

# 厄米-高斯光束的焦开关<sup>\*</sup>

彭润伍<sup>1)</sup> 吕百达<sup>1,2)</sup>

<sup>1)</sup>( 四川大学激光物理与化学研究所 , 成都 610064 )

<sup>2)</sup>( 华中科技大学激光技术国家重点实验室 , 武汉 430074 )

( 2002 年 5 月 7 日收到 2003 年 3 月 10 日收到修改稿 )

考虑了由光阑和透镜组成的简单光学系统。研究表明, 当厄米-高斯光束入射这一系统, 在系统和光束参数满足一定条件时会出现称为焦开关的新现象。详细的数值计算和物理分析说明了厄米-高斯光束的焦开关特性, 与已有的工作做了比较, 并指出了焦开关可能的应用。

关键词: 光阑-透镜系统, 厄米-高斯光束, 焦移, 焦开关

PACC : 4255 , 4200

## 1. 引言

在激光材料加工、微光学加工、激光核聚变等应用中, 精密确定光束实际焦点的位置以及焦点随光学系统和光束参数的变化规律十分重要。因此, 对激光束的传输变换和聚焦特性的研究引起广泛重视, 并进行了深入的研究。其中, 由 Wolf 和 Li 提出的焦移概念是对经典理论的重要修正<sup>[1,2]</sup>。由于焦移的存在, 实际焦点并不与几何焦点重合, 而有一个移动。近年来, Martinez 和 Climent 发现会聚球面波通过一类特殊的称为轴向超分辨衍射屏( axially superresolving diffraction screen )的光学系统, 当系统的菲涅耳数减小到一定程度时, 焦点会出现一个突然的跃变, 这一新现象称为焦开关<sup>[3]</sup>。后来, Li 研究菲涅耳波带片被会聚球面波照明的衍射时, 也发现了焦开关的存在, 并且得出相对焦点位置跃变量可达( 35—36 )%<sup>[4]</sup>。Martinez 和 Li 所研究的都是用会聚球面波照明的特殊光学系统, 一个值得重视的问题是: 焦开关是否在一般光学系统用激光入射时也可能出现? 本文详细研究了厄米-高斯( H-G )光束通过光阑-透镜分离光学系统后的轴上光强分布和轴上光强极大点、次极大点的移动规律。研究表明, 当多模激光入射到这样一个普通光学系统, 在光学系统和光束参数满足一定条件时, 伴随着焦移也会出现焦点突然

跃变的现象。同时, 结合所考察光学系统特点, 得出了出现焦开关应满足的条件, 对焦开关的产生给出了物理诠释, 并与 Martinez 和 Li 的工作做了比较。最后指出了本文所得结果的实际应用意义。

## 2. H-G 光束通过光阑-透镜分离光学系统的聚焦光强分布

图 1 为光阑-透镜分离光学系统, 正方形光阑边长为  $2a$ , 与焦距为  $f$  的薄透镜的距离为  $s$ ,  $F$  为薄透镜的后焦点,  $F$  与考察点  $P$  的距离为  $z$ 。设入射到光阑的 H-G 光束场分布为<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} E_{mn}(x_0, y_0, z_0 = 0) \\ = H_m\left(\sqrt{2} \frac{x_0}{w_0}\right) H_n\left(\sqrt{2} \frac{y_0}{w_0}\right) \\ \times \exp\left[-\frac{ik}{2q_0}(x_0^2 + y_0^2)\right], \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $q_0 = \frac{ikw_0^2}{2}$  为与入射 H-G 光束对应的基模高斯光束的复参数,  $w_0$  为基模高斯光束的束腰宽度,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数(  $\lambda$  为波长 ),  $H_m$ ,  $H_n$  为  $m$  和  $n$  阶厄米多项式。

由 Collins 公式得到考察点  $P$  的场分布为<sup>[6]</sup>

$$E_{mn}(x, y, z) = \frac{ik}{2\pi B} \exp[-ik(s + f + z)]$$

\* 华中科技大学激光技术国家重点实验室基金资助的课题。

$$\begin{aligned} & \times \int_{-a}^a \int_{-a}^a E_{mn}(x_0, y_0, z_0 = 0) \\ & \times \exp\left\{-\frac{i k}{2B} A(x_0^2 + y_0^2) - \chi x_0 x + y_0 y\right. \\ & \left. + D(x^2 + y^2)\right\} dx_0 dy_0, \end{aligned} \quad (2)$$

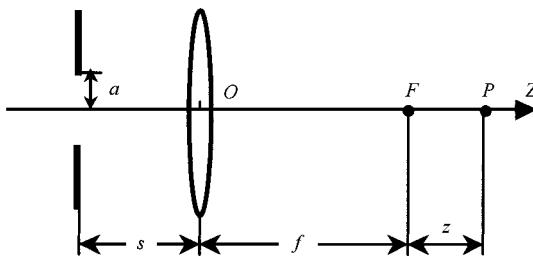


图1 光阑-透镜分离光学系统

式中变换矩阵元为

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z/f & (-z/f)s + f + z \\ -1/f & 1 - s/f \end{pmatrix}. \quad (3)$$

(2)式中令 $y=0$ 可得到H-G光束在 $xoz$ 面上的光强分布。作为示例,图2给出 $\text{TEM}_{22}$ 模H-G光束的等光强线。由图2可知, $\text{TEM}_{22}$ 模H-G光束除在 $z$ 轴上有一个光强极大点外,在轴外还有两个光强极大点。本文研究轴上( $x=0, y=0$ )场分布、焦移和伴随的焦开关问题。由厄米多项式的奇偶性可知,当 $m$ 或 $n$ 为奇数时, $E_{mn}(0, 0, z)=0$ ( $m$ 或 $n=2k+1, k=0, 1, 2, \dots$ );当 $m$ 和 $n$ 均为偶数(包括零)时, $E_{mn}(0, 0, z)$ 才不为零。因此,以下仅限于讨论 $m, n$ 均为偶数情况。把(1)和(3)式代入(2)式,得

$$E_{mn}(0, 0, z) = \frac{4iN_w \exp[-ik(s+f+z)]}{[1+z/f(1-s/f)]} u \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} u = & \int_0^{\sqrt{a}} \int_0^{\sqrt{a}} H_m(\sqrt{2}x_1) H_n(\sqrt{2}y_1) \exp[-(x_1^2 + y_1^2)] \\ & \times \exp\left[-\frac{i\pi N_w z/f}{[1+z/f(1-s/f)]}(x_1^2 + y_1^2)\right] dx_1 dy_1, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $x_1 = x_0/w_0, y_1 = y_0/w_0$ , 并且

$$\alpha = \left(\frac{a}{w_0}\right)^2 \quad (\text{截断参数}), \quad (6)$$

$$N_w = \frac{w_0^2}{\lambda f} \quad (\text{与光束有关的菲涅耳数}). \quad (7)$$

轴上光强为

$$I_{mn} = |E_{mn}|^2 = \frac{16N_w^2}{[1+z/f(1-s/f)]} \cdot u \cdot u^*. \quad (8)$$

轴上光强极大值点的位置 $z_{\max}$ 由

$$\frac{dI}{dz} = 0 \quad (9)$$

决定。相对焦移为<sup>[7,8]</sup>

$$\Delta z_f = \frac{|f + z_{\max}| - |R|}{|R|}, \quad (10)$$

式中

$$R = \frac{s^2 + (\pi f N_w)^2}{s - (s^2/f + \pi^2 f N_w^2)} \quad (11)$$

为由透镜处出射H-G光束波面曲率半径。

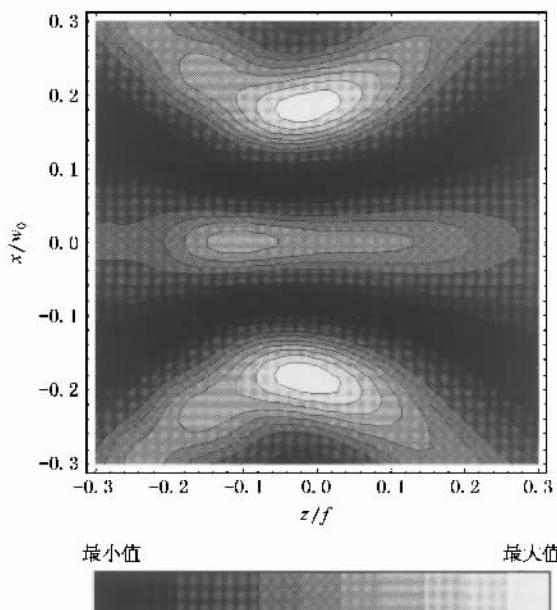


图2 通过图1所示系统 $\text{TEM}_{22}$ 模H-G光束在 $xoz$ 面上的等光强线 计算参数为 $a=4, N_w=2, s/f=0$

### 3. H-G光束的焦开关

利用(4)–(11)式作数值计算并作图。图3示出 $\alpha=4, N_w=2, s/f=0, 0.6, 1, 1.4, 1.8$ 时 $\text{TEM}_{22}$ 模H-G光束的轴上光强分布和焦移变化。从图3看出在 $0.4 \leq s/f \leq 1.6$ 时轴上光强存在一个中心主极大 $I_{\max,c}$ 和一个次极大 $I_{\max,s}$ 。 $s/f$ 从零增加到接近1时, $I_{\max,c}$ 为光强最大值,同时当 $s/f \geq 0.4$ 后 $I_{\max,s}$ 出现,并随 $s/f$ 的增加而增大。在 $s/f=1$ 处 $I_{\max,c}$ 和 $I_{\max,s}$ 相等,此时发生焦点位置的突然变化,即出现焦开关现象<sup>[3,4]</sup>。随 $s/f$ 的进一步增加,例如 $s/f=1.4, I_{\max,s}$ 继续增长并超过 $I_{\max,c}$ 成为光强最大值。 $s/f$ 继续增加大于1.6后,例如 $s/f=1.8$ 时, $I_{\max,c}$ 消失而只有一个极大 $I_{\max,s}$ 。

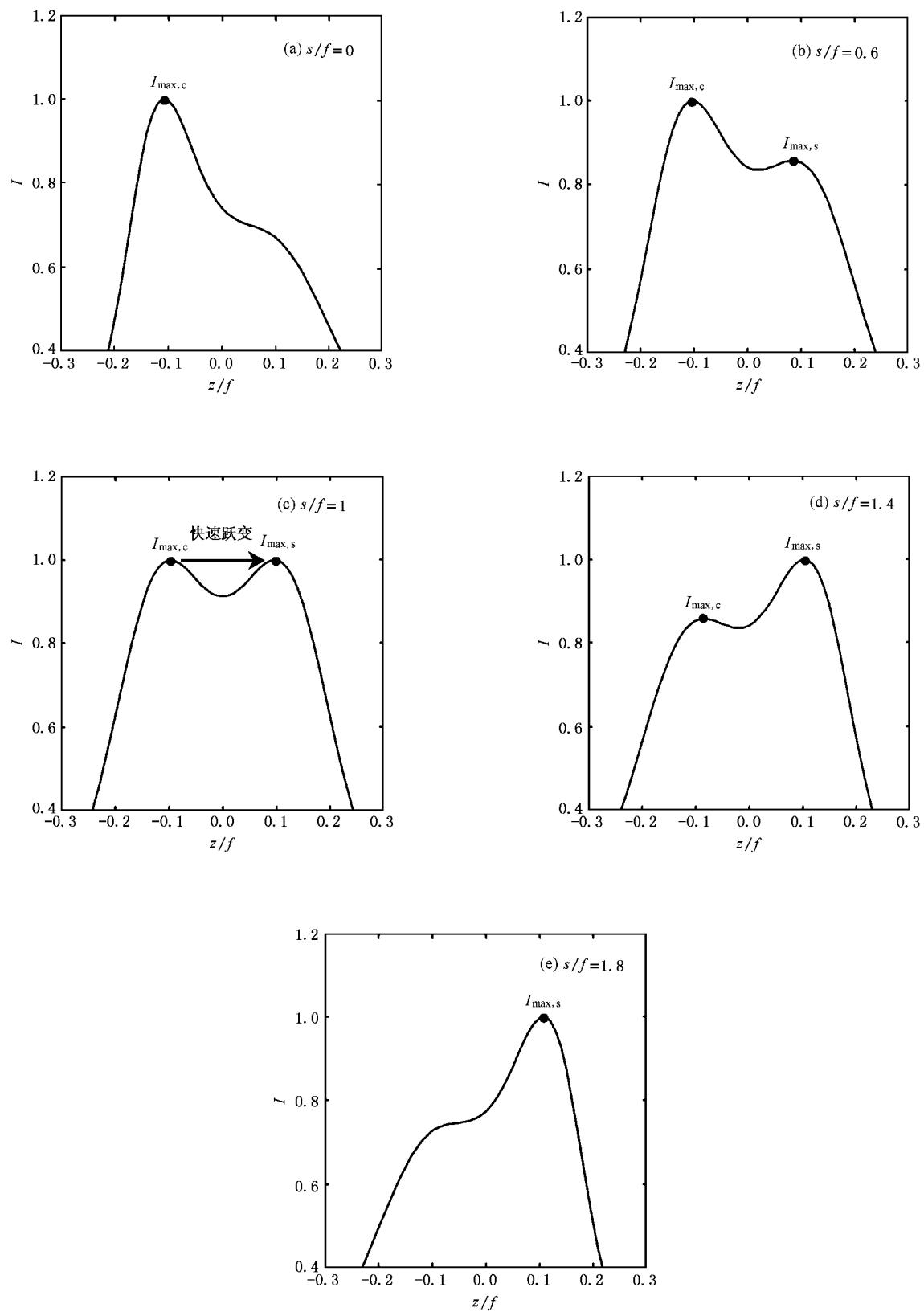


图3 通过图1所示系统 TEM<sub>22</sub>模 H-G 光束轴上的光强分布 计算参数为  $\alpha = 4, N_w = 2$

数值计算表明  $m, n$  均为偶数的 H-G 光束都可能出现焦开关，并且脚标  $m$  和  $n$  的位置互换的模式其特性相同。但对  $m = n = 0$  的基模高斯光束，会有焦移<sup>[2]</sup>，却不会出现焦开关。图 4 为  $\alpha = 3.5, N_w = 2$  时  $\text{TEM}_{02}$ ,  $\text{TEM}_{22}$  和  $\text{TEM}_{24}$  模 H-G 光束的轴上最大光强  $I_{\max}$  随  $s/f$  的变化。由图 4 可看出，随  $s/f$  的增加， $\text{TEM}_{02}$ ,  $\text{TEM}_{22}$  和  $\text{TEM}_{24}$  模的  $I_{\max}-s/f$  曲线在  $s/f = 1$  时都有一个突变，此处焦移由负突然变为正，例如，对  $\text{TEM}_{02}$  模  $\Delta z_f$  从  $-0.05$  到  $0.03$ ,  $\text{TEM}_{22}$  模从  $-0.14$  到  $0.10$ ,  $\text{TEM}_{24}$  模从  $-0.23$  到  $0.18$ ，其对应的相对焦点位置跃变量分别为  $\Delta z_{sw} = (z_{\max_s} - z_{\max_c}) / |R| = 0.08, 0.24, 0.41$ ，见图 5。 $\text{TEM}_{02}$ ,  $\text{TEM}_{22}$  和  $\text{TEM}_{24}$  模 H-

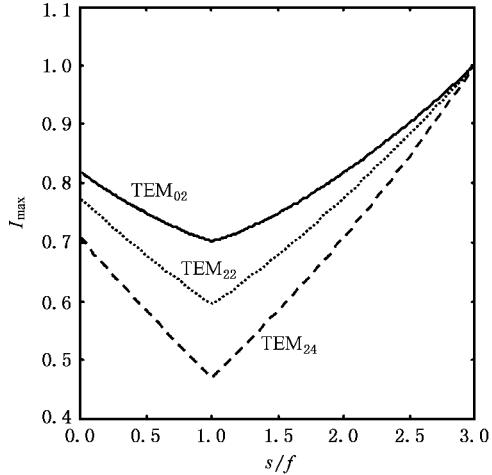


图 4 H-G 光束轴上最大光强  $I_{\max}$  随  $s/f$  的变化 计算参数为  $\alpha = 3.5, N_w = 2$

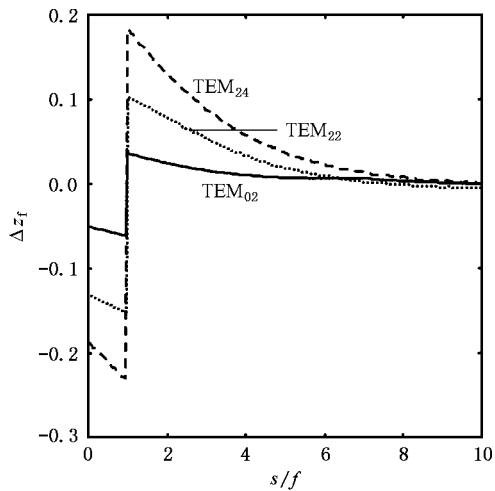


图 5 H-G 光束相对焦移  $\Delta z_f$  随  $s/f$  的变化 计算参数同图 4

G 光束  $\Delta z_{sw}$  随菲涅耳数  $N_w$  和截断参数  $\alpha$  的变化示于图 6。从图 6 可看出， $\Delta z_{sw}$  随  $\alpha$  和  $N_w$  的减小而增大。对于  $\text{TEM}_{02}$  模  $\alpha = 3.65$  时  $\Delta z_{sw} = 0$ ,  $\text{TEM}_{22}$  模  $\alpha = 5.1$  时  $\Delta z_{sw} = 0$ ,  $\text{TEM}_{24}$  模  $\alpha = 7.1$  时  $\Delta z_{sw} = 0$ 。

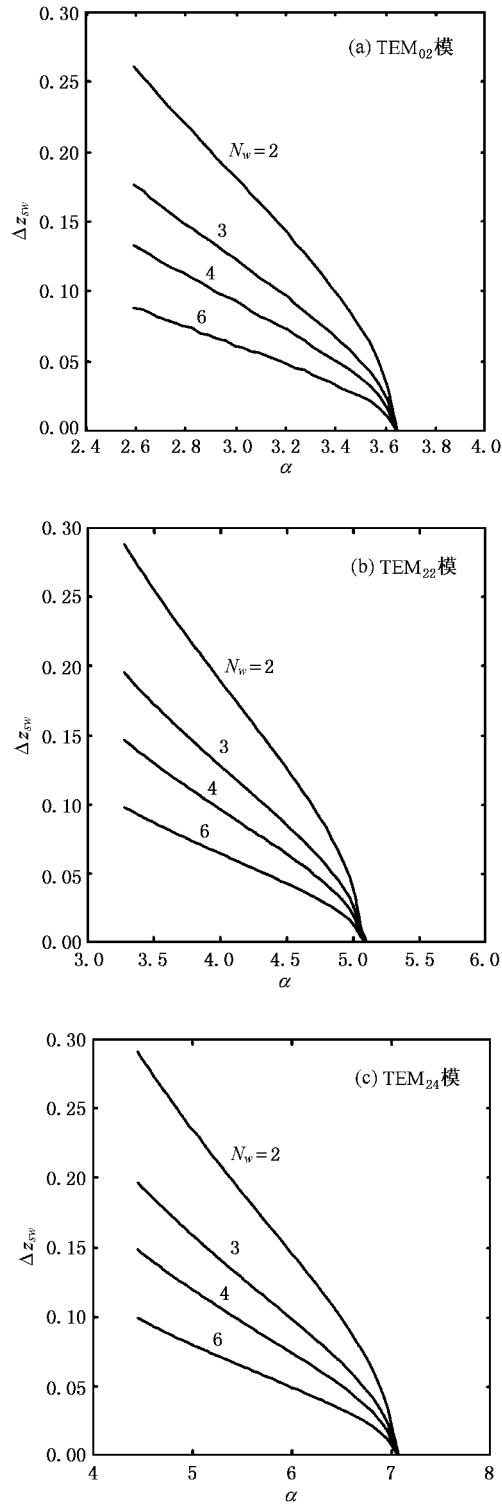


图 6  $\Delta z_{sw}$  随  $\alpha$  的变化

由以上分析可知,在光阑-透镜分离光学系统中有两个重要因素影响焦开关的产生。光阑-透镜相对分离量  $s/f$  和截断参数  $\alpha$ 。 $s/f < 1$  时,  $\Delta z_f$  为负, 轴上光强最大点靠近透镜; $s/f > 1$  时,  $\Delta z_f$  为正, 光强最大点离开透镜; $s/f = 1$  时,  $\Delta z_f$  由负变为正, 此处出现焦开关。截断参数存在临界值  $\alpha_c$ , 它决定焦开关是否会出现。仅当  $\alpha < \alpha_c$  时 H-G 光束才存在焦开

关。由图 6 可知, 对  $\text{TEM}_{02}$  模  $\alpha_c = 3.65$ ,  $\text{TEM}_{22}$  模  $\alpha_c = 5.1$ ,  $\text{TEM}_{24}$  模  $\alpha_c = 7.1$ 。截断参数  $\alpha$  对焦开关产生的影响可从图 7 看出, 在  $\alpha \geq 5.1$  时  $\text{TEM}_{22}$  模 H-G 光束轴上光强只有一个极大值, 当  $\alpha < 5.1$  时, 轴上光强有两个相等的极大值, 因此才有可能产生焦开关。 $\alpha$  继续减小时, 两个光强极大位置向两边移动且光强曲线中间下凹更明显。

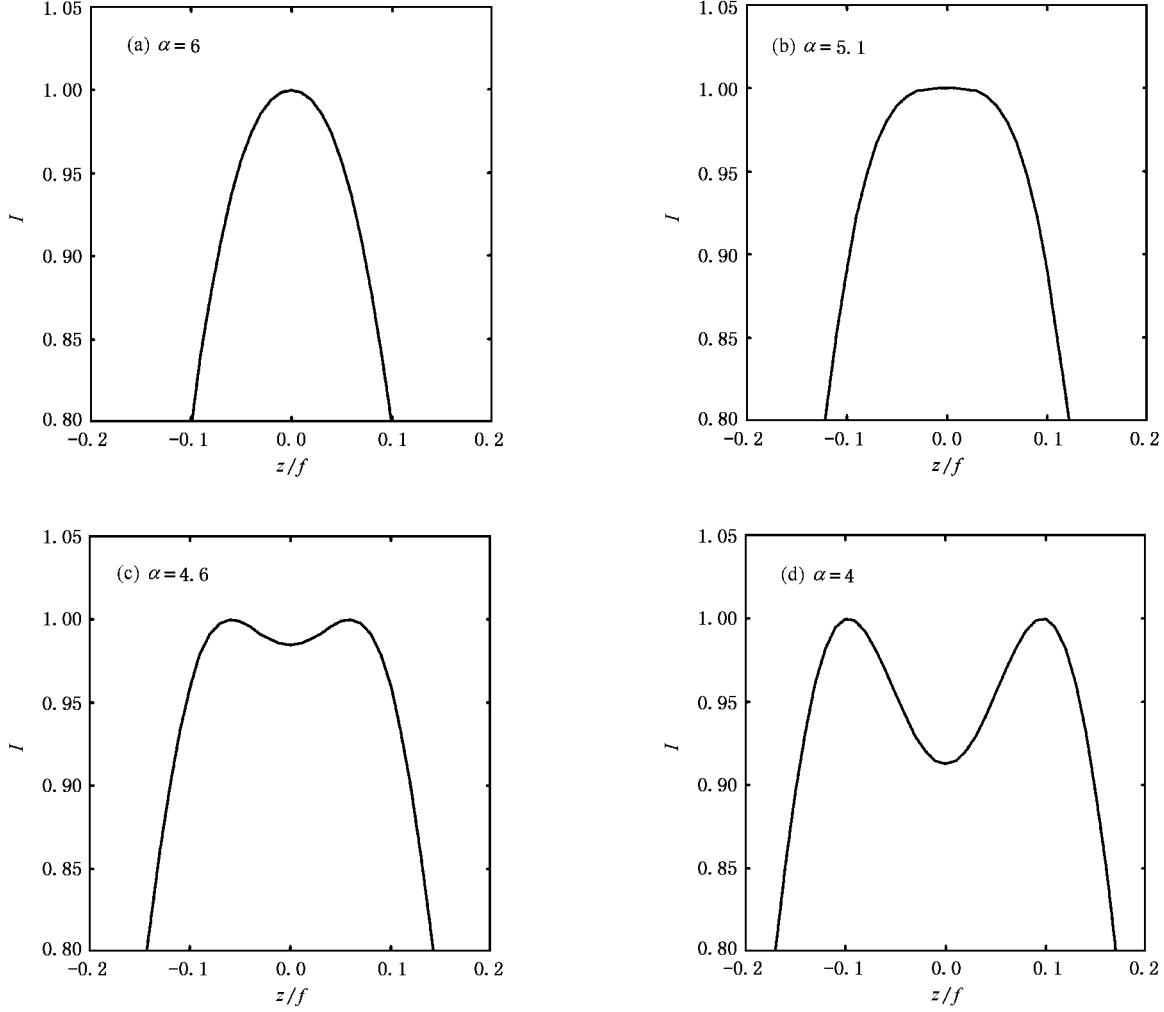


图 7  $\text{TEM}_{22}$  模 H-G 光束轴上光强分布 计算参数为  $s/f = 1$ ,  $N_w = 2$

#### 4. 焦开关现象的物理诠释

与一类称为光谱开关新的物理现象<sup>[9,10]</sup>相比较(例如比较本文图 3 与文献[10]图 3),它们在表现上非常相似,然而产生的物理机理不同。一般而言,产生焦开关物理原因是由于存在两个轴上光强极大点,以及它们相互竞争的结果<sup>[4]</sup>。下面对本文所考察的光学系统和光束给出物理诠释。

(8) 式中轴上光强可写为

$$I = I_1 + I_2, \quad (12)$$

式中

$$I_1 = \frac{16N_w^2}{[1 + z/\sqrt{1 - s/f}]}, \quad I_2 = u \cdot u^*. \quad (13)$$

对  $\text{TEM}_{22}$  模 H-G 光束,  $I_1$ ,  $I_2$  和  $I$  随  $z/f$  的变化示于图 8, 计算参数为  $\alpha = 4$ ,  $N_w = 2$ 。由(12)和(13)式及图 8 可知, 第一部分  $I_1$  随  $s/f$  的不同而有不同的变化趋势。在  $0 < s/f < 1$  时  $I_1$  随  $s/f$  的增大而减小, $s/f > 1$  时呈相反变化。在  $s/f = 1$  时  $I_1 = 16N_w^2 = \text{常数}$ 。

第二部分  $I_2$  产生两个相等的极大点。轴上光强  $I = I_1 \cdot I_2$  在两部分叠加的过程因  $s/f$  的变化而出现不同分布, 即  $0 < s/f < 1$  时  $I_1$  使  $I_2$  靠近透镜的极大点得到增长而远离透镜的极大点减小,  $s/f = 1$  时有  $I_{\max,c} = I_{\max,s}$ ,  $s/f > 1$  时  $I_1$  使  $I_2$  靠近透镜的极大点减小而远离透镜的极大点增长。所以在  $0 < s/f < 1$  和  $s/f > 1$  时  $I_{\max,c}$  和  $I_{\max,s}$  总是大小不等, 而在  $s/f = 1$

时二者相等, 因此当  $\alpha < \alpha_c$  时, 改变  $s/f$  就会形成焦开关。此外, 焦开关的产生也可从图 9 所示 H-G 光束的光强主极大与次极大的差值  $\Delta I = I_{\max,s} - I_{\max,c}$  随  $s/f$  的变化看出来, 其中计算参数为  $\alpha = 4$ ,  $N_w = 2$ 。由图 9 可知,  $\Delta I$  随  $s/f$  的变化是单调的, TEM<sub>02</sub>, TEM<sub>22</sub> 和 TEM<sub>24</sub> 模 H-G 光束在焦开关出现的  $s/f = 1$  处都有  $\Delta I = 0$ 。

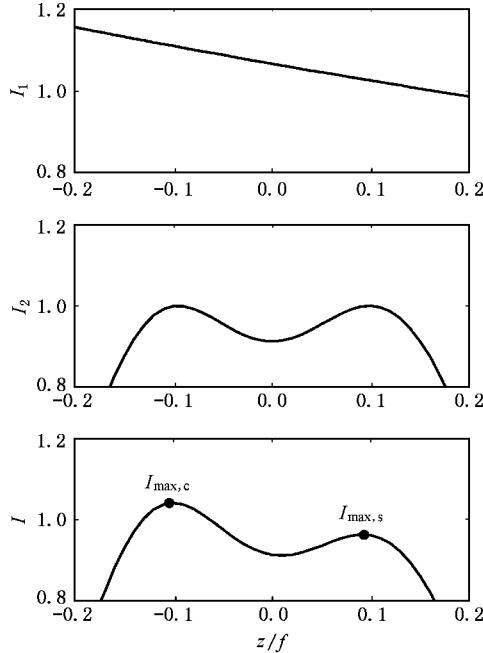
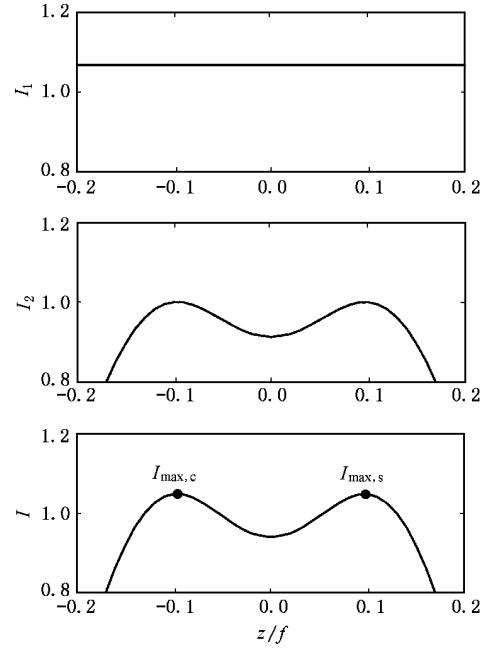
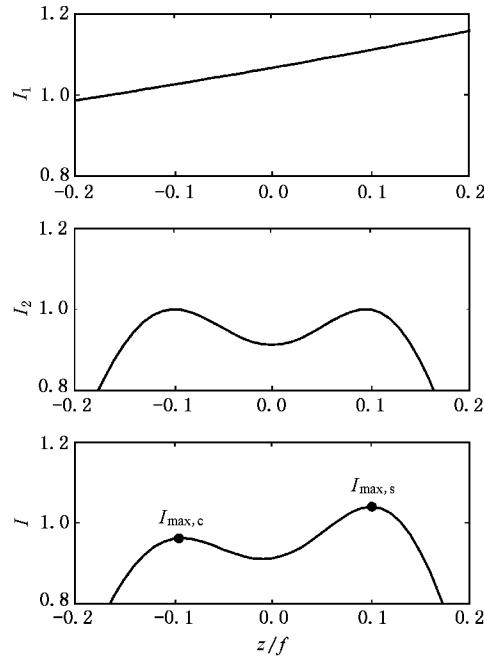
(a)  $s/f < 0$ (b)  $s/f = 1$ (c)  $s/f > 1$ 

图 8 焦开关形成的物理解释

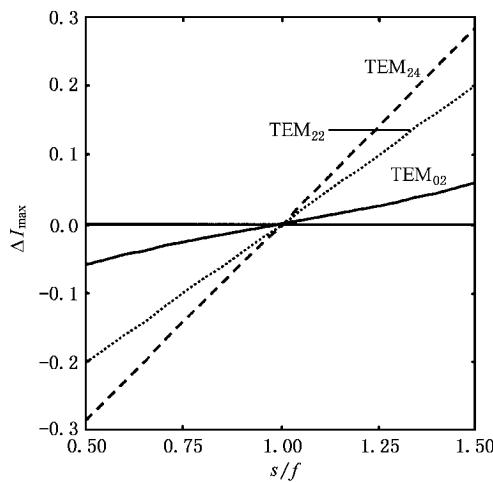


图9  $\text{TEM}_{02}$ , $\text{TEM}_{22}$ , $\text{TEM}_{24}$ 模 H-G 光束  $\Delta I_{\max}$  随  $s/f$  的变化  
计算参数同图4

## 5. 结 论

本文详细研究了 H-G 光束通过光阑-透镜分离光学系统后轴上焦点移动的规律。得出的主要结论是对常见的光阑-透镜光学系统,当用多模激光(H-G 光束)入射,系统参数满足: $m,n$  为偶数,截断参数  $\alpha < \alpha_c$  时,改变  $s/f$ ,在  $s/f = 1$  附近伴随着焦移反

号会出现焦开关; $m,n$  为奇数时,轴上光强为零,Wolf 和 Li 分析焦移的方法失效。当基模高斯光束( $m=n=0$ )入射时,存在焦移,但无焦开关。与 Martinez 和 Li 等人考察的光学系统产生焦开关物理上的相同点是必须存在轴上光强主极大和次极大,并且它们随系统参数变化,由于这两个极大点的竞争导致了焦点的突然跃变即焦开关的出现。其不同点是在 Li 研究的菲涅尔波带片系统中,焦开关产生是平方反比律关系变化项、单个波带片的衍射和环状聚焦光束干涉的三部分共同作用的结果<sup>[4]</sup>。而在本文所研究的光学系统中,则在随  $z/f$  变化项不起作用( $s/f = 1$ )点附近才能产生焦开关。此外,本文所用的光学系统也远比 Martinez 和 Li 的简单,且损耗小(例如,对  $\text{TEM}_{22}$  模 H-G 光束在  $\alpha = 4.5$  时光阑衍射损耗仅为 0.86%)。重要的是,本文研究结果对引言中提出的问题给出了肯定回答,即焦开关在常见光学系统中用激光照射时也可能出现,并且对于  $\text{TEM}_{24}$  模 H-G 光束焦开关处相对焦移的变化量可高达 0.41,这在实际工作中应当考虑。例如,在一些需要精密聚焦的激光应用中,应当控制焦移和避免焦开关的产生,而在需要较大范围调焦的应用中,则可利用焦移和焦开关来改变焦点位置以实现调焦的目的。

- [1] Li Y and Wolf E 1981 *Opt. Commun.* **39** 211
- [2] Li Y and Wolf E 1982 *Opt. Commun.* **42** 151
- [3] Martinez-Corral M and Climent V 1996 *Appl. Opt.* **35** 24
- [4] Li Y 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **6** 1297
- [5] Siegman A E 1986 *Lasers* (California: University Science Books Mill Valley) p644
- [6] Collins S A 1970 *Opt. J. Opt. Soc. Am.* **60** 1168
- [7] Li Y 1993 *Opt. Commun.* **95** 13
- [8] Liu B, Huang W, Zhang B and Cai B 1995 *Optik* **99** 8
- [9] Pu J, Zhang H and Nemoto S 1999 *Opt. Commun.* **162** 57
- [10] Pan L and Liu B 2001 *IEEE J. Quantum Electron.* **37** 1377

# Focal switch of Hermite-Gaussian beams<sup>\*</sup>

Peng Run-Wu<sup>1)</sup> Lü Bai-Da<sup>1,2)</sup>

<sup>1)</sup>( Institute of Laser Physics and Chemistry ,Sichuan University ,Chengdu 610064 ,China )

<sup>2)</sup>( State Key Laboratory of Laser Technology ,Huazhong University of Science and Technology ,Wuhan 430074 ,China )

( Received 7 May 2002 ; revised manuscript received 10 March 2003 )

## Abstract

A simple optical system consisting of an aperture and a thin lens is considered. It is shown that when a Hermite-Gaussian ( H-G ) beam is incident on such a type of system and the parameters of the optical system and the beam satisfy a certain condition ,a new effect called the focal switch can take place .Detailed numerical results and physical explanation are given to illustrate the characteristics of the focal switch of H-G beams .A comparison with the previous work is made and the potential application of the focal switch is pointed out .

**Keywords** : aperture-lens system , Hermite-Gaussian beams , focal shift , focal switch

**PACC** : 4255 , 4200

<sup>\*</sup> Project supported by the Foundation of State Key Laboratory of Laser Technology ,Huazhong University of Science and Technology , China .