

飞秒强激光作用下线性等离子体层中 光场和电子密度的自洽分布^{*}

何 峰 余 玮 陆培祥

(中国科学院上海光学精密机械研究所强激光光学实验室, 上海 201800)

(2002 年 7 月 9 日收到, 2002 年 8 月 28 日收到修改稿)

自洽求解了圆偏振的飞秒强激光作用下线性等离子体层中光场和电子密度的分布. 研究发现在激光有质动力的作用下, 电子密度分布严重偏离离子密度分布, 甚至出现了一系列的“电子岛”和“电子空腔”. 由于电荷分离, 等离子体内形成了很强的静电场, 一部分激光能量转化为等离子体内的静电能. 线性等离子体层储存静电能的大小随着入射激光强度的增加而显著上升.

关键词: 飞秒激光, 相对论等离子体, 电子密度, 有质动力

PACC: 5225, 9530

1. 引 言

激光在线性等离子体层中的场分布是激光与等离子体相互作用的基本问题之一. 在长脉冲($\tau \gg 1$ ps, τ 为脉冲宽度)的作用下, 靶面等离子体向真空作等温膨胀. 等离子体冕区的密度分布大致为位置的线性函数. 等离子体的标尺长度等于离子声速与激光脉冲宽度的乘积. 在短脉冲($\tau < 1$ ps)激光的作用下, 激光预脉冲或主脉冲的上升沿也会在靶面形成标尺长度很小的线性等离子体层.

早期的研究工作^[1]仅针对线性等离子体层求解波动方程, 没有考虑光场对电子密度的影响以及电子密度对光场的反馈作用, 因而是不自洽的. 当光强很弱时, 线性等离子体层内的光场分布由 Airy 函数描述. 在临界密度前, 光场的分布表现为驻波. 越过临界密度之后, 光场逐渐衰减为 0. 当 $I_L \lambda^2 > 10^{14}$ W $\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$ (其中 I_L, λ 分别为激光强度和波长)时, 为了得到光场的自洽分布, 必须考虑光场的有质动力对电子密度分布的影响. $\tau \gg 1$ ps 的长脉冲激光与线性等离子体层相互作用时, 光场的有质动力引发了等离子体的密度轮廓修正^[2,3]. 由于光场与等离子体的作用时间相对较长, 离子和电子都能对光场作

出响应, 等离子体依然保持准中性特征, 其密度轮廓在临界面附近明显变陡. 等离子体的密度轮廓修正对研究激光的能量吸收和散射等过程都有重要的作用^[4,5].

最近 10 年来, 啁啾脉冲放大(CPA)技术^[6,7]的应用, 使激光脉冲的峰值强度提高了五六个数量级, 脉冲宽度在几十飞秒. 这样的超强超快激光脉冲与固体靶的相互作用出现了许多新的有趣现象. 激光所驱动的电子振荡速度接近光速, 此时对电子的研究必须应用相对论理论^[8-10]. 本文求解了圆偏振的飞秒激光垂直辐照到线性等离子体层上时, 光场和电子密度在其中的自洽分布. 研究发现, 当 $I_L \lambda^2 < 10^{14}$ W $\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$, $\tau < 1$ ps 时, 线性等离子体层内的光场分布仍然可以用 Airy 函数描述. 对于 $I_L \lambda^2 > 10^{14}$ W $\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$ 的飞秒激光脉冲, 作用情况发生了变化. 由于激光的脉冲宽度极短, 质量较大的离子来不及对激光场作出响应, 电子被激光场的有质动力排开, 因此等离子体的准中性特征被破坏, 在脉冲作用期间产生了电荷分离. 线性等离子体层内出现了一系列的“电子岛”和“电子空腔”. 正负电荷的分离, 在等离子体内部产生了很强的静电场, 同时也储存了大量的静电能. 通过计算得到, 线性等离子体层内储存的静电能随着入射激光强度的增加而显著上升.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 19974058)资助的课题.

2. 基本方程

假设等离子体层内离子密度是位置的线性函数,在飞秒激光与线性等离子体层相互作用中,电子的热运动速度远远小于其振动速度,因此等离子体可近似看成冷等离子体.在极短的相互作用期间,离子由于惯性较大而保持静止,激光场与电子的相互作用可以用麦克斯韦方程组描述^[11],

$$c^2 \nabla^2 \mathbf{A} - \partial_t^2 \mathbf{A} = 4\pi c n \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\partial_t \nabla \phi + 4\pi e n \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi e (n - Zn_i), \quad (3)$$

式中 \mathbf{A} 和 ϕ 分别为电场的矢势和标势,并且满足库仑规范 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, c 为光速, n 为电子的密度, e 为电子的电荷, Z 为离子的电荷数, \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 分别为电子速度的横向和纵向分量,并且满足

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0.$$

一般地,激光横截面的尺寸远大于其趋肤深度,因此可假设激光波前为平面波,则激光场的矢势、标势、电子的速度可以写成

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(z, t),$$

$$\phi = \phi(z, t),$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(z, t),$$

$$\mathbf{v} = v(z, t)\hat{z}.$$

作相对论运动的电子的拉格朗日量为

$$L = -mc^2(1 - \mathbf{u}^2/c^2 - \mathbf{v}^2/c^2)^{1/2} - (e/c)\mathbf{u} \cdot \mathbf{A} + e \cdot \phi,$$

将其代入拉格朗日方程,得到

$$d_t(m\gamma\mathbf{u} - \mathbf{A}e/c) = 0, \quad (4)$$

$$d_t(m\gamma v) + (e/c)\partial_z A - e\partial_z \phi = 0, \quad (5)$$

式中

$$\gamma = (1 - \mathbf{u}^2/c^2 - \mathbf{v}^2/c^2)^{-1/2}.$$

对圆偏振光,有

$$\mathbf{A}(z, t) = A(z) [\cos(\omega t)\hat{x} + \sin(\omega t)\hat{y}],$$

其中 ω 为激光频率.由方程(4)可得

$$\mathbf{u} = e\mathbf{A}/m\gamma c,$$

将 z , \mathbf{A} 和 ϕ 进行如下的归一化:

$$\xi = \omega z/c,$$

$$\Psi = e\phi/mc^2,$$

$$a = e|\mathbf{A}|/mc^2.$$

等离子体的临界密度为 $n_c = m\omega^2/4\pi e^2$,用 n_0 表示电子密度的慢变部分,用 n_i 记作离子的密度,则电

子的相对密度为 $N = n_0/n_c$,离子的相对密度为 $N_i = Zn_i/n_c$.将相对论因子 γ 和归一化标势 Ψ 拆成缓变项 γ_0, Ψ_0 和快变项 $\tilde{\gamma}, \tilde{\Psi}$,一般满足 $\gamma_0 \gg \tilde{\gamma}, \Psi_0 \gg \tilde{\Psi}$.则 γ 和 Ψ 可以写成

$$\gamma = \gamma_0 + \tilde{\gamma},$$

$$\Psi = \Psi_0 + \tilde{\Psi}. \quad (6)$$

在圆偏振激光场中电子的纵向速度为 $v^{[12]}$,因此

$$\gamma_0 = (1 - \mathbf{u}^2/c^2)^{-1/2} = (1 + a^2)^{1/2}.$$

利用方程(2)(3)(5)可以得到 γ_0, Ψ_0 所满足的方程

$$\partial_\xi \Psi_0 = \partial_\xi \gamma_0, \quad (7)$$

$$N - N_i = \partial_\xi^2 \Psi_0, \quad (8)$$

$$a^{-1} \partial_\xi^2 a + 1 - \gamma_0^{-1} N = 0. \quad (9)$$

由于等离子体内归一化的静电场为 $E(\xi) = -\partial_\xi \gamma_0$,因此方程(8)描述了电子和离子的相对密度与等离子体内电场的关系,(9)式是激光在等离子体内传播的波动方程.方程(7)–(9)可以耦合成

$$\begin{aligned} &\partial_\xi^2 \gamma_0 - \gamma_0 (\partial_\xi \gamma_0)^2 (\gamma_0^2 - 1) \\ &+ (\gamma_0^2 - 1) (\gamma_0 - N_i) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

反过来,由方程(10)可以确定任一点 ξ 处 $N_i + \partial_\xi^2 \gamma_0$ 的值.由于电子的相对密度 $N = N_i + \partial_\xi^2 \gamma_0$ 不可能为负,因此只有当 $N_i + \partial_\xi^2 \gamma_0 > 0$ 时,方程(10)才成功地描述了等离子体内 γ_0 的变化.当 $N_i + \partial_\xi^2 \gamma_0 \leq 0$ 时,意味着此处电子被排空,在相应的区域形成了“电子空腔”.在“电子空腔”区域的 γ_0 应该用方程(8)的变形来描述,即

$$N_i + \partial_\xi^2 \gamma_0 = 0. \quad (11)$$

如果激光在真空中传播时 a 的峰值为 a_L ,边界条件要求 $4a_L^2 = a_0^2 + (\partial_\xi a)^2^{[11]}$,其中 a_0 和 $(\partial_\xi a)_0$ 分别是线性等离子体层表面的归一化矢势和归一化磁场.对于任意给定的 a_L ,联合求解方程(10)和(11)可以得到等离子体内的 γ_0 ,因此,归一化矢势 $a = \sqrt{\gamma_0^2 - 1}$ 、电子密度 $N = N_i + \partial_\xi^2 \gamma_0$ 以及电场 $E(\xi) = -\partial_\xi \gamma_0$ 都可以顺利得到.

3. 等离子体中的矢势、电子密度和静电场

等离子体内离子密度是位置的线性函数,即 $N_i = \xi/L$,其中 L 是使用 c/ω 归一化后的等离子体的标尺长度.若取 $L = 2\pi$,则 $N_i = \xi/L = z/\lambda_0$.图1给出

了 $a_L = 0.01$ 时线性等离子体层内的矢势 a 以及电子密度 N 随位置分布的情况. 由图 1 可以看出, 当激光场很弱时, 矢势 a 的图像是 Airy 函数. $z/\lambda_0 = 1$ 的平面为临界密度所在的平面. 当 $z/\lambda_0 < 1$ 时, 即激光场到达临界密度之前, 归一化矢势 a 的变化表现为驻波的形式; 过了临界密度之后, a 慢慢衰减至 0. 当光场很弱时, 电子的运动是非相对论的, 有质动力也几乎为 0, 电子密度的分布与离子密度的分布完全重合, 都是位置的线性函数. 此时不存在电荷分离, 也没有静电场.

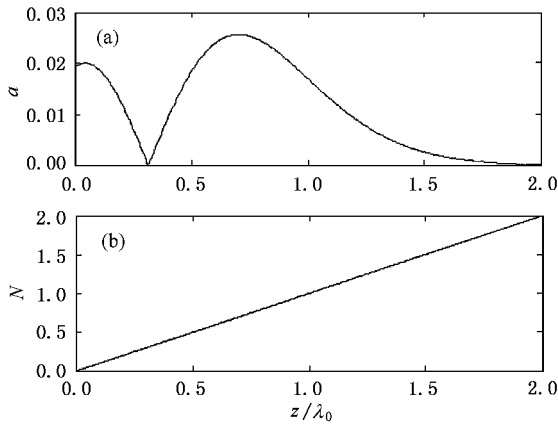


图 1 标尺长度 $L = 2\pi$, $a_L = 0.01$ 时等离子体内矢势场 (a) 和电子密度 (b) 的变化曲线

逐渐增加入射光的强度, 计算发现, 在标尺长度 $L = 2\pi$ 的情况下, 当 $a_L = 0.2$ 时, 正负电荷已经明显出现了分离. 图 2 给出了此时线性等离子体层内矢势 a 以及电子密度 N 随位置分布的情况. 此时激光强度比较小, 相对论效应还比较弱, 图 2 和图 1 中 a 随位置的分布曲线只有微小的变化, 仍旧类似于 Airy 函数. 但电子密度的分布图显示, 电子密度的分布不再是位置的线性函数, 靶表面的电子被挤压到靶的内部, 电子的分布出现了凹坑和凸起.

如果在 $L = 2\pi$ 时, 继续增大激光场的强度, 令 $a_L = 1$, 图 3 给出了这种情况下的归一化矢势 a 、电子密度 N 、电荷分离场 E 随位置的分布情况. 从图 3 可以发现, 此时矢势 a 以及电子密度 N 的分布与图 1 和图 2 相比都有非常明显的变化. 尽管 a 的变化曲线依然类似于 Airy 函数, 但 a 的振荡更剧烈, 出现了多个峰值. a 在等离子体内发生振荡的最大值接近 2, 此处电子运动的相对论因子 $\gamma_0 = (1 + a^2)^{1/2} \simeq 2.2$, 这已经属于强相对论范畴. 在这种情况下, 临界密度的计算式应修正为 $n'_c = \gamma m \omega^2 / 4\pi e^2$, 显然

$n'_c > n_c$. 可以计算出, 此时临界密度位于 $z/\lambda_0 = 1.59$ 处. 在到达临界密度之前, a 的变化依然表现为驻波. 电子作强相对论运动, 其分布与离子分布完全脱离: 有的区域电子的密度远大于离子的密度, 出现了“电子岛”; 有的区域电子的密度很小, 甚至有“电子空腔”出现. “空腔”总是出现在 a 较大的地方, 本来位于“空腔”区域的电子被挤到了 a 较小的地方. 电子的这种重新分布, 是由于激光场的有质动力对电子排斥的结果. 这就在等离子体内形成了一系列的正电层和负电层, 正、负电层之间必然形成了静电场, 强大的静电场存储了大量的静电能. 从图 3 还可以看出, 在电子密度和离子密度相等的区域, 电场达到了极值. 在 a 最大或 $a = 0$ 的区域, 电场的方向发生了变化. 过了临界密度之后, a 慢慢衰减至 0, 相对论作用逐渐减弱, 有质动力逐渐减小, 因此电子密度的分布趋近于离子密度的分布, 最后重合, 电场也慢慢衰减至 0.

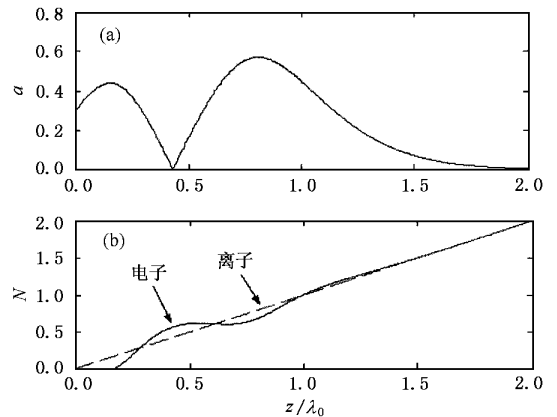


图 2 标尺长度 $L = 2\pi$, $a_L = 0.2$ 时等离子体内矢势场 (a) 和电子密度 (b) 的变化曲线

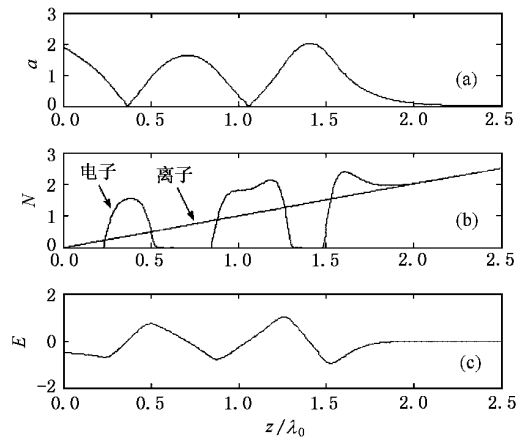


图 3 标尺长度 $L = 2\pi$, $a_L = 1$ 时等离子体内矢势场 (a)、电子密度 (b) 以及电场 (c) 的变化曲线

4. 等离子体内的静电能

飞秒强激光与线性等离子体层相互作用产生的电子密度和离子密度分布的不平衡,必然在等离子体内部产生了静电场,静电场中存储了大量的静电能.静电能密度

$$\begin{aligned} W(\xi) &= \frac{1}{8\pi} E(\xi)^2 \\ &= \frac{1}{8\pi} (\partial_\xi \gamma_0)^2, \end{aligned} \tag{12}$$

因此总静电能 W_{total} 满足下式:

$$\begin{aligned} W_{\text{total}} &= \int W(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{8\pi} \int_0^{+\infty} (\partial_\xi \gamma_0)^2 d\xi. \end{aligned} \tag{13}$$

如果改变入射激光的强度,等离子体内的电子密度的分布就会发生相应的变化,也就影响了由于电荷分离而形成的静电场.图 4 描述了线性等离子体层内总的静电能 W_{total} 与 a_L 的关系.图 4 中等离子体的标尺长度为 2π .从图中可以明显看出,随着 a_L 的增加,等离子体内的静电能也单调上升. a_L 很小时,不存在相对论效应,等离子体内没有电荷分离现象,静电能也几乎为 0.当 $a_L > 0.3$ 时,相对论效应明显,等离子体的准中性特征被破坏,正负电荷发生分离,等离子体内储存的静电能随 a_L 的增大而显著增加.

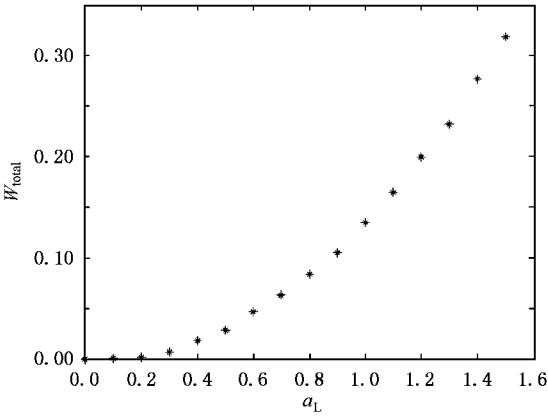


图 4 标尺长度 $L = 2\pi$ 时,等离子体内的总静电能 W_{total} 与入射光强 a_L 的关系图

5. 结 论

本文自洽地计算了圆偏振的超强超短激光垂直辐照到线性等离子体层上时,等离子体内光场和电子密度的分布.研究发现,当激光脉冲极短时,离子无法对光场作出响应,有质动力驱动电子,使电子密度和离子密度的分布发生偏离,出现了一系列的“电子岛”和“电子空腔”.正负电荷的分离产生了静电场,静电场储存了一部分静电能.光强越大,等离子体储存的静电能也就越大.

[1] Zhang J T 1999 *Theory and Simulation of Laser-plasma Interaction* (Zhengzhou :Henan Publication for Science and Technology) pp34—36 (in Chinese) 张家泰 1999 激光等离子体相互作用物理与模拟 (郑州 :河南科学技术出版社) 第 34—36 页]

[2] Xu Z Z , Yu W , Zhang W Q 1985 *Phys. Rev. A* **32** 659

[3] Xu Z Z , Yu W , Zhang W Q 1984 *Acta Phys. Sin.* **33** 1442 (in Chinese) 徐至展、余 玮、张文琦 1984 物理学报 **33** 1442]

[4] Forsland D W , Kindel J M , Lee K *et al* 1976 *Phys. Rev. Lett.* **36** 35

[5] Xu Z Z , Yu W 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 1383 (in Chinese) 徐至展、余 玮 1983 物理学报 **32** 1383]

[6] Perry M D , Mourou G 1994 *Science* **264** 917

[7] Maine P , Strickland D , Bado P *et al* 1988 *IEEE J. Quantum Electron* **24** 398

[8] Brabec T , Ferenc K 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 545

[9] Umstadter D 2001 *Phys. Plasmas* **8** 1774

[10] Chen B Z 2001 *Chin. Phys.* **10** 44

[11] Yu W , Yu M Y , Sheng Z M *et al* 1998 *Phys. Rev. E* **58** 2456

[12] He B , Chang T Q , Zhang J T *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1939 (in Chinese) 何 斌、常铁强、张家泰等 2001 物理学报 **50** 1939]

Field structure and electron density profile in circularly polarized femtosecond laser interaction with a linear plasma^{*}

He Feng Yu Wei Lu Pei-Xiang

(*Laboratory of High Intensity Optics , Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Shanghai 201800 , China*)

(Received 9 July 2002 ; revised manuscript received 28 August 2002)

Abstract

The electron density profile is solved self-consistently in circularly polarized femtosecond laser vertically interacting with a linear plasma. The result shows that a set of electron islands and cavities are produced in the relativistic plasma. The laser energy is partially trapped in these cavities due to strong static electric fields caused by the separation of electrons and ions. The dependence of the trapped static electric energy on the laser intensity is also discussed.

Keywords : femtosecond laser , relativistic plasma , electron density , ponderomotive force

PACC : 5225 , 9530

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19974058).