

自发磁化的超导 π 环在电触发下的行为^{*}

凌 健 王 科 谢 飞 翔 马 平 杨 涛 王 福 仁 戴 远 东

(北京大学人工微结构和介观物理国家重点实验室 物理学院 北京 100871)

(2002 年 11 月 6 日收到 2002 年 12 月 4 日收到修改稿)

运用 Runge-Kutta 四步积分法分析了一个双结 π 环电路在输入脉冲电流触发下自发磁化电流的翻转过程。发现在适当的参数条件下, 输入周期性脉冲, π 环环流会产生周期性翻转现象, 由正到负和由负到正的翻转将产生不同的输出脉冲。以此可检验 π 环自发磁化电流的方向和电触发下的翻转现象。

关键词: π 结, 自发磁化, Runge-Kutta 四步积分法

PACC : 7475, 7400, 0260

1. 引言

高温超导体具有 d 波对称性的一个重要结论是高温超导晶界结可能具有负的临界电流, 即 $I = I_c \sin \varphi$, $I_c < 0$, 如果仍然认为临界电流为正, 则 $I = |I_c| \sin(\varphi + \pi)$, 因而称为 π 结。Sigrist 和 Rice^[1]最早指出, 对于含有一个 π 结超导环, 当 $\beta = 2\pi L / |I_c| / \phi_0 > 1$ 时, 在无外磁场存在时, 该环将发生自发磁化。由此可以检测高温超导体的 d 波对称性。Tsuei 等人^[2,3]在三晶衬底上制作了一个三结 π 环, 用扫描 SQUID 探测到它的自发磁化, 出色地完成了高温超导体 d 波对称性的位相敏感实验。我们对三结 π 环的自发磁化进行了理论研究和计算^[4], 发现对于三结 π 环, 即使 β 趋于零, 也将发生自发磁化, 并由此解释 Tsuei^[5]观察到的自发磁化磁通随温度上升基本上不变, 只是很接近 T_c 时才消失的实验结果。

由上述可知, 高温超导 π 环具有些新的不同于普通超导环的特性, 其研究不仅有较大学术意义, 也有可能发展出新的超导电子学器件。含有 π 结的超导 π 环在无外磁场和偏置电流的情况下就会发生自发磁化, 自发磁化本身有正、反两个方向, 可以代表两个不同的状态。如果能使这两个状态互相转换, 则可以构成简单的逻辑电路单元^[7]。

Sigrist 和 Rice^[1] 所建议的高温超导体位相敏感

实验是基于 $\beta > 1$ 的仅含一个结(π 结)的超导 π 环。但高温超导 π 结是颗粒晶界结, 利用结两侧超导体晶轴的特殊取向来实验 π 结, 一个超导环路不可能只包含一个晶界, 因而单结超导 π 环不可能实现。Tsuei^[2,3,5]的超导 π 环是在三晶衬底上制备的三结超导 π 环。然而双结超导 π 环在实验上也可以实现。Wollman^[6]在 YBCO 的 a 轴边 b 轴边拐角处制得 dcSQUID(角 SQUID), 这实际上是一个双结超导 π 环。我们已经研究了这样一个双结超导 π 环的自发磁化和在电脉冲作用下自发磁化的翻转^[7]。本文旨在研究在自发磁化翻转过程中 Josephson 结上作为输出脉冲的电压信号, 并与普通双结环作对比。结果表明, 通过输入脉冲电流和测量结上的电压, 可以用电学方法检测超导 π 环的自发磁化和在电脉冲作用下的翻转过程, 该文为超导 π 环的研究提供了一种虽然是间接但较简单的新方法, 也为发展超导 π 环逻辑电路提供了一种可能的方案。

2. 物理模型与方法

双结超导 π 环的实验方案, 可以与 Wollmann^[6] 的角 SQUID 相同, 其等效电路如图 1 所示。本文需研究在脉冲电流输入过程中结 2 上的输出电压, 采用的方法与文献[7]相同。这里首先给出文献[7]中双结超导 π 环的自发磁化和电脉冲触发的自发磁化翻

* 国家重点基础研究项目(批准号: G1999064609)资助的课题。

转的计算结果.再进一步研究在脉冲输入时 结 2 上超导波函数量子相位差随时间的变化,并与两个结都是普通结的普通双结超导环作对比.

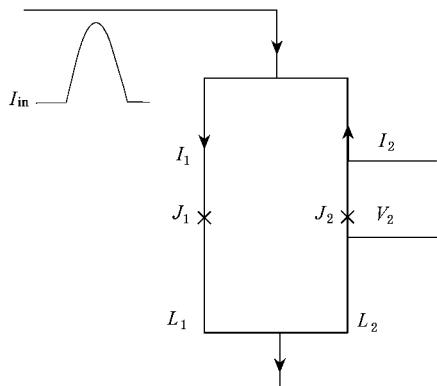


图 1 双结超导 π 环电路原理图

2.1. 双结超导 π 环的自发磁化

为了用数值积分计算双结超导 π 环在电脉冲下的行为,需要知道在无脉冲输入时双结超导 π 环的稳定自发磁化状态,作为数值积分的初值.对于如图 1 所示的双结超导 π 环,设结 1 为 π 结,结 2 为普通 Josephson 结(即零结),设环电感为 L .本文处处设定外磁通 ϕ_e 为零,即不存在外磁场,此时结上超导量子波函数相位差满足条件:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + 2\pi(LI)/\phi_0 = 2n\pi. \quad (1)$$

为了简单,设两结的临界电流绝对值相等,均为 I_c ,即 $I = -I_c \sin \varphi_1 = I_c \sin \varphi_2$.有 $\varphi_1 = \varphi_2 + \pi$ 则得

$$2\varphi_2 - (2n - 1)\pi + \beta \sin \varphi_2 = 0. \quad (2)$$

β 确定后,由(2)式可以计算出 φ_1 和 φ_2 ,这就是无脉冲电流时结上量子相位差的初始位相 φ_{10} 和 φ_{20} .方程(2)的图解见图 2. 图 2A 点和 B 点即为满足方程(2)的解,它们对应于两个方向相反自发磁化的解.由图 2 可以看出,即使 $\beta \rightarrow 0$,双结超导 π 环也将发生自发磁化.这与我们对三结超导 π 环^[4]的研究结果一致.从图 2 还可以看出,对于双结超导 π 环,根本不存在无自发磁化($I = 0$,即 $\varphi = 0$ 或 π)的解.这与三结超导 π 环不同,三结超导 π 环中存在不发生自发磁化的解,但因其自由能较高而不稳定,实验上观测不到^[4].

2.2. 双结超导 π 环的电触发翻转

其电路如图 1 所示.环电感分为两部份,结 1 侧为 L_1 ,结 2 侧为 L_2 , $L = L_1 + L_2$.当有脉冲电流

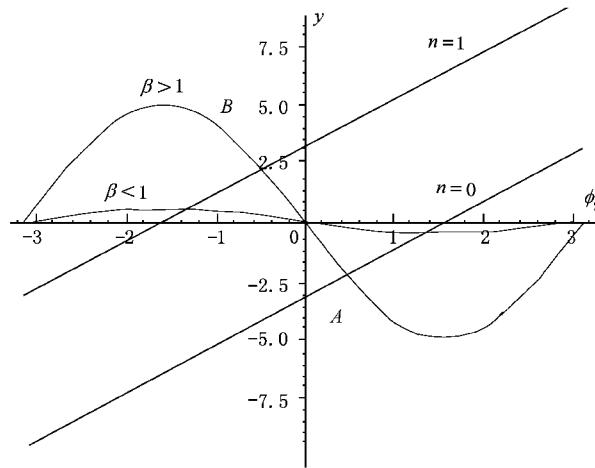


图 2 方程(2)的图解 直线为 $y = 2\phi_2 - (2n - 1)\pi$, $n = 0, 1$, 曲线为 $y = -\beta \sin \phi_2$

$I_{in}(t)$ 注入时,两个结上电流都随时间变化.设两个结都满足 RSJ 模型,且结电阻相等,都等于 R ,则有

$$I_1 = -I_c \sin \varphi_1 + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t}, \quad (3)$$

$$I_2 = I_c \sin \varphi_2 + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t}. \quad (4)$$

如果脉冲电流注入前自发磁化电流为逆时针方向,则有 $I_1 = I_2 + I_{in}$.此时方程(1)应为

$$\varphi_1 + \varphi_2 + 2\pi(L_1 I_1 + L_2 I_2)/\phi_0 = 2n\pi. \quad (5)$$

代入(3)和(4)式,可得

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} = (2n\pi - \varphi_1 - \varphi_2)\beta + \sin \varphi_1 + \alpha_2 i_{in} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} = (2n\pi - \varphi_1 - \varphi_2)\beta - \sin \varphi_2 + \alpha_1 i_{in} \quad (7)$$

式中 $\alpha_1 = \frac{L_1}{L}$, $\alpha_2 = \frac{L_2}{L}$, $i_{in} = \frac{I_{in}}{I_c}$, $\tau = t/\omega_c$, $\omega_c = 2eRI_c/\hbar$.

当脉冲电流注入前自发磁化电流为顺时针方向时, $I_2 = I_1 + I_{in}$.代入(3)和(4)式,可得

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} = (2n\pi - \varphi_1 - \varphi_2)\beta + \sin \varphi_1 - \alpha_2 i_{in} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} = (2n\pi - \varphi_1 - \varphi_2)\beta - \sin \varphi_2 + \alpha_1 i_{in}. \quad (9)$$

假设输入的脉冲电流为半个正弦波,即

$$I_{in} = AI_c \sin(\pi\tau/T), \quad 0 < \tau < T,$$

T 为脉冲宽度.由微分方程组(6)–(9)可以通过数值积分计算出脉冲电流输入后结上的波函数量子相位差和环流随时间的变化.高温超导体晶界结在低温下的特征电压 $V_c = I_c \times R$ 可到毫伏左右,这样特

征频率 ω_c 约为 6×10^{12} ,因而该电路的工作速率可以相当快,为皮秒量级。

容易看出,微分方程组(6)–(9)具有连续可微解并满足适定性条件,故可用Runge-Kutta四步积分法进行数值计算。在输入脉冲宽度取2时,我们定步长为0.1,改变电感系数 β 、电感参数 α_1 及输入脉冲电流幅度,比较相应的计算结果,可得到适当的参数值。

3. 计算结果

3.1. 自发磁化环流在电脉冲作用下的翻转^[7]

在电感系数 β 和输入电流脉冲宽度 T 确定后,适当选取电流脉冲幅度 A ,可使自发磁化环流发生翻转。图3和图4为 $\beta=5$, $T=2$, $A=6.5$ 和9.5时的计算结果,其中正值代表逆时环流,负值代表顺时环流。计算结果还表明,当输入电流脉冲太大时,自发磁化环流反而不发生翻转(如 $A=9.5$ 时)。我们还讨论了输入脉冲峰值、宽度及电感系数对 π 环自发磁化翻转过程的影响^[7]。随输入脉冲电流的不断增大,环流会发生周期性翻转现象,而在每一翻转周期内,只有选择适当的输入脉冲电流峰值方能使环流发生翻转。加大输入电流脉冲宽度,则使 π 环自发磁化发生翻转的最小电流峰值减小,同时翻转所需时间变长。我们还知道,随电感系数 β 的增大,使自发磁化电流发生翻转的最小输入电流峰值及最小翻转时间都相应增大,同时使环流发生一次性翻转的脉冲电流峰值区间变小。自发磁化电流的翻转时间定义为自发磁化电流在翻转过程中达到与完全稳定时相对比误差在5%时所需的时间。

3.2. 电感参数 α_1 的影响

本文中首先研究两支电感的不对称性对自发磁化翻转过程的影响。电感系数和脉冲宽度均保持不变,改变电感参数 α_1 ,计算环流 I_2 随时间的变化。我们仍取逆时方向的环流为正值,顺时方向的环流为负值。图5和图6分别为初始环流为逆时和顺时情况下,能使环流发生翻转的输入脉冲电流峰值区间与电感参数的关系。下面一条曲线是不同电感参数下能使环流发生翻转的最小输入脉冲电流峰值,上面一条曲线为环流转而不发生翻转的输入脉冲电流峰值,因而两条曲线之间的区域为不同电感参数

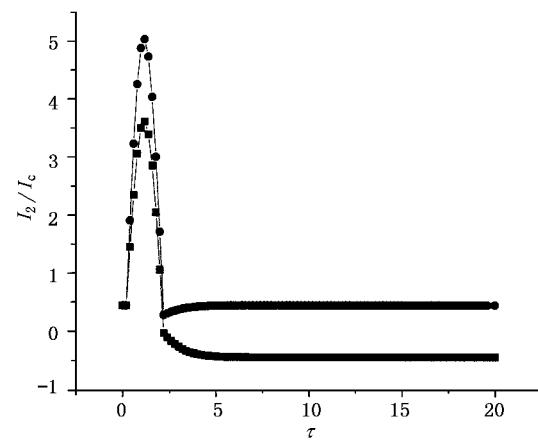


图3 环流在逆时初始方向时的翻转情况 $\beta = 5$, $T = 2$, $\alpha_1 = 0.5$, ■为翻转, $A = 6.5$, ●为不翻转, $A = 9.5$

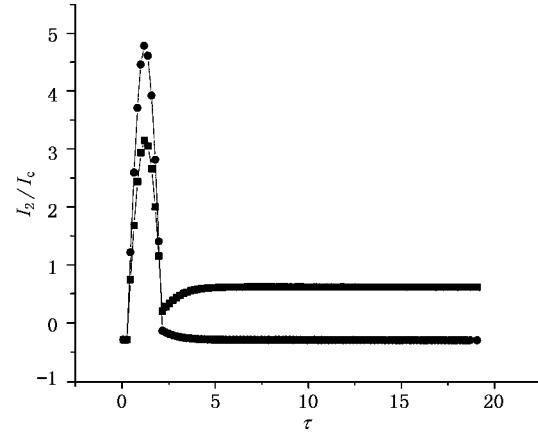


图4 环流在顺时初始方向时的翻转情况 参数和图注同图3

下能使环流发生翻转的输入脉冲电流峰值区间。由图5和图6可看出对于初始电流为逆时方向的情形,电流翻转区间随电感参数的增大而增大。对于初始电流为顺时方向的情形,电流翻转区间随电感参数的增大而减小。当电感参数为0.5时(对称电感),能使逆时初始环流和顺时初始环流发生翻转的输入脉冲电流峰值重叠区间最大,从而提供一适当的工作电流区间。

3.3. 单个脉冲下的电压输出

按上述计算环流相同的方法,我们计算了结2上的超导波函数量子相位差随时间的变化 $\frac{d\varphi_2}{dt}$,它直接对应结2上的输出电压。仍取电感系数 β 为5,输入电流的脉冲宽度 T 为2,电感参数为0.5,比较顺时初始环流和逆时初始环流时结2上的电压输

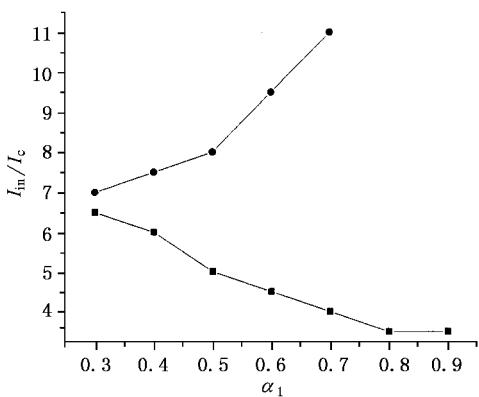


图 5 逆时初始环流下产生翻转的输入脉冲电流峰值上下限与电感参数的关系

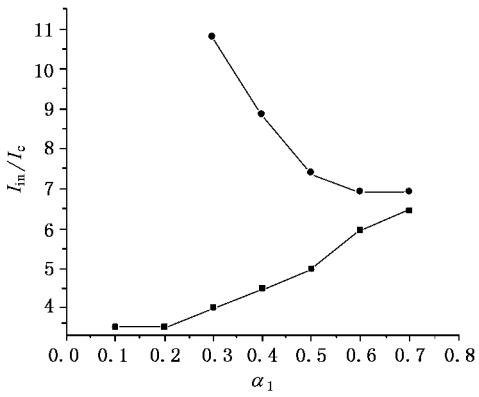


图 6 顺时初始环流下产生翻转的输入脉冲电流峰值上下限与电感参数的关系

出,计算结果见图 7. 可以看出,由于环流在单个输入电流脉冲下发生翻转,初始环流为顺时方向和逆时方向在结 2 上的输出电压存在很大差异. 其中临界电流大致为 10^{-4} A, 电阻为 $1\text{--}10\Omega$, 因而结 2 上的输出电压应为 $0.1\text{--}1\text{mV}$ 量级, 这在测量上很容易实现. 分析结 2 上的输出电压, 其顺时初始环流的输出电压峰值为 $3.6I_cR$, 而逆时初始环流时则为 $1.8I_cR$, 且逆时初始环流的输出电压在回到零之前有一个负值回冲, 由此可以判断初始环流的方向.

3.4. 周期脉冲下的电压输出

其他条件不变, 输入一周期性脉冲, 其周期为 100, 比较 π 环和普通环在结 2 上的输出电压, 如图 8 和图 9 所示. 可以看出, 在适当的输入脉冲下(电感系数 $\beta = 5$, 脉冲宽度 $T = 2$, 峰值 $A = 6.5$) π 环中每输入一个脉冲, 输出电压便变化一次, 也即自发磁化电流翻转一次, 而普通环中每输入一个脉冲, 输出电

压均一致. 由此可利用实验来验证 π 环中自发磁化电流的电触发翻转现象, 并进一步判断初始自发磁化电流的方向.

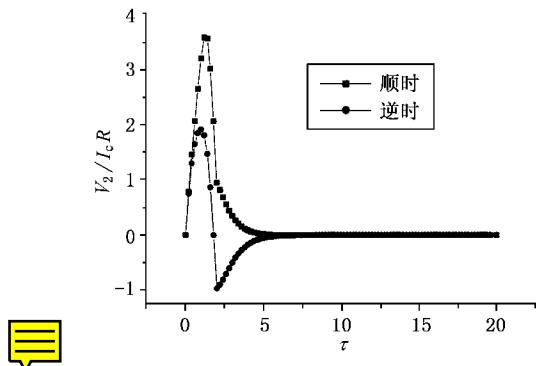


图 7 初始环流分别为顺时和逆时方向时的输出电压比较

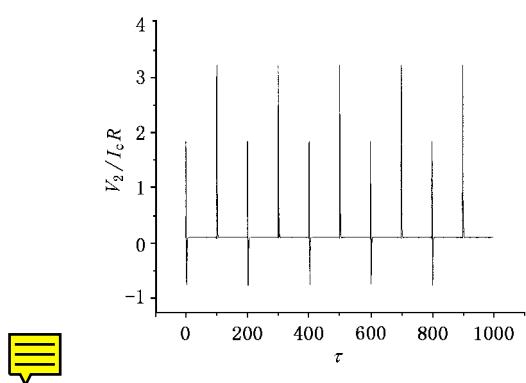


图 8 π 环在周期脉冲下的电压输出

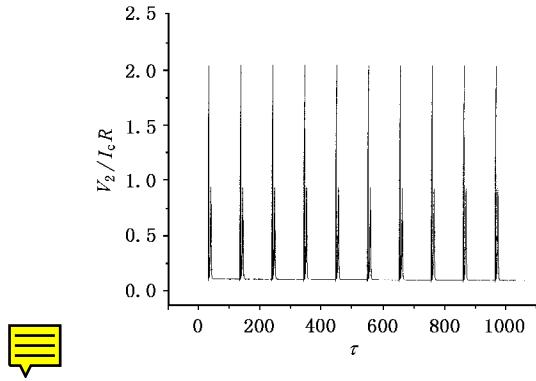


图 9 普通环在周期脉冲下的电压输出

4. 结 论

本文通过数值计算讨论了双结超导 π 环电路中, 当输入一个适当的电流脉冲时, π 环结 2 上的输出电压, 发现初始环流为顺时方向和逆时方向时存在很大差异, 并与普通双结超导环(零环)作了对比.

由此可以间接判断双结超导 π 环的自发磁化及其在 电流脉冲下的翻转.

- [1] Sigrist M and Rice T M 1992 *J. Phys. Soc. Japan* **61** 4283
- [2] Tsuei C C et al 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 593
- [3] Tsuei C C , Kirtley J R , Ren Z F , Wang J H and Bhushan M 1996 *Science* **271** 329
- [4] Deng P , Meng S C , Wang F R , Xie F X , Ma P and Dai Y D 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2217 (in Chinese) 邓 鹏、孟树超、王福仁、谢飞翔、马 平、戴远东 2001 *物理学报* **50** 2217]
- [5] Kirtley J R , Tsuei C C and Moler K A 1999 *Science* **285** 1373
- [6] Wollman D A et al 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 797
- [7] Xie F X , Ling J , Yang T , Ma P , Wang S Z , Wang F R and Dai Y D *IEEE Trans. Appl. Supercond.* accepted

The reversal of spontaneous magnetization in high T_c superconducting π rings^{*}

Ling Jian Wang Ke Xie Fei-Xiang Ma Ping Yang Tao Wang Fu-Ren Dai Yuan-Dong

(State Key Laboratory for Artificial Microstructures and Mesoscopic Physics, Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

(Received 6 November 2002; revised manuscript received 4 December 2002)

Abstract

The reversal of spontaneous magnetization of a superconducting π ring under a pulse current injection has been thoroughly analyzed with the fourth-ordered Runge-Kutta method. We find that the reversals from negative to positive and from positive to negative will produce different pulse output with a periodic pulse injection and some certain parameters which can give a checkout of directions of the spontaneous magnetization as well as the phenomena of reversal under pulse injection.

Keywords: π junction, spontaneous magnetization, forth-ordered Runge-Kutta method

PACC: 7475, 7400, 0260

* Project supported by the State Key Program of Basic Research of China(Grant No. G1999064609).