第 52 卷 第 8 期 2003 年 8 月
1000-3290/2003/52(08)/1934-04

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.52, No.8, August, 2003

旋转光纤对二阶偏振模色散的影响*

董 晖[1)] 吴重庆[2)] 付松年[1)]

[1)]（北方交通大学电子信息工程学院，北京 100044）

[2)]（北方交通大学理学院，北京 100044）

（2002 年 12 月 2 日收到；2002 年 12 月 27 日收到修改稿）

论述了单模光纤生产过程中旋转光纤对二阶偏振模色散的影响．从理论上指出虽然旋转光纤有助于减小一阶偏振模色散，但是同时会使二阶偏振模色散增大，这对 10 Gb/s 以上速率的光纤通信系统是个重要的问题．

关键词：二阶偏振模色散，旋转光纤，动态方程

PACC：4280M，4280L，0270

1. 引 言

随着光纤通信系统传输速率的提高，偏振模色散（PMD）越来越成为系统性能提高的障碍．解决这个问题的一条途径，是在单模光纤拉丝过程中，采用旋转预制棒或收丝搓动的方法，它们的作用都是使光纤截面不断地旋转．理论和实践都已证明，这种方法可以有效地减小单模光纤中的一阶 PMD[1,2]．但随着系统速率的不断提高和传输距离的增加，高阶 PMD 的影响越来越明显．文献[3]报道，当信号速率增加到 10 Gb/s 和差分群时延增加到 30 ps 时，二阶 PMD 已经非常明显．通过数值模拟[4]，发现当信号速率达到 40 Gb/s 时，更高阶的 PMD 效应已可以与二阶 PMD 相比较．

那么，通过旋转光纤是否可以减小高阶 PMD 呢？我们通过理论分析发现，在现有的条件下，旋转光纤会增加二阶 PMD．所以，目前在光纤生产工艺中所采用的此种用于减小 PMD 的方法，不能适应未来更高速光纤通信系统的要求．

2. 理论分析

2.1. PMD 动态方程

一阶和二阶 PMD 的情况决定于 PMD 的动态方程[5]，

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}}(z,\omega)}{\partial z}=\frac{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{f}}(z,\omega)}{\partial \omega}+\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{f}}(z,\omega)\times\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}}(z,\omega), \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}\omega}(z,\omega)}{\partial z}=\frac{\partial^2 \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{f}}(z,\omega)}{\partial \omega^2}+\frac{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{f}}(z,\omega)}{\partial \omega}\times\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}}(z,\omega)+\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{f}}(z,\omega)\times\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}\omega}(z,\omega), \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}}$ 为一阶 PMD 矢量，$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}\omega}=\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}}/\mathrm{d}\omega$ 为二阶 PMD 矢量，$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{f}}$ 为本地双折射矢量．

如果光纤在拉丝过程中，按照角度为 $\alpha(z)$ 的规律旋转，这时不会因为扭绞（twist）而引起圆双折射（这是一个近似，当旋转速度很高时还是会引入圆双折射）．此时，本地双折射矢量为[6]

$$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{f}}(z,\omega)=\beta_1(z,\omega)\begin{pmatrix}\cos(2\alpha)\\ \sin(2\alpha)\\ 0\end{pmatrix}, \tag{3}$$

式中 $\beta_1(z,\omega)$ 为线双折射．为了简化分析，我们不采用实验室固定坐标系，而建立一个旋转坐标系，这个坐标系的旋转角度为 $2\alpha(z)$．在这个坐标系下，本地双折射矢量表示为[1]

$$\boldsymbol{\beta}(z,\omega)=\begin{pmatrix}\beta_1(z,\omega)\\ 0\\ -2\alpha'(z)\end{pmatrix}, \tag{4}$$

式中 $\alpha'(z)=\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}z$．同时，在此坐标系下，动态方程（1），（2）可以写成如下形式的分量方程：

* 北京市自然科学基金（批准号：4002009）资助的课题．

$$\frac{\partial\Omega_1}{\partial z} = \beta_\omega + 2\alpha'\Omega_2,$$
$$\frac{\partial\Omega_2}{\partial z} = -\beta_1\Omega_3 - 2\alpha'\Omega_1,$$
$$\frac{\partial\Omega_3}{\partial z} = \beta_1\Omega_2; \tag{5}$$
$$\frac{\partial\Omega_{\omega1}}{\partial z} = \beta_{\omega\omega} + 2\alpha'\Omega_{\omega2},$$
$$\frac{\partial\Omega_{\omega2}}{\partial z} = -\beta_\omega\Omega_3 - 2\alpha'\Omega_{\omega1} - \beta_1\Omega_{\omega3},$$
$$\frac{\partial\Omega_{\omega3}}{\partial z} = \beta_\omega\Omega_2 + \beta_1\Omega_{\omega2}. \tag{6}$$

(5),(6)式中,$\beta_\omega = \mathrm{d}\beta_1/\mathrm{d}\omega$,$\beta_{\omega\omega} = \mathrm{d}^2\beta_1/\mathrm{d}\omega^2$,$\Omega_i$,$\Omega_{\omega i}$($i = 1,2,3$)为旋转坐标系下的一阶和二阶 PMD 矢量. 由于坐标系的旋转并不改变矢量的长度,所以有 $|\boldsymbol{\Omega}| = |\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}}|$ 和 $|\boldsymbol{\Omega}_\omega| = |\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{f}\omega}|$.

一般而言,由于 β_1 和 α 都是光纤长度 z 的函数,(5),(6)式所示的微分方程组都没有解析解,只能求它们的数值近似解. 这里,我们假设所讨论的单模光纤具有沿纵向均匀的本地线双折射 $\beta_1(\omega)$ 而且光纤匀速旋转,即 $\alpha' = \alpha_0$. 这样,微分方程组(5),(6)可以求解析解.

2.2. 微分方程组的解

在上述假设下,(5)式所示的微分方程组的系数矩阵为常数矩阵,比较容易求解. 结果为

$$\Omega_1(z) = \frac{4\alpha_0^2\beta_\omega}{\beta^3}\sin\beta z + \frac{\beta_1^2\beta_\omega}{\beta^2}z,$$
$$\Omega_2(z) = \frac{2\alpha_0\beta_\omega}{\beta^2}(\cos\beta z - 1),$$
$$\Omega_3(z) = \frac{2\alpha_0\beta_1\beta_\omega}{\beta^3}\sin\beta z - \frac{2\alpha_0\beta_1\beta_\omega}{\beta^2}z. \tag{7}$$

求解时利用了边界条件 $\boldsymbol{\Omega}|_{z=0} = (0\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$ 和 $\left.\frac{\partial\boldsymbol{\Omega}}{\partial z}\right|_{z=0} = (\beta_\omega\ 0\ 0)$. 则差分群时延为[1]

$$\Delta\tau(z) = |\boldsymbol{\Omega}(z)| = \frac{\beta_\omega}{\beta}\sqrt{\beta_1^2 z^2 + \left[\frac{4\alpha_0}{\beta}\sin\left(\frac{\beta z}{2}\right)\right]^2}, \tag{8}$$

式中 $\beta = \sqrt{\beta_1^2 + 4\alpha_0^2}$. 很明显,旋转速度越快,差分群时延越小. 说明旋转光纤可以在很大程度上减小光纤的一阶 PMD.

为求解(6)式所示的微分方程组,将(7)式的结果代入,得到

$$\frac{\partial\Omega_{\omega1}}{\partial z} = \beta_{\omega\omega} + 2\alpha_0\Omega_{\omega2},$$
$$\frac{\partial\Omega_{\omega2}}{\partial z} = -2\alpha_0\Omega_{\omega1} - \beta_1\Omega_{\omega3} - \frac{2\alpha_0\beta_1\beta_\omega^2}{\beta^3}\sin\beta z + \frac{2\alpha_0\beta_1\beta_\omega^2}{\beta^2}z,$$
$$\frac{\partial\Omega_{\omega3}}{\partial z} = \beta_1\Omega_{\omega2} + \frac{2\alpha_0\beta_\omega^2}{\beta^2}(\cos\beta z - 1). \tag{9}$$

这仍然是一个常系数微分方程组,可以化为二阶常系数非齐次微分方程逐个求解. 利用边界条件 $\boldsymbol{\Omega}_\omega|_{z=0} = (0\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$ 和 $\partial\boldsymbol{\Omega}_\omega/\partial z|_{z=0} = (\beta_{\omega\omega}\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$,求得

$$\Omega_{\omega1} = \beta_{\omega\omega}z + \frac{4\alpha_0^2(2\beta_1\beta_\omega^2 - \beta^2\beta_{\omega\omega})}{\beta^4}\left(\frac{\sin\beta z}{\beta} - z\right) - \frac{4\alpha_0^2\beta_1\beta_\omega^2}{\beta^3}\left(\frac{\sin\beta z}{\beta^2} - \frac{z\cos\beta z}{\beta}\right),$$
$$\Omega_{\omega2} = \frac{2\alpha_0(2\beta_1\beta_\omega^2 - \beta^2\beta_{\omega\omega})}{\beta^4}(\cos\beta z - 1) - \frac{2\alpha_0\beta_1\beta_\omega^2}{\beta^3}z\sin\beta z,$$
$$\Omega_{\omega3} = \frac{2\alpha_0(\beta^2\beta_\omega^2 + 2\beta_1^2\beta_\omega^2 - \beta_1\beta^2\beta_{\omega\omega})}{\beta^4}\left(\frac{\sin\beta z}{\beta} - z\right) - \frac{2\alpha_0\beta_1^2\beta_\omega^2}{\beta^3}\left(\frac{\sin\beta z}{\beta^2} - \frac{z\cos\beta z}{\beta}\right). \tag{10}$$

我们关心的是二阶 PMD 矢量的大小 $|\boldsymbol{\Omega}_\omega| = \sqrt{\Omega_{\omega1}^2 + \Omega_{\omega2}^2 + \Omega_{\omega3}^2}$. 通过繁琐的运算,可以得到

$$|\boldsymbol{\Omega}_\omega| = \sqrt{a(z)z^2 + b(z)z + c(z)}. \tag{11}$$

(11)式中三个系数的表达式比较复杂,分别为

$$a = \frac{4\alpha_0^2\beta_1^2\beta_\omega^4\sin^2\beta z}{\beta^6} + \left[\beta_{\omega\omega} - \frac{4\alpha_0^2(2\beta_1\beta_\omega^2 - \beta^2\beta_{\omega\omega} - \beta_1\beta_\omega^2\cos\beta z)}{\beta^4}\right]^2 + \left[\frac{2\alpha_0(\beta_1\beta^2\beta_{\omega\omega} + \beta_1^2\beta_\omega^2\cos\beta z - 2\beta_1^2\beta_\omega^2 - \beta^2\beta_\omega^2)}{\beta^4}\right]^2, \tag{12}$$

$$b = \frac{8\alpha_0^2(2\beta\beta_1\beta_\omega^2 - \beta^3\beta_{\omega\omega} - \beta_1\beta_\omega^2)\sin\beta z}{\beta^5} \times \left[\beta_{\omega\omega} - \frac{4\alpha_0^2(2\beta_1\beta_\omega^2 - \beta^2\beta_{\omega\omega} - \beta_1\beta_\omega^2\cos\beta z)}{\beta^4}\right] - \frac{8\alpha_0^2\beta_1\beta_\omega^2(2\beta_1\beta_\omega^2 - \beta^2\beta_{\omega\omega})(\cos\beta z - 1)\sin\beta z}{\beta^7} + \frac{8\alpha_0^2(\beta^2\beta_\omega^2 + \beta_1^2\beta_\omega^2 - \beta_1\beta^2\beta_{\omega\omega})\sin\beta z}{\beta^5} \times \frac{(\beta_1\beta^2\beta_{\omega\omega} + \beta_1^2\beta_\omega^2\cos\beta z - 2\beta_1^2\beta_\omega^2 - \beta^2\beta_\omega^2)}{\beta^4}, \tag{13}$$

$$c=\left[\frac{4\alpha_0^2(\beta\beta_1\beta_\omega^2-\beta^3\beta_{\omega\omega}-\beta_1\beta_\omega^2)\sin\beta z}{\beta^5}\right]^2+\left[\frac{2\alpha_0(\beta^2\beta_\omega^2+\beta_1^2\beta_\omega^2-\beta_1\beta^2\beta_{\omega\omega})\sin\beta z}{\beta^5}\right]^2+\frac{4\alpha_0^2(2\beta_1\beta_\omega^2-\beta^2\beta_{\omega\omega})^2(\cos\beta z-1)^2}{\beta^8}. \quad (14)$$

3. 讨 论

首先,我们来考虑(11)式的两种特殊情况:不旋转光纤和高速旋转光纤.

3.1. 不旋转光纤

此时,$\alpha_0=0$. 很容易看出,$a=\beta_{\omega\omega}^2$,$b=c=0$. 所以,光纤不旋转时,二阶 PMD 矢量的大小为 $|\boldsymbol{\Omega}_\omega|=\beta_{\omega\omega}z$.

3.2. 高速旋转光纤

此时,$\alpha_0\gg\beta_1$,$\beta\approx2\alpha_0$. 经过简单的运算得到 $a\approx4\beta_{\omega\omega}^2$,$b\approx-4\beta_{\omega\omega}^2\sin\beta z$,$c\approx\beta_{\omega\omega}^2\sin^2\beta z$. 二阶 PMD 矢量的大小为 $|\boldsymbol{\Omega}_\omega|\approx(2z-\sin\beta z)\beta_{\omega\omega}$. 当光纤较长时,$|\boldsymbol{\Omega}_\omega|\approx2\beta_{\omega\omega}z$,为不旋转光纤时的两倍.

一般情况下,(11)式的结果与 β_1,β_ω,$\beta_{\omega\omega}$ 有关. 由于光纤中双折射来源的复杂性,β_1,β_ω,$\beta_{\omega\omega}$ 的关系比较难以确定,所以二阶 PMD 的大小随旋转速度 α_0 的一般关系也难以明确,存在着当 β_1,β_ω,$\beta_{\omega\omega}$ 在某些数值下,在 α_0 的某个区间二阶 PMD 变小的可能性.

旋转光纤是为了比较明显地减小一阶 PMD,否则这样做就没有意义了. 由(8)式,假设我们为了将一阶 PMD 减小两个数量级,则很容易得到 $\alpha_0\geqslant50\beta_1$. 即基本属于高速旋转光纤的情况,此时,二阶 PMD 增大一倍.

4. 结 论

通过求解一阶和二阶 PMD 满足的动态方程,从理论上可以证明,通过拉丝过程中高速旋转光纤的办法,虽然可以大大减小一阶 PMD,但是会引起二阶 PMD 的增大. 虽然可能通过降低转速来抑制二阶 PMD 的增大,但是较低的转速会使一阶 PMD 得不到明显改善.

[1] Galtarossa A, Palmieri L, Pizzinat A 2001 *J. Lightwave Technol.* **10** 1502

[2] Wu C Q, Dong H, Fu S N *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **51** 2542(in Chinese)[吴重庆、董 晖、付松年等 2003 物理学报 **51** 2542]

[3] Bülow H 1999 *Optical Fiber Communication Conference* **2** 74

[4] Eyal A, Li Y 2000 *Opt. Lett.* **15** 25

[5] Poole C D, Winters J H, Nagel J A 1987 *Opt. Lett.* **16** 372

[6] Schuh R A, Shan X, Siddiqui A S 1998 *J. Lightwave Technol.* **16** 1583

Effect of spinning single-mode fibres on second-order polarization mode dispersion*

Dong Hui[1)] Wu Chong-Qing[2)] Fu Song-Nian[1)]

[1)] (*School of Electronics and Information Engineering, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China*)

[2)] (*School of Science, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China*)

(Received 2 December 2002; revised manuscript received 27 December 2002)

Abstract

This paper describes the effect of spinning single-mode fibres on the second-order polarization mode dispersion (PMD). We find theoretically that spinning fibres can reduce the first-order PMD, but it may be harmful to the second-order PMD, which is an important problem to the fibre communication system over 10 Gb/s.

Keywords: second-order PMD, spinning fibre, dynamical equation

PACC: 4280M, 4280L, 0270

* Project supported by the Natural Science Foundation of Beijing, China (Grant No. 4002009).