\sum_{j=1}^{12} f_j^c}{12}.$$

4. 数值计算结果

我们在计算机上进行计算, CPU 为 1.2GHz, 内存为 256M. 一般地, 计算一组结果需要的时间约为 1—7.5h, 增长率  $\gamma < 0.1$  时, 计算时间较长.

由于粒子模拟方法需要追踪几万个粒子, 这样, 不仅非常耗费计算时间, 而且需要占用大量的内存. 通常都采用较低阶的积格式<sup>[13]</sup>, 例如, 蛙跳 (leap-frog) 格式、二阶预报校正格式等. 很明显, 这类方法的缺点是计算精确度较低, 计算过程不够简便. 如果要想保证获得满足给定精确度的结果, 就必须把时间步长再缩小 1/2 计算, 然后比较两次计算的最终结果. 如果满足要求的精确度, 则计算结束. 否则再把时间步长缩小 1/2 计算, 直至满足计算容许的精确度为止.

我们采用四阶自动变步长积分方法<sup>[11]</sup>. 该方法通过每积分一步计算的误差估计公式来帮助编制自动调整积分步长. 在解比较光滑的时间间隔内, 积分步长可适当地放大; 在解变化快的时间间隔内, 则积分步长适当地缩小, 使其在满足计算容许误差的基础上取到最佳积分步长. 方法的优点是省时、方便, 并且满足给定精确度.

为了验证程序和模拟结果的正确性, 首先研究粒子模拟结果的粒子数和空间网格剖分数的收敛性. 取参数  $\eta_e = 2.5$ ,  $\epsilon_n = 0.2$ ,  $\tau_e = 1$ ,  $s = 1$ ,  $q = 1.5$ ,  $k_\theta = 0.3$ , 粒子数分别取 2000, 10000, 20000, 30000, 40000. 从图 2 可以看出粒子数取得越多, 增长率越接近一个常数. 一般地, 采用 20000 个粒子模拟就足以保证计算结果的正确性. 空间网格剖分数取 2 的整数幂, 粒子数为 20000 个, 其余参数与图 2 相同. 图 3 中的结果表明空间网格剖分数取  $2^8$  即可.

因此, 在以下的粒子模拟结果中, 取空间区域  $\theta \in [-20, 20]$ , 粒子数 20000 个, 网格剖分数取  $2^8$  等分. 图 4 和图 5 分别为用粒子模拟方法和本征模积分方程方法<sup>[11]</sup>计算的归一化增长率和频率的比较. 参数  $\eta_e = 2.5$ ,  $\epsilon_n = 0.2$ ,  $\tau_e = 1$ ,  $s = 1$ ,  $q = 1.5$ .

图 6 分别表示对应于参数  $\eta_e = 2.5$  (a), 1.75 (b), 1.0 (c) 的本征函数. 其余参数为  $\epsilon_n = 0.2$ ,  $\tau_e = 1/3$ ,  $s = 1$ ,  $q = 1.5$ ,  $k_\theta = 0.4$ . 图 6 中实线和虚线分别表示本征函数的实部和虚部. 从图 6 (a) 和 (b) 可以看出, 增长模在  $\theta$  空间相当平滑. 由图 7 (a) 不难看出,  $\eta_e = 2.5$  和 1.75 (图 6 (a) 和 (b)) 对应于不稳定

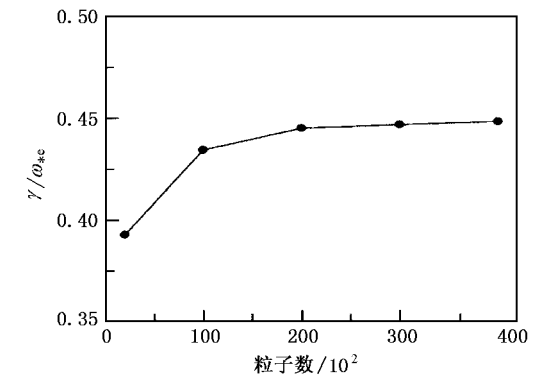


图 2 归一化增长率随粒子数的变化

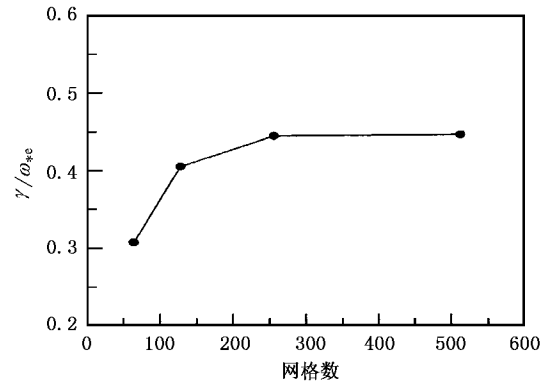


图 3 归一化增长率随空间网格剖分数的变化

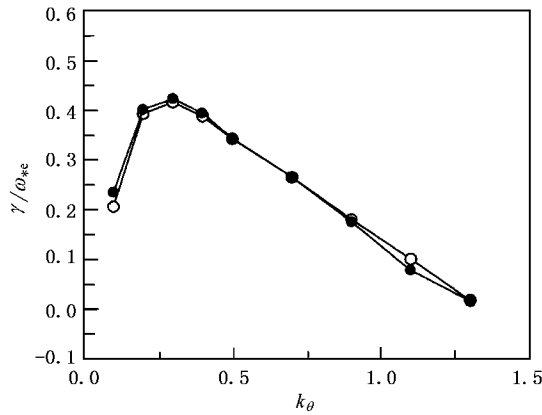


图 4 粒子模拟与本征模积分方程增长率的比较 ○为本征模积分方程方法的结果 ●为粒子模拟方法的结果

模.而  $\eta_e = 1.0$  时,模式是稳定的.比较而言,阻尼模(图 6 c)沿磁场力线有较宽的结构,而且有一个振荡的尾部.

在接近磁稳定边界区域中,对于不同的  $\eta_e$  值,可以计算出模随  $k_\theta$  变化的最大增长率.在足够小的

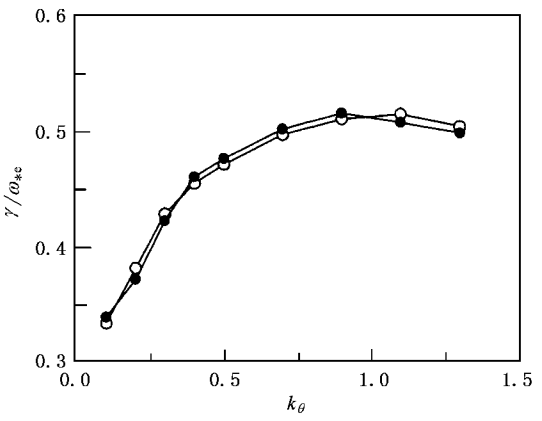


图 5 粒子模拟与本征模积分方程频率的比较 图注同图 4

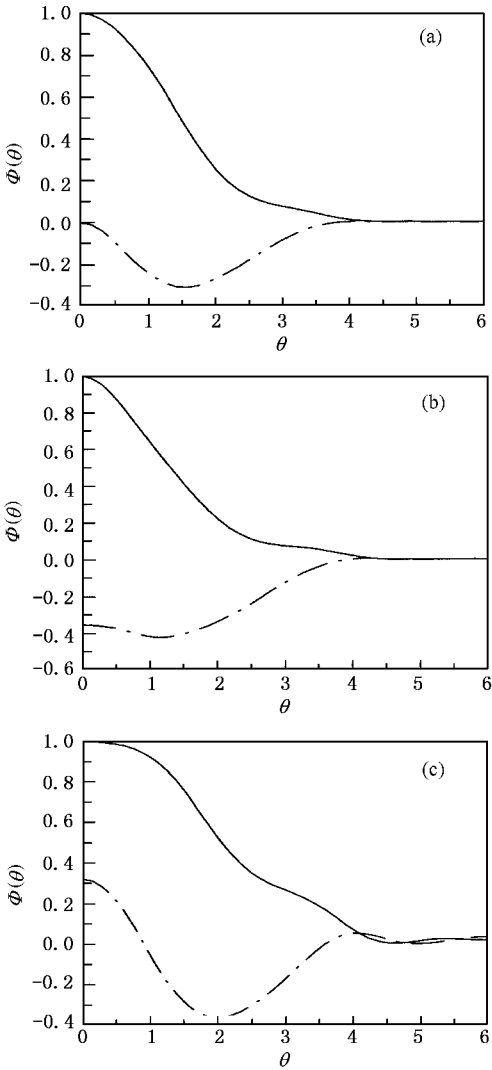


图 6 对应于参数  $\eta_e = 2.5$  (a),  $1.75$  (b),  $1.0$  (c) 的本征函数 ——和——分别为本征函数的实部和虚部  
临界区域内,采用线性外插方法,计算出临界梯度参

数  $\eta_e^c$  和  $(R/L_{T_e})^c$  ).图 7 (a)和 (b)分别表示  $\eta_e^c$  和  $(R/L_{T_e})^c$  随  $\epsilon_n$  的演化.  $\eta_e^c$  和  $(R/L_{T_e})^c$  随  $\epsilon_n$  的变化关系

可以近似地表示成如下解析公式：

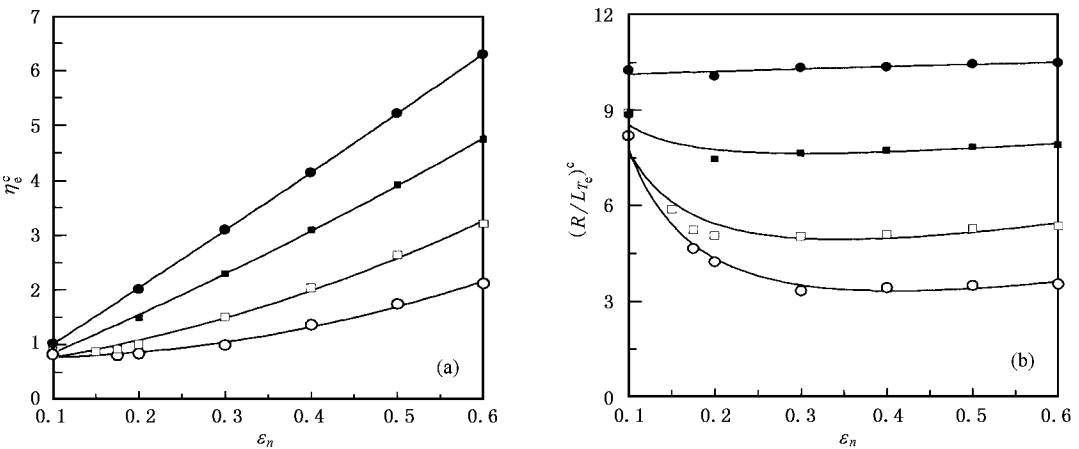


图 7 临界梯度参数  $\eta_e^c$  (a) 和  $(R/L_{T_e})^c$  (b) 随  $\epsilon_n$  的演化图 ●, ■, □, ○ 分别对应  $\tau_e = 3, 2, 1$  和  $1/3$  的粒子模拟结果, — 为采用最小二乘法作的逼近曲线

(1)  $\tau_e = 3$ 
$$\begin{cases} \eta_e^c = 2.685\epsilon_n^2 + 8.72\epsilon_n - 0.0089, \\ (R/L_{T_e})^c = 2.685\epsilon_n + 8.72 - 0.0098/\epsilon_n, \end{cases} \quad \epsilon_n \in [0.1, 0.6]; \quad (29)$$

(2)  $\tau_e = 2$ 
$$\begin{cases} \eta_e^c = -1.63\epsilon_n^2 + 8.82\epsilon_n - 0.074, \\ (R/L_{T_e})^c = -1.63\epsilon_n + 8.82 - 0.074/\epsilon_n, \end{cases} \quad \epsilon_n \in [0.1, 0.6]; \quad (30)$$

(3)  $\tau_e = 1$ 
$$\begin{cases} \eta_e^c = 4.657\epsilon_n^2 + 1.69\epsilon_n + 0.563, \\ (R/L_{T_e})^c = 4.657\epsilon_n + 1.69 + 0.563/\epsilon_n, \end{cases} \quad \epsilon_n \in [0.1, 0.6]; \quad (31)$$

(4)  $\tau_e = 1/3$ 
$$\begin{cases} \eta_e^c = 5.215\epsilon_n^2 - 0.839\epsilon_n + 0.8, \\ (R/L_{T_e})^c = 5.215\epsilon_n - 0.839 + 0.8/\epsilon_n, \end{cases} \quad \epsilon_n \in [0.1, 0.6]. \quad (32)$$

5. 结论与讨论

在 ASDEX-Upgrade 和 Tore Supra 装置上,仔细地研究过电子温度梯度驱动的不稳定性(电子温度梯度模和俘获电子模)和相关的湍性输运.其中很大一部分实验是用来确定温度梯度的阈值.

ASDEX-Upgrade 的实验结果清楚地表明,这样的阈值是存在的.当电子温度梯度高于此阈值时,电子热输运就很快升高,而使得剖面变平,电子温度梯度保持在该阈值附近. ASDEX-Upgrade 的实验得到的阈值为  $(\Delta T_e/T_e)^c \approx 6/m^{[9]}$ . 考虑到该装置的大半径为 1.6m,不难得到  $(R/L_{T_e})^c \approx 9.6$ . 这很接近图 7 (b)中  $\tau_e = 3$  的结果. 因为该实验的安排就是使得电子温度远高于离子温度,这里的计算结果与实验应该算是符合得比较好的. Tore Supra 的结果为<sup>[10]</sup>  $(R/L_{T_e})^c \approx 9.2$ . 这也很接近图 7 (b)中  $\tau_e = 3$  和  $\tau_e = 2$  的结果. 其他装置(包括 JET, AUG, FT-U, TCV, RTP 和 COMPASS-D)得到的  $(R/L_{T_e})^c$  的实验值在 8—12 之间. 这与本文的计算结果也很接近.

回旋动力学粒子模拟方法是磁约束受控聚变等 离子体物理研究中近 10 年来出现的一种极为有效的研究手段. 本文简要介绍了该方法在研究线性、静电电子温度梯度不稳定性方面的应用. 所得结果与求解本征模积分方程的结果进行了比较,误差小于 5%. 讨论了模的基本特征,并且给出了临界梯度对电子温度与离子温度之比及环形性的依赖关系. 将本文所得的计算结果与 ASDEX-Upgrade 和 Tore Supra 装置上的有关实验进行了比较. 理论结果接近实验测量值.

[ 1 ] Itoh K and Itoh S I 1996 *Plasma Phys. Control. Fusion* **38** 1

[ 2 ] Lee Y C , Dong J Q , Guzdar P N and Liu C S 1987 *Phys. Fluids* **30** 1331

[ 3 ] Guzdar P N , Liu C S , Dong J Q and Lee Y C 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 2818

[ 4 ] Horton W , Hong B G and Tang W M 1988 *Phys. Fluids* **31** 2971

[ 5 ] Dorland W *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5579

[ 6 ] Jenko F *et al* 2000 *Phys. Plasmas* **7** 1904

[ 7 ] Hoang G T *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 125001

[ 8 ] Ryter F *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 2325

[ 9 ] Ryter F *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 5498

[ 10 ] Ryter F *et al* 2001 *Plasma Phys. Control. Fusion* **A 43** 323

[ 11 ] Shenyang Institute for Computational Technology ,Chinese Academy of Sciences 1976 *General Algorithms for Computer* ( Beijing Science Press )( in Chinese ) [ 中国科学院沈阳计算技术研究所 1976 电子计算机常用算法 ( 北京 科学出版社 ) ]

[ 12 ] Dong J Q , Horton W and Kim J 1992 *Phys. Fluids* **B 4** 1867

[ 13 ] Birdsall C K and Langdon A B 1991 *Plasma Physics via Computer Simulation*( New York :Adam Hilger )

[ 14 ] Parker S E and Lee W W 1993 *Phys. Fluids* **B 5** 77

[ 15 ] Zhao G and Chen L 2002 *Phys. Plasmas* **9** 861

[ 16 ] Press W H *et al* 1992 *Numerical Recipes*( Cambridge :Cambridge University Press )

[ 17 ] Jiang B C *et al* 1989 *Spectrum Method for Computational Physics-FFT and Its Applications* ( Changsha :Hunan Science and Technology Press )( in Chinese ) [ 蒋伯诚等 1989 计算物理中的谱方法——FFT 及其应用( 长沙 湖南科学技术出版社 ) ]

Particle simulation method for the electron temperature gradient instability in toroidal plasmas <sup>\*</sup>

Jian Guang-De Dong Jia-Qi

( Southwestern Institute of Physics , Chengdu 610041 ,China )

( Received 23 July 2002 ; revised manuscript received 28 September 2002 )

Abstract

The gyrokinetic equations for the electrostatic electron-temperature gradient modes in toroidal plasmas are solved with particle simulation method. An axisymmetric geometry with circular flux surfaces is employed. The full kinetics ,including finite Larmor radius effects ,transit  $k_{\parallel} v_{\parallel}$  , and toroidal( curvature and magnetic gradient ) drift motion , is retained. The basic method of the particle simulation is described briefly. The fourth-order adaptive stepsize scheme is adopted , that saves computer time and is simple. The basic characteristics of the modes are discussed. The scaling of the critical gradient with respect to toroidicity and to the ratio of electron temperature over ion temperature is given. Comparison with experiments are made and the theoretical results are close to the experimental observations.

**Keywords** : electron-temperature gradient instability , particle simulation , adaptive stepsize scheme , critical gradient  
**PACC** : 5235P , 5255G , 5265

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 10135020 ) , and the Nuclear Science Foundation of China( Grant No. Y7100C0301 ).